УДК 62.50

Антонов В. К., канд. техн. наук

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Институт компьютерных технологий Национального авиационного университета

Предложен адаптивный алгоритм идентификации динамических объектов управления, основанный на втором методе Ляпунова, отличающийся тем, что с целью регуляризации процесса идентификации поведение вспомогательной функции подчинено вспомогательному дифференциальному уравнению.

Введение и постановка задачи. Ставится задача идентификации линейного динамического объекта

$$\dot{X} = AX + Bu\,, \qquad (1)$$

где X – измеряемый фазовый вектор размерности n, A – подлежащая определению матрица размера $n \times n$, B – подлежащая определению матрица размера $n \times m$, u – измеряемый вектор управления.

Идея алгоритма состоит во введении дифференциального настроечного уравнения для поисковых матриц, согласно которому производные по времени от этих матриц пропорциональны градиенту по поисковым матрицам от вспомогательной функции ошибки между программным и модельным значением фазового вектора, а сама вспомогательная функция подчинена вспомогательному устойчивому уравнению, из обращения в тождество которого на идентифицируемом процессе находится коэффициент пропорциональности в уравнении настройки. Такова формула алгоритма. В более компактном виде идея формулируется так: осуществляется спуск в направлении антиградиента вспомогательной функции со скоростью, определяемой вспомогательным уравнением для вспомогательной функции.

Построение алгоритма для квадратичной вспомогательной функции. Измеряемые во времени программные значения фазового вектора и вектора управления известны. Задача решается в темпе функционирования системы. Для упрощения вычислений запишем приведенную идентифицируемую систему (1) в компактном виде.

$$\dot{X} = (A \;\; B)\begin{pmatrix} X \\ u \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Введем вспомогательные обозначения

$$M = (A \;\; B), \qquad Y = \begin{pmatrix} X \\ u \end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Компактная запись системы (1) с учетом (2) и (3) имеет вид

$$\dot{X} = MY\,. \qquad (4)$$

Проинтегрируем эту систему по времени, считая начальные условия нулевыми. Это целесообразно, поскольку позволяет избежать появления в расчетной схеме производных второго порядка, которые приходилось бы определять числено, что в присутствие помех измерений не приемлемо. Операцию интегрирования условно будем обозначать символом $\circ$ над переменной. Тогда, считая матрицу M постоянной, получаем вместо (4) уравнение

$$X = M\mathring{Y}\,. \qquad (5)$$

Переменную X в этом выражении слева от знака равенства будем, согласно принятой терминологии, называть модельной и обозначим символом X_M. Программная переменная Y справа от знака равенства содержит программные функции изменения входных u и выходных X переменных. Тогда уравнение (5) идентифицируемого объекта принимает вид

$$X_M = M\mathring{Y}\,. \qquad (6)$$

Рассмотрим далее ошибку – отклонение программного значения фазового вектора от модельного значения (6)

$$e = X - X_M = X - M\mathring{Y}\,. \qquad (7)$$

Введем в рассмотрение вспомогательную квадратичную функцию ошибки – функцию Ляпунова.

$$
\begin{aligned}
V &= e^T Q e = (X - M\mathring{Y})^T Q (X - M\mathring{Y}) = \\
&= (X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (X - M\mathring{Y}) = \\
&= X^T Q X - \mathring{Y}^T M^T Q X - X^T Q M \mathring{Y} + \\
&+ \mathring{Y}^T M^T Q M \mathring{Y}\ .
\end{aligned} \tag{8}
$$

где Q – симметричная положительно определенная матрица, которую нужно подбирать для решения задачи идентификации.

Производная вспомогательной функции (8) по времени имеет вид

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= (\dot{X}^T - Y^T M^T - \mathring{Y}^T \dot{M}^T) Q (X - M\mathring{Y}) + \\
&+ (X^T - \mathring{Y}^T M^T) \dot{Q} (X - M\mathring{Y}) + \\
&+ (X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (\dot{X} - MY - \dot{M}\mathring{Y}).
\end{aligned} \tag{9}
$$

Для вспомогательной функции (8) зададим вспомогательное дифференциальное уравнение

$$\dot{V} + cV = 0. \tag{10}$$

В силу определения вспомогательной функции уравнение (10) принимает вид

$$\dot{e}^T Q e + e^T \dot{Q} e + e^T Q \dot{e} + c e^T Q e = 0 \tag{11}$$

Определим градиент вспомогательной функции по матрице идентифицируемых параметров M.

