

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ПАСАЖИРОПОТОКІВ НА ВНУТРІШНІХ ЛІНІЯХ ПО ОСНОВНИХ АЕРОПОРТАХ УКРАЇНИ В ПРОГНОЗОВАНОМУ ПЕРІОДІ

Інститут інформаційно-діагностичних систем Національного авіаційного університету

*Визначено прогнозуючий розподіл пасажиропотоків на кожен основний аеропорт України з метою максимального задоволення запросяв населення повітряними перевезеннями. Представлені розрахунки дозволяють визначити необхідну кількість перспективних повітряних судів на внутрішніх авіалініях.*

### Постановка проблеми

Жодна галузь промисловості, жоден вид бізнесу не можуть успішно існувати без побудови моделі розвитку ситуації в даній області діяльності як у найближчому, так і у віддаленому майбутньому. Повітряний транспорт має потребу в достовірному прогнозі, мабуть, навіть більшою мірою, чим інші галузі економіки, у чинності своєї високої капіталомісткості в сполученні з низькою нормою рентабельності. Темпи розвитку повітряних перевезень прямо впливають на плани виробників авіаційної техніки, а також постачальників послуг цивільної авіації: аеропортів, підприємств керування повітряним рухом, паливних компаній, авіаремонтних заводів і т. д.

Перевезення становлять основу конкуренції на транспорті – збільшення обсягів перевезень приводить до технічного лідерства, а поліпшення якості перевезень – до відкриття й модифікації ринків транспортних і інших послуг, тому для обґрунтування стратегії подальшого розвитку повітряної транспортної системи необхідно скласти прогноз загального обсягу пасажирських авіаперевезень.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

При прогнозуванні потреб у перевезеннях часто використається метод множинної регресії. Так, на основі рівняння множинної регресії, що враховує такі показники, як валовий національний продукт, національний науково-технічний рівень, обсяги вантажопотоків, коефіцієнт

промислового росту й ряд інших, були прогнозовані обсяги повітряних вантажних перевезень і, як слідство, необхідні для цього обсяги виробництва транспортних літаків [1]. Коефіцієнти регресії в цьому випадку визначалися на основі вихідних даних стандартним методом найменших квадратів.

При дослідженні транспортних перевезень чиказького регіону [2] застосування регресії, що враховує такі показники, як кількість власників автомобілів і щільність населення, дозволило досить точно оцінити кількість поїздок, що доводяться на одну родину. У цьому дослідженні використалися методи нелінійної інтерполяції, зокрема поліноми й функції Гаусса для інтерполяції нелінійних тимчасових залежностей числа автобусних і автомобільних поїздок, що доводяться на один жителя.

Більш складним і тому рідше використовуваним методом прогнозування є факторний аналіз. Цей метод складається в комбінуванні великого числа вихідних змінних в істотно менше число груп, що включають сильно корелюють змінні. Іноді даний метод використовується перед застосуванням регресійного аналізу, завдяки чому останній стає більш ефективним. Факторний аналіз був використаний у роботі [3] для виявлення характерних ділянок транспортних мереж і основних напрямків потоків вантажів між різними країнами, а в роботі [4] – для визначення ефективних потреб у різних видах міського транспорту.

Моделі розвитку дозволяють визначити перспективний розподіл поїздок між різними парами виділених зон на основі вихідних даних про кількість виїздів і в'їздів для окремих зон і кількості поїздок між різними парами зон. Прогнозовані значення вихідних змінних виходять від відомих (на момент складання прогнозу) значень за допомогою коефіцієнта розвитку, що являє собою оцінку очікуваних змін у щільноті населення й у ступені використання територій розглянутих зон. На основі моделі розвитку розроблений метод Фратера [2].

Основне припущення, застосоване в методі Фратера, полягає в тому, що кількість перельотів з  $i$ -ї зони в  $j$ -у зону для деякого майбутнього моменту часу пропорційно вихідному числу всіх вильотів з  $i$ -ї зони, помноженому на коефіцієнт розвитку  $j$ -ї зони. Загальне співвідношення, використовуване в методі Фратера, має такий вигляд:

$$T_{ij} = t_{ij} F_i F_j \sum t_{ix} / (\sum t_{ix} F_x). \quad (1)$$

Оскільки величини, обумовлені з двох наведених вище співвідношень, як правило, не задовільняють умові

$$\sum T_{ij} = F_j \sum t_{ij}, \quad (2)$$

то для його виконання необхідно використати метод послідовних наближень.

