

Житецкий Л. С., канд. техн. наук,
Сущенко О. А., канд. техн. наук,
Голота А. Н.
Артасюк Ю. А.

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОЙ ЦИФРОВОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ С КОСВЕННОЙ СВЯЗЬЮ ПО ЗАДАЮЩЕМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ

Институт электроники и систем управления Национального авиационного университета

В статье решается задача структурно-параметрического синтеза цифровой следящей системы, основанного на использовании процедуры оценивания будущих значений неизмеряемого задающего воздействия. Приводятся результаты моделирования.

Введение

Известен класс следящих систем, имеющих ту специфическую особенность, что входным сигналом служит там не задающее воздействие, как обычно, а сигнал рассогласования между задающим воздействием и выходной переменной. К этому классу систем относятся, в частности, системы автосопровождения летательных аппаратов, построенные на базе радиолокационных станций [1].

Существеннее возможности повышения качества функционирования следящих систем отказывает, как известно, введение в контур управления цифровых вычислительных устройств (ЦВУ), которое предусматривает дискретизацию во времени всех сигналов, подлежащих обработке. Это позволяет реализовать различные методы минимизации среднеквадратической ошибки дискретных (цифровых) следящих системах со случайным задающим воздействием и управлением по отклонению (см., например, [1, гл. VI]). Между тем существуют другие методы повышения динамической точности систем управления, основанные на использовании теории инвариантности [2]. В свое время в рамках этой теории Г.Ф. Зайцевым [2] была выдвинута заманчивая идея построения инвариантных непрерывных следящих систем с косвенной связью по задающему воздействию, не доступному для измерения. В работе [3]

эта идея получила распространение применительно к цифровым следящим системам, у которых приведенная непрерывная часть обладает свойством минимальной фазовости.

К сожалению, предложенный в [3] подход не применим к неминимально-фазовым дискретным динамическим объектам. В то же время известно [4,5], что при достаточно большей частоте квантования сигналов по времени объект теряет свойство минимальной фазовости, когда разность порядков числителя и знаменателя его дискретной передаточной функции превышает двух. Оказывается, что при наличии неминимально-фазового объекта теоретически можно обеспечить сколь угодно малую динамическую ошибку, если использовать информацию о будущих значениях задающего воздействия [6]. Примечательно, что спустя более четверти века после опубликования работы [6] по существу тот же самый метод (но с иных позиций) был независимо предложен в США [7].

На основе развития подхода [6] в работе [8] в самых общих чертах изложен метод структурно-параметрической оптимизации цифровой следящей системы с косвенной связью по задающему воздействию, содержащего как детерминированную, так и случайную составляющие. Этот метод предусматривает прогнозирование будущих значений задающего воз-

действия с использованием процедуры Бокса-Дженкинса [9] (как и в [3]).

Цель настоящей работы – детализация предложенного в [8] метода и проведение модельных экспериментов.

Постановка задачи

Рассматривается система, в которой следящий привод в разомкнутом состоянии имеет передаточную функцию

$$W_0(s) = \frac{k}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (1)$$

где k – коэффициент усиления, τ_1 и τ_2 – постоянные времени, причем $\tau_1 \neq \tau_2$.

Основное предположение состоит в том, что параметры k , τ_1 , τ_2 следящего привода априори известны конструктору системы. Считается, что сигнал $y^*(t)$, определяющий желаемое движение системы как функция времени t , непосредственно отсутствует. Имеется только информация о рассогласовании $e(t) = y^*(t) - y(t)$ между требуемым $y^*(t)$ и истинным $y(t)$ значениями выходной переменной системы. Эта информация поступает периодически с некоторым интервалом T_0 в дискретные моменты времени $t = nT_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Итак, в качестве входного сигнала выступает последовательность $\{e_n\}$. Управляющее воздействие u_n , формируемое в каждый n -й момент цифровым вычислительным устройством (ЦВУ), сохраняется неизменным в течение всего интервала времени $[nT_0, (n+1)T_0)$.