$$
\begin{aligned}
\underset{M}{grad}\, V &= \frac{\partial V}{DM} = -QX\mathring{Y}^T - QX\mathring{Y}^T + \\
&+ QM\mathring{Y}\mathring{Y}^T + QM\mathring{Y}\mathring{Y}^T = \\
&= 2Q(M\mathring{Y} - X)\mathring{Y}^T.
\end{aligned} \tag{12}
$$

Назначим настроечное дифференциальное уравнение для искомой матрицы M так, что производная от искомой матрицы по времени пропорциональна градиенту от вспомогательной функции (12) с коэффициентом пропорциональности k.

$$\dot{M} = -2kQ(M\mathring{Y} - X)\mathring{Y}^T. \tag{13}$$

Коэффициент пропорциональности в (13) определим из условия обращения в тождество вспомогательного уравнения (11) на идентифицируемом процессе. Для этого подставим выражения для производных от искомой матрицы во вспомогательное уравнение (11).

$$
\begin{aligned}
&\left[\dot{X}^T - Y^T M^T - 2k\mathring{Y}^T \mathring{Y}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q\right] \times \\
&\times Q(X - M\mathring{Y}) + (X^T - \mathring{Y}^T M^T)\dot{Q}(X - M\mathring{Y}) + \\
&+ (X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q \times \\
&\times \left[\dot{X} - MY - 2kQ(X - M\mathring{Y})\mathring{Y}^T \mathring{Y}\right] + \\
&+ c(X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (X - M\mathring{Y}) = 0.
\end{aligned} \tag{14}
$$

Представим выражение (14) в виде суммы взаимно транспонированных слагаемых, разделяя последние слагаемые в строках на две равные части.

$$
\begin{aligned}
&(\dot{X}^T - Y^T M^T) Q (X - M\mathring{Y}) - \\
&- 2k\mathring{Y}^T \mathring{Y}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) QQ (X - M\mathring{Y}) + \\
&+ \frac{1}{2}(X^T - \mathring{Y}^T M^T)\dot{Q}(X - M\mathring{Y}) + \\
&+ \frac{c}{2}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (X - M\mathring{Y}) + \\
&+ (X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (\dot{X} - MY) - \\
&- 2k(X^T - \mathring{Y}^T M^T) QQ (X - M\mathring{Y})\mathring{Y}^T \mathring{Y} + \\
&+ \frac{1}{2}(X^T - \mathring{Y}^T M^T)\dot{Q}(X - M\mathring{Y}) + \\
&+ \frac{c}{2}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (X - M\mathring{Y}) = 0.
\end{aligned} \tag{15}
$$

Поскольку последнее выражение (15) состоит из двух транспонированных слагаемых, соответственно в первых двух и вторых двух строках, являющихся скалярами (следовательно слагаемые равны), равенство нулю возможно только, если оба слагаемые равны нулю. Приравнивая нулю выражение в первых двух строках, определим коэффициент пропорциональности k.

$$
\begin{aligned}
k &= \frac{\frac{c}{4}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) Q (X - M\mathring{Y})}{\mathring{Y}^T \mathring{Y}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) QQ (X - M\mathring{Y})} + \\
&+ \frac{(\dot{X}^T - Y^T M^T) Q (X - M\mathring{Y})}{\mathring{Y}^T \mathring{Y}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) QQ (X - M\mathring{Y})} + \\
&+ \frac{\frac{1}{4}(X^T - \mathring{Y}^T M^T)\dot{Q}(X - M\mathring{Y})}{\mathring{Y}^T \mathring{Y}(X^T - \mathring{Y}^T M^T) QQ (X - M\mathring{Y})}
\end{aligned} \tag{16}
$$

При найденном коэффициенте пропорциональности (16) окончательно запишем уравнение настройки для нахождения идентифицируемой матрицы M.

$$\dot{M} = -2kQ(M\overset{\circ}{Y} - X)\overset{\circ}{Y}^{T}. \quad (17)$$

Уравнения (16) и (17) определяют расчетную схему предлагаемого алгоритма идентификации. Практически интегрирование ведется численным методом, например методом Эйлера при нулевых начальных условиях (в качестве начального может быть использовано априорное значение искомой матрицы), до достижения сходимости. Показателем качества решения является характер изменения во времени вспомогательной функции. Качественному приемлемому решению соответствует существенное уменьшение вспомогательной функции, что возможно при выполнении условий идентифицируемости исследуемой системы.