Модель конфліктуючих можливостей заснована на припущення про те, що число людей, які вилітають із деякого пункту, прямо пропорційно числу «можливостей», що є на маршруті, і обернено пропорційно числу «реалізованих можливостей». У якості згаданих «можливостей» можна розглядати, наприклад, міста, у яких може бути запропонована робота (для людей, які шукають роботу), курорти (для людей, які бажають відпочити).

Модель конфліктуючих можливостей математично може бути представлена за допомогою виразу:

$$T_{ij} = O_i \left[ e^{-LD} - e^{-L(D+D_j)} \right], \quad (3)$$

де  $T_{ij}$  – кількість поїздок з  $i$ -ої зони;

$O_i$  – загальна кількість поїздок, які починаються в  $i$ -ї зоні;

$D$  – кількість поїздок, які закінчуються в  $j$ -ї зоні;

$L$  – деяка оцінка ймовірності того, що у випадково вибраному пункті призначення може бути досягнута мета окремої поїздки ( $L$  являє собою величину, яку необхідно визначити на основі вихідних даних; вона характеризує ступінь убування величини  $T_{ij}$  зі збільшенням числа цілей і довжини маршруту);  $e$  – основа натурального логарифма.

Основою моделі рівних можливостей є розподіл перевезень, які характеризуються однаковими часами, відстанню й вартістю, по групах однотипних перельотів, тобто перельотів з однаковими цілями. Виділені таким способом рівномірні перельоти в границях кожної групи.

Модель переваги являє собою модель розподілу перельотів трохи іншого типу, ніж розглянуті вище. Основне припущення, використовуване при побудові даної моделі, полягає в тому, що для кожного пункту відправлення можна оцінити перевагу всіх можливих пунктів призначення, а для кожного пункту призначення можна оцінити перевагу всіх можливих пунктів відправлення. У даній моделі з'єднання двох певних пунктів відправлення й призначення може бути оптимальним тільки для одного з пунктів, причому таке з'єднання повинне задовільняти деяким умовам стійкості.

У моделі притягання, що є широко розповсюдженою моделлю, робиться оцінка кількості перельотів з  $i$ -ї зони в зону  $j$ -у на основі припущення про те, що розглянута величина прямо пропорційна деякому коефіцієнту «привабливості»  $j$ -ї зони й обернено пропорційна коефіцієнту, що характеризує далекість  $i$ -ї і  $j$ -ої зон друг від друга (в одиницях або часі відстані).

Модель притягання можна представити математично за допомогою наступного вираження:

$$N_{ij} = (P_i A_j L_{ij} K_{ij}) / (\sum A_j L_{ij} K_{ij}), \quad (4)$$

де  $N_{ij}$  – число перельотів з  $i$ -ї зони, надаваних завдяки привабливості  $j$ -ї зони;

$P_i$  – загальне число поїздок, які починаються в  $i$ -й зоні;

$A_j$  – загальне число поїздок, притягнутих  $j$ -ю зоною;

$L_{ij}$  – емпірично обумовлений коефіцієнт далекості;

$K_{ij}$  – коефіцієнт за допомогою якого враховуються ефекти соціального й економічного характеру.

Успіх цієї моделі пояснюється її простотою, а також тим, що на агрегатному рівні розгляди є невелике число параметрів, які необхідно визначати попередньо з необхідної для прогнозу ступенем точності.

Модель притягання, модель конфліктуючих можливостей, а також метод Фратера були піддані порівняльному аналізу шляхом їхнього одночасного використання для вивчення розподілу перельотів у Вашингтоні – виявилося, що прогноз на основі моделі притягання є набагато більш точним і повним, ніж на основі моделі конфліктуючих можливостей.

### **Формулювання цілей статті**

Ціль даної статті – на основі рівняння множинної регресії, що враховує валовий національний продукт, обсяги пасажиропотоків, середньорічний пасажирський тариф на внутрішніх авіалініях, % до середньомісячної заробітної плати, перевищити обсяги пасажирських авіаційних перевезень, що дає передумову визначити необхідні для цього обсяги виробництва пасажирських літаків.

