

УДК 004.043

Гамаюн В.П., д.т.н.,  
orcid.org/0000-0001-8239-8937

## МАКРООПЕРАТОРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Национальный авиационный университет

gamayun@nau.edu.ua

### Введение

Альтернативные формы организации вычислительного процесса для разрешения проблемы ускорения обработки в компьютерных средствах являются актуальными. Эффективное алгоритмическое и аппаратно-программное инструментальное обеспечение может быть построено на макрооператорном принципе организации вычислительного процесса. Часть или полностью алгоритм заменяются конструкцией, реализуемой как единое целое. Такая организация предполагает применение эквивалентной модели вычислений за меньший промежуток времени, что достигается структурной поддержкой в архитектуре компьютерных средств. В настоящее время макрооператорную организацию предложено реализовывать на базе многооперандной обработки, специального кодирования данных – разрядно-логарифмического счисления, а также аппарата цепных робей как эффективной макрооператорной модели.

### Цель

Разработка и исследование новой модели вычислений на основе трендовых макрооператорных подходов для альтернативных компьютерных технологий обработки данных, новых высокопроизводительных структур универсального и специализированного назначения.

### Основная часть

Рассмотрим основные особенности макрооператорных методов организации вычислений. Главными характеристиками многооперандного подхода являются [1-8]:

- наличие связности операторов в алгоритмической ветви алгоритма;

- однотипность операторов;
- отсутствие условных операторов.

При таких условиях часть алгоритма или алгоритм в целом заменяется многооператорной конструкцией (макрооператором), которая реализуется за один операционный такт [5,6,9].

Исследования показывают, что большинство задач линейной алгебры успешно реализуются [11] многооперандными методами. Для алгебры полиномов следует применить следующие макрооператорные подходы с особенностями деления с адаптацией к оперативному изменению данных [7,8]. Такие методы является вариантом макрооператорной организации вычислений при разрядной обработке [7,8].

Рассмотрим вычисление оператора типа  $\sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j$ , компоненты которого изменяются на каждом шаге вычислений.

Пусть значения  $\sum_{i=1}^{i=k} A_i$  и  $\sum_{j=1}^{j=m} B_j$  представлены поразрядно со старших разрядов и такие разряды поступают в обработку последовательно. Задачей является определение коэффициентов коррекции для значений результата деления, полученных на предыдущем шаге и вычисление правильного результата с учетом новых значений данных.

Возможно использовать результат адаптивного вычисления  $A / \sum_{i=1}^k B_i$ , этапы выполнения которого определяют изменение значения результат как следующее действие:

$$CH_{c+1} = CH_c \pm M * CH_c,$$

$$M = V_{c+1} / V_1 + V_2 + \dots + V_{c+1},$$

где  $M$  – коэффициент коррекции на  $c+1$  шаге вычислений,  $CH_i$  – значение частного на  $i$ -том шаге вычислений,  $V_1 + V_2 + \dots + V_{c+1}$

– значение делителя на каждом шаге вычислений (суммы из предыдущих и поступающих значений делителя).

Для каждого изменения делимого  $\sum_{i=1}^{i=k} A_i$  возможно применить результат, рассмотренный выше и затем просуммировать полученные результаты. Другими словами, разделить  $\sum_{i=1}^{i=k} A_i$  на компоненты  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , сформировать:

$$A_1 / \sum_{j=1}^{j=m} B_j, A_2 / \sum_{j=1}^{j=m} B_j, \dots, A_k / \sum_{j=1}^{j=m} B_j.$$

и вычислять параллельно требуемые значения.

Однако кроме параллелизма в определении искомого значения возможно использовать и другой алгоритм вычислений. Для заданной формулы вычислений:

$$\sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j.$$

определим этапы, которые позволяют корректировать значение в целом при одновременном изменении делимого и делителя.

Определим дополнительный алгоритм вычисления при изменяемом делимом и неизменном делителе. Такой алгоритм определяет действия по формуле:

$$\sum_{i=1}^l A_i / B.$$

Адаптивные вычисления реализуются по формулам:

$$CH_{c+1} = CH_c \pm M * CH_c, \\ M = A_{c+1} / A_1 + A_2 + \dots + A_c,$$

где  $M$  – коэффициент коррекции на  $c+1$  шаге вычислений,  $CH_i$  – значение частного на  $i$ -том шаге (предыдущем шаге) вычислений,  $A_1 + A_2 + \dots + A_{c+1}$  – значение делимого на каждом шаге вычислений (суммы из предыдущих и поступающих значений делимого).