Как и в [8], будем считать, что последовательность $\{y_n^*\}$, определяющая желаемые значения выходной переменной $y(t)$ в моменты $t = 0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0, \dots$, содержит детерминированную и случайную составляющие и описывается разностным уравнением

$$y_n^* - y_{n-1}^* = m + s_n^*. \quad (2)$$

В этом уравнении

$$m = T_0 \frac{dy^*(t)}{dt}$$

– среднее значение изменения y_n^* за один интервал T_0 , относительно которого известна его верхняя оценка

$$|m| \leq \bar{m}; \quad (3)$$

s_n^* – случайная переменная.

Согласно [1, гл. VI, §1] последовательность $\{s_n^*\}$ представляет собой процесс авторегрессии первого порядка [9, с. 24]. Уравнение этого процесса имеет вид

$$s_n^* + c_1 s_{n-1}^* = \zeta_n. \quad (4)$$

Здесь $\{\zeta_n\}$ – последовательность независимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием (дискретный белый шум), а c_1 – коэффициент, удовлетворяющий условию стационарности

$$-1 < c_1 < 0. \quad (5)$$

Предполагается, что значение коэффициента c_1 в уравнении (5) априори известно. Кроме того, считается, что последовательность $\{\zeta_n\}$ ограничена по уровню:

$$|\zeta_n| \leq \varepsilon < \infty \quad \forall n, \quad (6)$$

где ε – известное число.

Будем оценивать качество слежения системы функционалом

$$J = \sup_{\{y_n^0\}} \lim_{n \rightarrow \infty} \overline{|y_n^* - y_n|}, \quad (7)$$

где супремум берется по всевозможным последовательностям $\{y_n^0\}$, которые удовлетворяют ограничению (3), (6).

Задача состоит в том, чтобы синтезировать систему, обеспечивающую выполнение требования

$$J \leq J^0 + \delta, \quad (8)$$

в котором

$$J^0 = \inf_{\{u_n\}} J,$$

а δ – достаточно малое неотрицательное число, выбираемое конструктором.

Управление, при котором выполняется требование (8) для произвольного $\delta > 0$, уместно назвать субоптимальным (управление, при котором это требование выполняется для $\delta = 0$, по определению является оптимальным).

Свойства дискретной передаточной функции приведенной непрерывной части системы

Согласно [10, с. 36] дискретная передаточная функция приведенной части (ПНЧ) синтезируемой системы, которая включает фиксатор и следящий привод,

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -(e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2}), & a_2 &= e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}, \\ b'_1 &= 1 - \frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1 - \beta_2)}(1 - e^{-\beta_2}) + \frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1 - \beta_2)}(1 - e^{-\beta_1}), \\ b'_2 &= \frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1 - \beta_2)}(1 + e^{-\beta_1} - e^{-\beta_2} - e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}) - \frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1 - \beta_2)}(1 - e^{-\beta_1} + e^{-\beta_2} - e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}), \\ b'_3 &= \frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1 - \beta_2)}(e^{-\beta_2} - e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}) - \frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1 - \beta_2)}(e^{-\beta_1} - e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}) + e^{-\beta_1} e^{-\beta_2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Анализ квадратного уравнения

$$b'_1 \lambda^2 + b'_2 \lambda + b'_3 = 0 \quad (11)$$

с учетом выражений (10) коэффициентов b'_1, b'_2, b'_3 показал, что при любых $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0$ его дискриминант

$$d(\beta_1, \beta_2) = (b'_2)^2 - 4b'_1 b'_3$$

положителен:

$$d(\beta_1, \beta_2) > 0. \quad (12)$$

А это означает, что корни λ_1, λ_2 уравнения (11), являющиеся нулями полинома

$$B'(z^{-1}) = b'_1 + b'_2 z^{-1} + b'_3 z^{-2},$$

который фигурирует в числителе передаточной функции (9), заведомо вещественные числа. Более того, в силу (12)

$$\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0 \quad (13)$$

для всех $\beta_1 \in (0, \infty), \beta_2 \in (0, \infty)$, поскольку $b'_1 > 0, b'_2 > 0, b'_3 > 0$.

Свойство (12) наглядно иллюстрируется графиками, приведенными на рис. 1.