### **Виклад основного матеріалу**

Розглянемо тепер більш докладно методи прогнозування стосовно пасажирського авіаційного транспорту. Викорис-

товувані в цьому випадку так звані моделі розподілу поїздок містять у собі моделі розвитку конфліктуючих можливостей, рівних можливостей, переваги й притягання. Ці моделі побудовані на різних теоретичних припущеннях щодо того, яким чином локалізація пунктів відправлення й призначення, обсяг перевезень і інші елементи авіатранспортної системи взаємозалежні з іншими вихідними змінними. У якості останніх виступають такі параметри, як планований ріст тарифів, коефіцієнти реальної зайнятості, розташування торгівельних зон або зон розваг і відпочинку, просторовий і тимчасовий поділ різних міст, фактори привабливості тих або інших районів міста.

Аналіз основних моделей розподілу поїздок показав, що всі вони носять емпіричний характер, при якому неможливо встановити ймовірність вильоту пасажира в той або інший аеропорт.

А нам необхідно врахувати насамперед нерівномірність пасажиропотоку в часі, наявність періодів пікових навантажень по обсягах пасажирських перевезень, що відповідають мінімальному й максимальному значенню.

Тому, використовуючи модель притягання, для розробки математичної моделі прогнозу розподілу пасажиропотоків авіатранспортом, за базову модель приймо полумарківську модель.

Представимо комплекс із семи аеропортів у містах Дніпропетровськ (Дп); Донецьк (Дц); Київ (Жуляни + Бориспіль) (К); Львів (Л); Одеса (О); Сімферополь (С) і Харків (Х) у вигляді системи з дискретною безліччю станів  $N=7$ , переходи між якими можливі в дискретні моменти часу експлуатації  $t = 1, 2, \dots, 365$ , тобто у вигляді *дискретного марківського процесу*.

Вважаємо, що переход з одного стану в інший (переліт з одного аеропорту в інший) відбувається з відповідною залежністю від часу локальною ймовірністю переходу  $P(t)_{i,j}$ , що є умовою стосовно факту виникнення переходу-стрибка).

Індекси  $i, j$  – відповідно, аеропорт вильоту й аеропорт посадки.

Для зручності подальшого викладу, зокрема, для нумерації елементів матриць, кожному місту (стану) доцільно привласнити індивідуальний індекс. Нехай:  $\text{Дп} = 1; \text{Дц} = 2; \text{К} = 3; \text{Л} = 4; \text{О} = 5; \text{С} = 6; \text{Х} = 7$ .

Оскільки система може перебувати в одному з  $N$  станів, з якого, у свою чергу, може перейти в одне з  $N-1$  станів, то для кожного моменту часу  $t$  необхідно задати  $N^2 - N$  ймовірностей переходу  $P(t)_{i,j}$ , які зручно записати у вигляді матриці розмірністю  $N \times N$ :

$$P(t) = \begin{vmatrix} 0 & P(t)_{1,2} & \dots & P(t)_{1,N} \\ P(t)_{2,1} & 0 & \dots & P(t)_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P(t)_{N,1} & P(t)_{N,2} & \dots & 0 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Варто мати на увазі, що в позначеннях  $P(t)_{i,j}$  перший індекс означає стан системи в попередній (поточний) момент часу, а другий указує на можливий стан системи в наступний момент.

Матрицю (5) назовемо *перехідною* або *матрицею переходу*. Її особливість у тім, що вона містить імовірності всіх можливих переходів системи. Очевидно, що ці переходи утворять *повну групу подій*, так що сума ймовірностей всіх елементів дорівнює одиниці.

Представимо матрицю переходу аналізованої системи у вигляді схематичної моделі – *сигнального графа дискретних станів системи* (рис. 1), інтерпретуючи переходи системи зі стану  $i$  у стан  $j$  як передачу сигналу від одного вузла до іншого з коефіцієнтом передачі  $P(t)_{i,j}$ .

Імовірність переходу системи зі стану  $i$  у стан  $j$  для кожного моменту часу  $t$  у загальному випадку є функцією ряду параметрів:

$$P(t)_{i,j} = f(A_i, K_i, L_{i,j}, P_{C_{i,j}}, P_{B_{i,j}}) \lambda(t)_j, \quad (6)$$