Процесс идентификации как динамический процесс, обладает всеми соответствующими динамическими характеристиками. Сходимость или устойчивость идентификационного процесса является наиболее важной характеристикой. В рассмотренном случае скорость сходимости задается параметром быстродействия c, который определяет скорость затухания вспомогательной функции, и таким образом ограничивает быстродействие. Естественно стремление к наиболее быстрому протеканию процесса идентификации. Поэтому можно говорить о распространении концепции качества переходных процессов на задачи идентификации. Для процесса идентификации целесообразно обеспечивать максимум быстродействия. Как и для процессов управления, при этом возникает колебательность. Поэтому целесообразно медленно увеличивать показатель затухания, начиная с нулевого значения, до определенного предела, при котором резко развивается колебательность.

Общая схема алгоритма. Алгоритм можно распространить на более общий случай нелинейного дифференциального объекта. Пусть идентифицируемый объект описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{X} = F(t, X, u, \mu), \quad (18)$$

где μ – вектор настроечных идентифицируемых параметров.

Выбором настроечного вектора μ необходимо обеспечить совпадение модельного, определяемого приведенной системой, и программного – значений фазового вектора. Ошибка

$$e = X - X_M \quad (19)$$

– отклонение измеренного вектора от модельного значения – должна быть минимизирована. Для оценки отклонения введем вспомогательную знакоопределенную функцию ошибки

$$V = \varphi(e, \dot{e}, \ddot{e}, \ldots), \quad (20)$$

которая учитывает взвешенное приближение по координатам и их производным. Для вспомогательной функции (20) задается устойчивое вспомогательное дифференциальное уравнение

$$\Phi(V, \dot{V}, \ddot{V}, \ldots) = 0. \quad (21)$$

Вектор настроечных параметров μ находится как устойчивое решение настроечного дифференциального уравнения

$$\dot{\mu} = -k\, \underset{\mu}{grad} V, \quad (22)$$

согласно которому движение в пространстве настроечных параметров осуществляется в направлении антиградиента вспомогательной функции.

Коэффициент пропорциональности k находится из условия обращения вспомогательного уравнения в тождество на решениях идентифицируемой системы. Соотношения (18 – 22) отражают схему алгоритма в общем виде. Устойчивость алгоритма обеспечивается по построению, если исходные данные позволяют хорошо определить градиент вспомогательной функции. Если же вектор градиента оказывается малым, то целесообразно варьировать вспомогательную функцию, добиваясь его увеличения. Это возможно, если система является идентифицируемой.

Применение логарифмической вспомогательной функции. Рассмотрим вариант алгоритма, построенный при использовании уравнений объекта управления в форме (4), и применении логарифмической вспомогательной функции. Вспомогательную функцию зададим в виде

$$V=\ln\left[e^T Qe+1\right]=\ln\left[(\dot{X}-MY)^T Q(\dot{X}-MY)+1\right]. \quad (23)$$

Задание вспомогательной функции с использованием функции логарифма позволяет ускорить процесс сходимости, т.к. при больших отклонениях от искомого решения вспомогательная функция является вогнутой. В малой же окрестности решения имеет место выпуклость, поэтому по мере приближения к решению в малой его окрестности процесс счета замедляется.

Запишем вспомогательное уравнение (10) для определения вспомогательной функции согласно (23)

$$\frac{1}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1}\times$$
$$\times\left[\ (\ddot{X}^T-\dot{Y}^TM^T-Y^T\dot{M}^T)Q(\dot{X}-MY)+\right. \quad (24)$$
$$+(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\ddot{X}-M\dot{Y}-\dot{M}Y)+$$
$$\left.+c\ln\left[\ (\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\ \right]\right]=0.$$

Подобно соотношениям (12) и (13), запишем уравнение настройки для искомой матрицы идентифицируемых коэффициентов

$$\dot{M}=-2k\frac{1}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1}\times \quad (25)$$
$$\times Q(MY-\dot{X})Y^T.$$

Для определения настроечного коэффициента пропорциональности k подставим выражение для $\dot{M}$ (25) во вспомогательное уравнение (24) для вспомогательной функции.

$$\frac{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\ddot{X}-M\dot{Y})}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1}+$$
$$+2k\frac{1}{\left[(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]^2}\times \quad (26)$$
$$\times(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ(MY-\dot{X})Y^TY+$$
$$+\frac{c}{2}\ln\left[(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]=0.$$

Из (26) найдем настроечный коэффициент пропорциональности

$$k=-\frac{1}{2}\left\{\ \frac{\frac{c}{2}\ln\left[(\dot{X}^TY^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ((MY-\dot{X})Y^TY}+\right.$$
$$\left.+\frac{\dfrac{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\ddot{X}-M\dot{Y})}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1}}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ((MY-\dot{X})Y^TY}\ \right\}\times \quad (27)$$
$$\times\left[(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]^2.$$