В работе [4] впервые было установлено, что в зависимости от значений β_1 и

описываемый передаточной функцией (1), имеет такой вид:

$$W(z^{-1}) = \frac{\mu z^{-1}(b'_1 + b'_2 z^{-1} + b'_3 z^{-2})}{(1 - z^{-1})(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})}. \quad (9)$$

Здесь $z = e^{sT_0}$ – оператор упрещения на один такт вперед,

$$\mu = kT_0,$$

а $a_1, a_2, b'_1, b'_2, b'_3$, – коэффициенты, которые зависят от безразмерных величин $\beta_1 = T_0/\tau_1, \beta_2 = T_0/\tau_2$ ($\beta_1 \neq \beta_2$) и определяются по формулам

β_2 возможен такой случай, когда неравенства (13) усиливаются, приобретая вид двухсторонних ограничений

$$-1 < \lambda_1 < 0, -1 < \lambda_2 < 0.$$

Этот случай соответствует, как известно, минимально фазовой ПНЧ (все нули $W(z^{-1})$ по модулю меньше единицы).

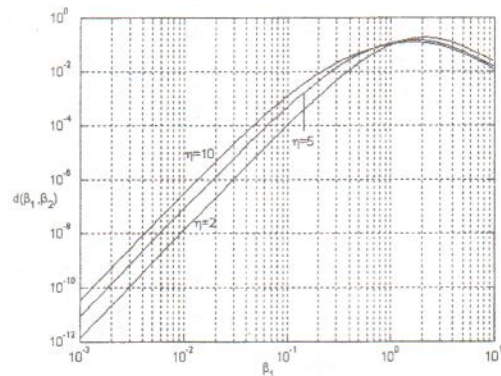


Рис. 1. Зависимость дискриминанта квадратного уравнения (11) от β_1 при различных значениях $\eta = \beta_2/\beta_1$

Как известно [11, п.1.12], для выполнения условий

$$|\lambda_1| < 1, |\lambda_2| < 1$$

независимо от знаков λ_1 и λ_2 необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты b'_1, b'_2, b'_3 в уравнении (11) удовлетворяли следующим трем неравенствам:

$$b'_1 + b'_2 + b'_3 > 0, \quad (14)$$

$$b'_1 - b'_2 + b'_3 > 0, \quad (15)$$

$$b'_1 - b'_3 > 0. \quad (16)$$

Оказывается, что неравенства (14) и (16) выполняются для всех $\beta_1, \beta_2 \in (0, \infty)$. Что же касается неравенства (15), то как показывает анализ, при определенных значениях β_1, β_2 оно может не удовлетворяться (в этом случае ПНЧ становится неминимально-фазовой). Таким образом, граница, разделяющая пространство $\{\beta_1, \beta_2\}$ на две области, одна из которых определяет набор переменных β_1, β_2 , которые соответствуют минимально-фазовой ПНЧ, а другая – неминимально-фазовой ПНЧ, описывается уравнением в неявной форме

$$b'_1 - b'_2 + b'_3 = 0. \quad (17)$$

Эта граница вместе с прямой $\beta_2 = \beta_1$ графически изображена на рис. 2.

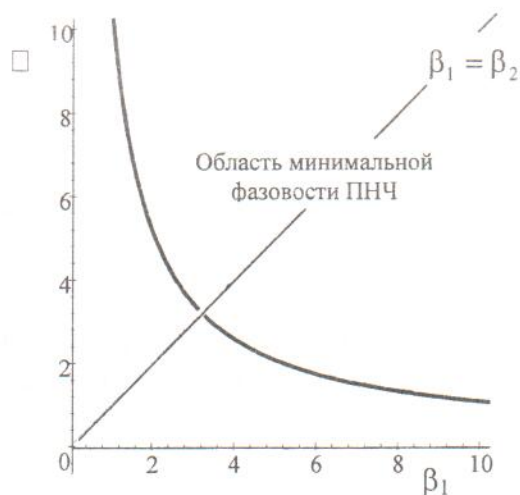


Рис. 2. Граница и области минимальной и неминимальной фазовой ПНЧ в плоскости переменных $\{\beta_1, \beta_2\}$.