Пусть на определенном (предыдущем) этапе вычислений было получено значение в целом  $CH_1 = A_1 / B_1$  и значения делимого и делителя соответственно поступают в обработку старшими разрядами вперед:

$$A_1 = \sum_{i=1}^l A_i \text{ и } B_1 = \sum_{i=1}^l B_i.$$

На  $l+1$  шаге вычислений поступают значения  $A_{l+1}$  и  $B_{l+1}$ . Формула, составляемая путем математических преобразований следующая:

$$CH_{c+1} = CH_c \pm M_1 * CH_c \pm M_2 * CH_c \pm \\ M_1 * M_2 * CH_c,$$

$$M_1 = B_{c+1} / B_1 + B_2 + \dots + B_{c+1},$$

$$M_2 = A_{c+1} / A_1 + A_2 + \dots + A_c.$$

Вывод формулы определим из основных соотношений предыдущего и текущего значений результата деления:

$$\sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j.$$

Обозначим предыдущий результат деления как  $Y_{i-1}$ , текущий результат –  $Y_i$ , предыдущее значение делимого –  $A$ , предыдущее значение делителя –  $B$ , текущая цифра (число) делимого –  $a$ , текущая цифра делителя –  $b$ .

Значение текущего и предыдущего результатов деления по определению соответственно равны:

$$Y_i = A + a / B + b \text{ и } Y_{i-1} = A / B.$$

Выполним преобразования с целью получения зависимости предыдущего значения и текущего.

Если  $Y_i * (B + b) = A + a$ , то заменяя  $A$  на  $Y_{i-1} * B = A$ , получим:

$$Y_i * (B + b) = Y_{i-1} * B + a.$$

Группируя следующим образом:

$$B * (Y_i - Y_{i-1}) = a - Y_i * b.$$

и разделив на  $A$ , получаем:

$$(B/A) * (Y_i - Y_{i-1}) = a/A - Y_i * b/A.$$

С учетом того, что  $B/A = 1/Y_{i-1}$  и  $a/A = M_2$  получаем:

$$Y_i / Y_{i-1} - 1 = M_2 - Y_i * b/A.$$

Перепишем полученное уравнение как:

$$Y_i * (1/Y_{i-1} + b/A) = M_2 + 1.$$

Далее получим формулу для  $M_1$  в виде:

$$M_1 = 1 / (B/b + 1).$$

Для получения формулы для  $b/B$  выполним преобразования:

$$1/M_1 = B/b + 1, \text{ и}$$

$$b/B = (1/M_1 - 1)^{-1} = M_1 / (1 - M_1).$$

Разделив и умножив левую часть на  $A$  получаем:

$$A * b / B * A = M_1 / (1 - M_1).$$

и с учетом того, что  $Y_{i-1} = A/B$  определяем:

$$(v/A) * Y_{i-1} = M_1 / (1 - M_1).$$

Выделяя  $v/A$ , подставим в уравнение:

$$v/A = M_1 / ((1 - M_1) * Y_{i-1}),$$

$$Y_i * (1 / Y_{i-1} + M_1 / ((1 - M_1) * Y_{i-1})) = M_2 + 1.$$

Выполнив преобразования, получим искомое выражение:

$$Y_i / Y_{i-1} * (1 + M_1 / (1 - M_1)) = M_2 + 1,$$

$$Y_i / Y_{i-1} * (1 / (1 - M_1)) = M_2 + 1,$$

$$Y_i = Y_{i-1} - Y_{i-1} * M_1 + Y_{i-1} * M_2 - Y_{i-1} * M_1 * M_2.$$

С учетом знаков поступающих в обработку разрядов делимого и делителя, общий вид значения результата на  $i$ -том шаге вычислений следующий:

$$Y_i = Y_{i-1} \pm Y_{i-1} * M_1 \pm Y_{i-1} * M_2 \pm Y_{i-1} * M_1 * M_2.$$

Полученный результат применим для вычисления выражений следующего типа:

$$C \pm \sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j, Z - \sum_{w=1}^{w=t} D_w / (C \pm \sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j).$$

Вычисления по таким формулам являются базовыми при использовании аппарата цепных дробей. Основная цель – применения такого аппарата в организации вычислительного процесса. При использовании цепных дробей, ветвящихся цепных дробей возможна универсальная, типовая организация вычислений, которая при соответствующей структурной поддержке может составить основу построения аппаратной части компьютерной среды [7,10].