Соотношения (25) и (27) являются окончательными расчетными для варианта алгоритма с логарифмической вспомогательной функцией. Объединяя их, получаем настроечное дифференциальное уравнение для искомой идентифицируемой матрицы

$$\dot{M}=\left\{\frac{c/2\ln\left[(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ(MY-\dot{X})Y^TY}\times\right.$$
$$\times\frac{\left[(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\dot{X}-MY)+1\right]}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ(MY-\dot{X})Y^TY}+$$
$$\left.+\frac{(\dot{X}^T-Y^TM^T)Q(\ddot{X}-M\dot{Y})}{(\dot{X}^T-Y^TM^T)QQ(MY-\dot{X})Y^TY}\right\}\times \quad (28)$$
$$\times Q(MY-\dot{X})Y^T.$$

Рассмотренные варианты построения метода гарантируют заданную показателем затухания вспомогательной функции скорость сходимости вычислительного процесса. Практически важным является обеспечение требования отсутствия колебательности переходных процессов идентификации. Апериодический характер изменения искомых идентифицируемых параметров создает дополнительную возможность введения в процедуру нахождения решения фактора экстраполяции, что позволяет сделать решение получаемым быстрее. Возможно также и одновременное применение идей обучения при поиске экстремума.

Ограничение колебательности процесса идентификации. Ограничение колебательности реализуем путем выбора управления и матрицы вспомогательной функции. Для этого построим функционал

$$I=\int_0^\infty\left[\frac{1}{k}(X^T-\mathring{Y}^TM^T)\dot{M}P\dot{M}^T(X-M\mathring{Y})+\right. \quad (29)$$
$$\left.+c_1k(X^T-\mathring{Y}^TM^T)Q(X-M\mathring{Y})+k\mathring{u}^TR\mathring{u}\right]dt,$$

где k – положительный коэффициент пропорциональности, определяемый выражениями (16) или (27), P – задаваемая весовая положительно определенная матрица при квадратах производных от искомых идентифицируемых параметров, определяемых идентифицируемой матрицей M, c_1 – коэффициент при вспомогательной функции V, определенной согласно (8), и выполняющей по отношению к функционалу (29) роль функции Беллмана, R – матрица весовых коэффициентов при интегралах от управлений, выполняющая роль ограничения управляющего вектора.

Первое слагаемое в подынтегральном выражении функционала (29) ограничивает колебательность переходного процесса, второе слагаемое служит для согласования скорости затухания вспомогательной функции с назначенной согласно (10), третье слагаемое ограничивает вектор управлений.

Вводя в рассмотрение матрицу F, определяемую из условия, что

$$\frac{d}{d\overset{\circ}{u}}\overset{\circ}{Y}=F^T, \tag{30}$$

запишем уравнение Беллмана для функционала (29), подставив в функционал настроечное выражение скорости изменения идентифицируемой матрицы (17) с учетом (16) и (30) при условии $\dot{Q}=0$.

$$\begin{aligned}&\min_{\overset{\circ}{u},Q}\{\ (X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})\overset{\circ}{Y}{}^T P\overset{\circ}{Y}\times\\&\times(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})+\\&+\mathrm{c}_1(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})+u^T R\overset{\circ}{u}+\\&+\overset{\circ}{Y}{}^T\overset{\circ}{Y}(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)QQ(X-M\overset{\circ}{Y})+\\&+(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)QQ(X-M\overset{\circ}{Y})\overset{\circ}{Y}{}^T\overset{\circ}{Y}\ \}=0.\end{aligned} \tag{31}$$

Уравнение (31) запишем более компактно, обозначив равные члены в третьей строке через V_1

$$\min_{\overset{\circ}{u},Q}\{\ V^2\overset{\circ}{Y}{}^T P\overset{\circ}{Y}+\mathrm{c}_1V+u^T R\overset{\circ}{u}+2V_1\overset{\circ}{Y}{}^T\overset{\circ}{Y}\ \}=0. \tag{32}$$

Дифференцируя (31) по вектору управления, получаем уравнение для его нахождения.

$$\begin{aligned}&4FM^TQ(X-M\overset{\circ}{Y})\overset{\circ}{Y}{}^T P\overset{\circ}{Y}\times\\&\times(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})+\\&+2(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})FP\overset{\circ}{Y}\times\\&\times(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})-\\&-2c_1FM^TQ(X-M\overset{\circ}{Y})+2R\overset{\circ}{u}+\\&+2F\overset{\circ}{Y}(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)QQ(X-M\overset{\circ}{Y})-\\&-2FM^TQQ(X-M\overset{\circ}{Y})\overset{\circ}{Y}{}^T\overset{\circ}{Y}=\overset{\circ}{0}.\end{aligned} \tag{33}$$