Из рис. 2 можно понять, что при любом фиксированном соотношении между τ_1 и τ_2 , определяющем наклон $\eta = \tau_1 / \tau_2$ луча $\beta_2 = \eta\beta_1 : \beta_1 > 0$, для всех

достаточно малых значений периода дискретизации \dot{O}_0 ПНЧ приобретает свойство неминимальной фазовости, поскольку начальная часть этого луча лежит ниже упомянутой границы.

Построение закона управления

В соответствии с подходом, предложенным в работе [8], управляющее воздействие u_n в каждый n -й момент времени будем определять так:

$$u_n = u_n^{(s)} + u_n^{(c)}. \quad (18)$$

Здесь $u_n^{(s)}$ – сигнал, формируемый стабилизатором в цепи обратной связи; $u_n^{(c)}$ – сигнал, формируемый компенсатором, реализующим косвенную связь по задающему воздействию. Последнее может быть оценено суммой

$$y_n^* = e_n + y_n, \quad (19)$$

содержащей доступные для измерения сигналы e_n и y_n .

Структурная схема цифровой следящей системы, в которой операции (18) и (19) возлагаются на ЦВУ, представлена на рис. 3.

Для построения закона формирования $\{u_n^{(s)}\}$ составим полиномиальное уравнение

$$(1 - z^{-1})A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})G(z^{-1}) = 1 \quad (20)$$

относительно неизвестных полиномов $F(z^{-1})$ и $G(z^{-1})$. В этом уравнении

$$A(z^{-1}) = 1 + a'_1 z^{-1} + a'_2 z^{-2},$$

$$B(z^{-1}) = \mu(b'_1 + b'_2 z^{-1} + b'_3 z^{-2}).$$

Известно [1, гл. II, §2], что уравнение (20) имеет однозначное решение, если принять

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2}, \quad (21)$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2}.$$

Следуя [8], дискретную передаточную функцию стабилизатора $W_s(z^{-1})$ выбираем в виде

$$W_s(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})}{F(z^{-1})}. \quad (22)$$

Передаточная функция (22) определяет физически реализуемый стабилизатор. Согласно (22) с учетом выражений (21) закон формирования последовательности

$\{u_n^{(s)}\}$ описывается рекуррентным соотношением

$$u_n^{(s)} + f_1 u_{n-1}^{(s)} + f_2 u_{n-2}^{(s)} = g_0 e_n + g_1 e_{n-1} + g_2 e_{n-2}, \quad (23)$$

или (в компактной форме записи)

$$F(E)u_n^{(s)} = G(E)e_n,$$

где E – оператор сдвига на один такт назад ($Ex_n = x_{n-1}$).

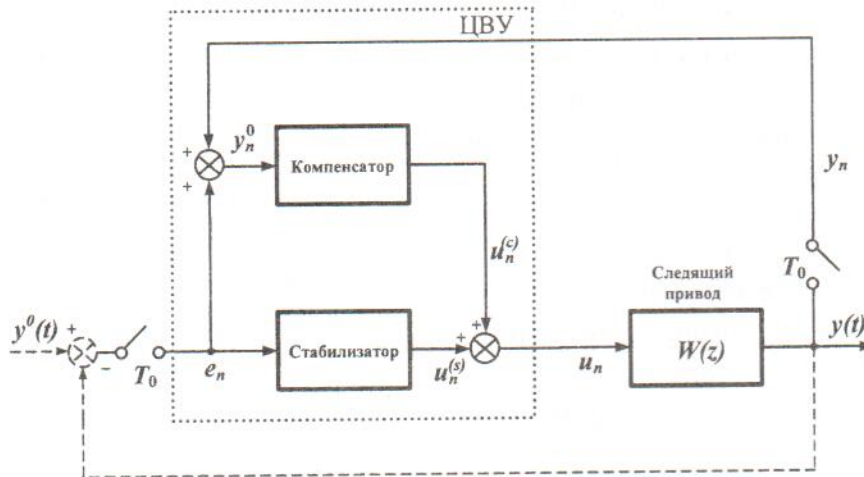


Рис. 3. Структурная схема цифровой следящей системы с косвенной связью по задающему воздействию

Для построения закона формирования $\{u_n^{(c)}\}$ поступим следующим образом. Перейдем для удобства от дискретной передаточной функции ПНЧ вида (9) к соответствующей ей передаточной функции

$$\tilde{W}(z) = \mu \frac{b'_1 z^2 + b'_2 z + b'_3}{(z-1)(z^2 + a_1 z + a_2)}. \quad (24)$$