Рассмотрим пример вычисление рациональной функции:

$$\frac{15 - 21x^2 + x^4}{15 - 6x^2}$$

имеющей следующее разложение в цепную дробь  $[1; -x^2/1; -x^2/3; -x^2/5]$ .

По варианту вычислений с одним значащими разрядом получаем отклонение в 194% (0,802), второй вариант с двумя значащими разрядами получаем 20,9%. Такой резкий скачок в приближении к результату объясняется особенностью алгоритма исходных вычислений. При изменении, например, знаков в отношениях полиномов на +, т.е. вычисления выполняем для отношения:

$$\frac{15 + 21x^2 + x^4}{15 + 6x^2}$$

имеющего следующее разложение в цепную дробь  $[1; +x^2/1; -x^2/3; +x^2/5]$ .

Схема вычислений, по которой выполняются действия, следующая:

$$\frac{1+x^2}{1+x^2} \cdot \frac{1+x^2}{3+x^2} \cdot \frac{1+x^2}{5}$$

Для значения  $x = 121$  ( $x=6.5.4.3.0$ . в разрядно-логарифмической форме) процентное соответствия правильному результату при последовательном включении в обработку является следующим:

$$x=6.-29,6\%$$

$$x=6.5.-62\%$$

$$x=6.5.4.-85\%$$

$$x=6.5.4.3.-98,3\%$$

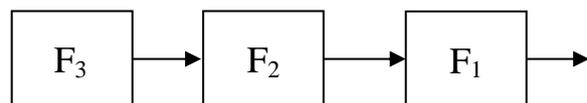
$$x=6.5.4.3.0-100\%.$$

Таким образом получена методология вычислений с оперативным изменением (поразрядным) данных. Применяя теоретические результаты по разработке моделей вычислений с оперативным изменением данных, рассмотрим конвейерную схему вычислений для цепной дроби. Разделим данную схему на звенья, предполагая конвейерный метод вычислений [7] –  $F_1 = 1 - x^2 / F_2, F_2 = 1 - x^2 / F_3, F_3 = 3 - x^2 / 5$ .

Общая основная формула вычислений в звене, следующая:

$$F_i = C \pm \sum_{i=1}^{i=k} A_i / \sum_{j=1}^{j=m} B_j.$$

В такой формуле значения числителя изменяются последовательно – поступают в обработку старшими разрядами. Общая схема вычислений конвейерного типа, следующая:



Признаком такой схемы является то, что в ней отсутствует фаза разгона конвейера, т.е. в звеньях вычисления начинаются одновременно. Между звеньями конвейера поступают данные, соответствующие корректирующим значениям. Такие значе-

ния вычисляются по формулам, указанным выше. Результаты вычислений по такой модели совпадают с приведенными примерами вычислений рациональных функций [7,8,11]. Модели вычислений были проверены на типовых вычислительных задачах со значительными результатами по количеству шагов вычислений [7,11].

### **Выводы**

Организация вычислительного процесса является актуальной для вычислительной техники. Новые решения, основанные на интеграции обработки в алгоритмической ветви, все больше внедряются в практику. Уменьшение размерности ярусно-параллельной формы алгоритма приводит к увеличению производительности компьютерных средств. При этом появляются новые структурные решения и изменение методов и средств программирования. В специализированных компьютерных системах и средствах такие макрооператорные подходы успешно применяются в различных приложениях.

### **Литература**

1. Гамаюн В.П. Макрооператорные методы вычисления многоместных произведений // Микропроцессорные системы и их применение. – К: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1990. – С. 23-28.
2. Гамаюн В.П. Организация вычислений при разрядно-логарифмическом представлении данных. – К., 1996. – 17 с. – (Препр. / НАН Украины; Институт кибернетики им. В.М. Глушкова; 96-9).