Далее, дифференцируя (31) по матрице вспомогательной функции, получаем уравнение для нахождения этой матрицы

$$\begin{aligned}&2(X-M\overset{\circ}{Y})(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)\overset{\circ}{Y}{}^T P\overset{\circ}{Y}\times\\&\times(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)Q(X-M\overset{\circ}{Y})+\\&+c_1(X-M\overset{\circ}{Y})(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)+\\&+4\overset{\circ}{Y}{}^T\overset{\circ}{Y}Q(X-M\overset{\circ}{Y})(X^T-\overset{\circ}{Y}{}^T M^T)=0.\end{aligned} \tag{34}$$

Из совместного решения уравнений (16), (17),(31),(33) и (34) следует решение задачи идентификации при заданном времени и минимуме колебательности. При решении задачи выбора управления из условия минимума колебательности управление получается релейным, а искомые параметры изменяются по экспоненциальному закону – увеличиваются с возрастающей скоростью до установившихся значений. В случае заданной программы испытаний уравнение для нахождения управления можно исключить. В этом случае в начале процесса идентификации переменные несколько колеблются, в целом приближаясь к установившимся значениям с уменьшающейся скоростью . Во всех случаях регулярное изменение вспомогательной функции является показателем качества решения задачи.

Развитие алгоритма. Поставим задачу идентификации как игровую. Функционал имеет вид

$$I = \int_0^\infty (e^T Pe + (u - u_M)^T R(u - u_M) + \\ + \frac{1}{4k^2} e^T \dot{M} G \dot{M}^T e + \varphi(V, \frac{\partial V}{\partial t}))dt, \qquad (35)$$

где u – вектор программного измеряемого управления; u_M – вектор управления настраиваемой модели (17) – (модельное управление); φ – функция, реализующая согласование функционала (35) с уравнением связи (10) для вспомогательной функции.

Модельное управление находится из условия минимума функционала (35) и по его построению стабилизирует настраиваемую модель на измеряемом движении. Таким образом, настраиваемая модель, будучи управляемой, исполняет роль «игрока», преследующего идентифицируемый объект. При этом используется априорное значение настраиваемой матрицы M, или уточняемое в ходе идентификации ее текущее значение. Идентифицируемый процесс исполняет роль пассивного и не сопротивляющегося преследованию игрока. Таким образом, игра носит пассивный характер. Если эксперимент по его условиям может динамически планироваться, то роль программного управления u состоит в максимизации функционала (35). В этом случае мы имеем активную игру, в ходе которой «преследуемый» объект поставляет «преследователю» необходимую для решения задачи информацию, и процесс идентификации становится «более идентифицируемым» и эффективным. Таким образом, в данной задаче имеет место новая нетривиальная ситуация, когда сопротивление достижению цели является его противоположностью – содействием ее достижению. Изучение других таких задач перспективно. Но при этом выбор программного управления является проблемным в случае отсутствия априорной информации об идентифицируемом объекте.

Если процесс идентификации не сходится, то это следует отнести за счет действия возмущений, которые можно учесть в обобщенном виде с помощью ведения в уравнение настройки соответствующего члена в виде дополнительной функции от функции Беллмана. Эта дополнительная функция эквивалентна дополнительному затуханию функции Беллмана, и также подлежит идентификации, что составляет дополнительную задачу, при решении которой невозможно обойтись без поисковых действий. Но возможность сведения проблемы идентификации при действии возмущений ко второму методу Ляпунова и оптимальному управлению является конструктивной.

Отметим также особенность алгоритма, которая состоит в необходимости согласования уравнения связи для вспомогательной функции с минимизируемым функционалом, и необходимость решения систем матричных уравнений. Также отметим, что на самом деле уравнения Риккати в нашем случае получаются нестационарными, что усложняет решение. Этот недостаток устраняется введением в функционал частной производной по времени от функции Беллмана с отрицательным знаком, но этом несколько усложняются условия оптимальности.

Выводы. Предложенный алгоритм применим для решения задачи идентификации в натуральном времени. На его основе возможно построение методов квазиобращения и обращения матрицы, методов синтеза регуляторов с эталонной моделью, а также широкого класса задач теории управления, сводимых к постановке с применением второго метода Ляпунова. Метод применим в задачах обработки информации физических экспериментов. Например, в исследовательской задаче по изучению эффекта торсионной индукции, согласно утверждению о существовании которого напряжения кручения передаются на расстояние между материальными телами подобно тому, как это имеет место для электромагнитных процессов согласно эффекту электромагнитной индукции.