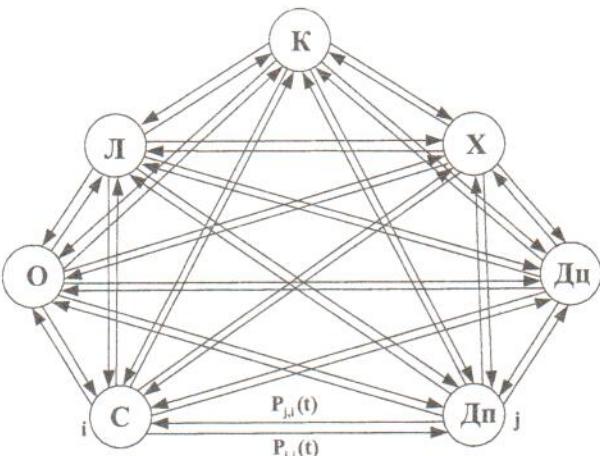


Рис. 1. Граф дискретних станів системи

де  $A_i$  – питома кількість населення  $i$ -го міста,

$$A_i = \frac{A_{0_i}}{A_{\sum}}, \quad (7)$$

де  $A_{0_i}$  – населення  $i$ -го міста;

$A_{\sum}$  – сумарне населення розглянутих міст;

$K_i$  – коефіцієнт заробітної плати населення  $i$ -го міста,

$$K_i = \frac{K_{0_i}}{K_{\sum}}, \quad (8)$$

де  $K_{0_i}$  – середня заробітна плата по  $i$ -му місту;

$K_{\sum}$  – сумарна середня заробітна плата по розглянутих містах;

$L_{i,j}$  – емпіричний коефіцієнтдалекості  $i$ -го міста від  $j$ -го,

$$L_{i,j} = \frac{L_{0_{i,j}}}{L_{\max}}, \quad (9)$$

де  $L_{0_{i,j}}$  – відстань між  $i$ -м і  $j$ -м містами;

$L_{\max}$  – максимальна відстань серед розглянутих варіантів;

$P_{C_{i,j}}$  – імовірність вибору  $j$ -го міста жителем  $i$ -го міста для ділової, сімейної, туристичної й т. ін. поїздки,

$$P_{C_{i,j}} = \phi(C_{i,j}), \quad (10)$$

де  $C_{i,j}$  – коефіцієнт привабливості  $j$ -го міста для жителів  $i$ -го (курортна зона, промислова зона для відряджень, центр туризму й т. ін.). Визначається експертним шляхом (за допомогою аналізу процентного співвідношення між діловими, туристичними, сімейними й т. ін. поїздками);

$P_{B_{i,j}}$  – імовірність вибору для поїздки з  $i$ -го міста в  $j$ -е повітряного транспорту. Даний показник є інтегральним і в загальному випадку враховує такі фактори, як час перебування в дорозі, вартість квитка й т. ін. Припускаємо, що дані фактори є функцією відстані між містами:

$$P_{B_{i,j}} = \psi(L_{0_{i,j}}); \quad (11)$$

$\lambda(t)_j$  – інтенсивність польотів в  $j$ -й місто, що враховує залежність імовірності переходу з  $j$ -ї стану з будь-яких інших станів від часу  $t$ . Введення даного множника пов'язане з тим, що в загальному випадку все з перерахованих вище параметрів у тім або іншому ступені змінюються із часом (так, наприклад, зміна сезонів спричиняє зміну ступеня привабливості того або іншого міста, зміна заробітної плати (особливо в містах, наявність роботи в яких має яскраво виражений сезонний характер), сезонні знижки вартості квитків і т. д.

### Висновки

Таким чином, комплекс із базових аеропортів у відповідних містах представлений у вигляді системи з дискретною безліччю станів, переходити між якими можливі в дискретні моменти часу експлуатації у вигляді полумарківського процесу. Це пояснюється нерівномірністю пасажиропотоку в часі, наявністю періодів пікових навантажень по обсягах пасажирських перевезень, що відповідають мінімальному й максимальному значенню.

Даний підхід є одним з можливих шляхів одержання результатів прогнозування – математична обробка даних за поточний період з одержанням аналітичних залежностей, які надалі будуть використатися для одержання даних на перспективу.

### Список літератури

1. Вопросы совершенствования планирования и применения математических методов на транспорте./ Сб. статей. – М.: ИКТП, 1998. – 223 с.
2. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими. – М.: Транспорт, 1989. – 424 с.
3. Блинов О. Е. Статистические имитационные модели прогнозирования. – М.: Экономика, 1991. – 78 с.
4. Гончаров М. Ю. Системний факторний аналіз економічних процесів на транспорті. – К.: Логос, 1999. – 423 с.