3. Гамаюн В.П. Макрооператорная организация вычислений с преобразованием многорядного кода // УСиМ. – 1997. – №4/5. – С. 20-23.

4. Гамаюн В.П. Организация обработки в многооперандных вычислительных структурах. – К., 1996. – 20 с. – (Препр. / НАН Украины; Институт кибернетики им. В.М. Глушкова; 96-3).

5. Гамаюн В.П. Концепция многооперандной обработки. – К.: 1997. – 30 с. – (Препр. / НАН Украины; Институт кибернетики им. В.М. Глушкова; 97-8).

6. Гамаюн В.П. Способ ускоренного преобразования многорядного кода в однорядный // УСиМ. – 1995. – №4/5. – С. 10-14.

7. Гамаюн В.П. О повышении эффективности методов операции деления // Методы и средства обработки информации в системах реального времени. – К.: Ин-т кибернетики имени В.М. Глушкова АН УССР, 1990. – С. 23-33.

8. Гамаюн В.П. Метод реализации макрооператоров с делением // УСиМ. – 1993. – № 2. – С. 25-29.

9. Гамаюн В.П. Алгоритм ускоренного выполнения последовательных вычислений // Проблемы информатизації та управління: Зб.наук.пр. – К.: НАУ, 2007. – Вип. 1(19). – С. 32-36.

10. Скоробагатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и её применение в вычислительной математике. – М.: Наука, 1983. – 312 с.

11. Некоторые вопросы вычислительной математики. – К.: 1980. – 25 с. – (Препр. / АН УССР Институт Кибернетики; 80-41).

**Гамаюн В.П.**

## **МАКРООПЕРАТОРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

*Предложена реализация вычислительного процесса путем использования макрооператоров на базе многооперандных методов обработки, аппарата цепных дробей-макрооператоров с поразрядным конвейерным вычислением. Такая организация не имеет недостатков известных решений, а именно параллельных форм, и поэтому является альтернативной для построения новых высокопродуктивных компьютерных архитектур. При такой организации применяется разрядно-логарифмическое представ-*

ление данных, при котором ненулевые разряды операндов кодируются в виде кодов значений их весовых коэффициентов. Непозиционные свойства такого кодирования позволяют выполнять независимую параллельную обработку операндов различных математических выражений.

Таким образом на начальном этапе вычислений в ветви алгоритма или алгоритме в целом выполняется трансформация в форму, определяемую макрооператором многооперандной обработки, цепной дробью или комбинациями из выше названных. Новая, полученная форма рассматривается как конвейер одноступенчатый или многоступенчатый, в котором вычисления выполняются одновременно, без правил последовательных зависимых преобразований, таким образом преодолевая зависимость по данным. Общая производительность при определении результата возрастает до производительности ступени конвейера без затрат на его разгон. Другим показателем производительности является эквивалентное количество операций, выполненное в новой форме представления алгоритма или его ветви.

**Ключевые слова:** макрооператор, многооперандная обработка, цепные дроби, поразрядный конвейер.

**Gamayun V.P.**

## MACROOPERATOR ORGANIZATION OF COMPUTING PROCESS

*The implementation of the computational process by using macro-operators based on multi-operand processing methods, the apparatus of chain shots and micro-operators with bit-by-bit pipeline computation is proposed. Such an organization has no disadvantages of known solutions, namely parallel forms, and therefore is an alternative for building new highly productive computer architectures. With such an organization, a bit-logarithmic representation of data is used, in which non-zero discharges of operands are encoded in the form of codes for the values of their weighting coefficients. The non-positive properties of such encoding allow independent parallel processing of operands of various mathematical expressions.*

*Thus, at the initial stage of calculations in a branch of the algorithm or the algorithm as a whole, a transformation is performed into a form determined by a multi-operator of multi-operand processing, a chain fraction or combinations of the above. The new, resulting form is considered as a one-stage or multi-stage pipeline, in which calculations are performed simultaneously, without the rules of successive dependent transformations, thus overcoming the dependence on the data. The overall performance of the result determination increases to the performance of the pipeline step without the cost of overclocking it. Another measure of performance is the equivalent number of operations performed in a new form of representation of an algorithm or its branch.*

**Keywords:** macrooperator, multioperational processing, chain fraction, bit-processing convertor.