Предположим, что $\lambda_1 < -1$ (случай неминимально-фазовой ПНЧ). Тогда полином $\tilde{B}(z) = b'_1 z^2 + b'_2 z + b'_3$ можно представить как произведение

$$\tilde{B}(z) = \tilde{B}^-(z) \tilde{B}^+(z), \quad (25)$$

в котором $\tilde{B}^-(z) = z - \lambda_1$, а

$$\tilde{B}^+(z) = b'_1(z - \lambda_2) \quad (26)$$

имеет нуль $\lambda_2 : |\lambda_2| < 1$.

Разложим дробно-рациональную функцию, обратную $\tilde{B}^-(z)$, в ряд по положительным степеням z :

$$\begin{aligned} \frac{1}{z - \lambda_1} &= -\lambda_1^{-1} - \lambda_1^{-2} z - \dots - \lambda_1^{-i} z^{i-1} - \dots = \\ &= -\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_1^{-i} z^{i-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Поскольку $|\lambda_1| > 1$, то коэффициенты этого ряда стремятся к нулю при неограниченном росте числа i :

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \lambda_1^{-i} = 0.$$

Ограничившись некоторым конечным числом $N \geq 1$ членов ряда (27), определим теперь передаточную функцию

$$\hat{W}_k(z) = \frac{(z-1)L(z)}{\mu B^+(z)}, \quad (28)$$

где

$$L(z) = -A(z)(\lambda_1^{-1} + \lambda_1^{-2} z + \dots + \lambda_1^{-N} z^{N-1}) \quad (29)$$

– полином вида

$$L(z) = l_0 + l_1 z + \dots + l_{N+1} z^{N+1} \quad (30)$$

с коэффициентами $l_0 = -\lambda_1^{-1} a_2, \dots, l_{N+1} = -\lambda_1^{N+1}$ [6,10].

Нетрудно видеть, что передаточная функция (28) с учетом (29) описывает физически нереализуемый преобразователь переменных, поскольку

$$1 + \deg L(z) - \deg B^+(z) = N + 1.$$

Для того чтобы использовать этот преобразователь как компенсатор динамической ошибки в системе со связями по задающему воздействию, в каждый n -й момент времени понадобилась бы информация о будущих значениях y_{n+1}^* , y_{n+2}^* , ..., y_{n+N+1}^* . Действительно, в соответствии с

(28), (29) связь между $u_n^{(c)}$ и y_n^* должна была бы определяться уравнением

$$\mu b_1'(u_n^{(c)} - \lambda_2 u_{n-1}^{(c)}) = r_n, \quad (31)$$

где

$$r_n = l_0 \nabla y_n^* + l_1 \nabla y_{n+1}^* + \dots + l_{N+1} \nabla y_{n+N+1}^* \quad (32)$$

– переменная, зависящая от $N+1$ будущих значений первых разностей $\nabla y_{n+i}^* = y_{n+i}^* - y_{n+i-1}^*$ задающего воздействия.

Чтобы построить физически реализуемый компенсатор, перейдем в уравнении (31) от переменной r_n к ее оценке

$$\hat{r}_n = l_0 \nabla y_n^* + l_1 \nabla y_n^*(1) + \dots + l_{N+1} \nabla y_n^*(N+1), \quad (33)$$

заменяя в (32) будущие значения ∇y_{n+i}^* на соответствующие им прогнозируемые значения $\nabla y_n^*(i)$ ($i = 1, \dots, N+1$), которые должны находиться на каждом n -м шаге посредством соответствующего алгоритма прогнозирования.

Для получения набора значений $\{\nabla y_n^*(1), \dots, \nabla y_n^*(N+1)\}$ выделим вначале из сигнала

$$\nabla y_n^* = \nabla e_n + \nabla y_n,$$

сформированного согласно (19), текущую оценку составляющей \hat{s}_n^* , используя соотношение

$$\hat{s}_n^* = \nabla y_n^* - m_n. \quad (34)$$

Последнее вытекает из (2) после замены там неизвестного m на его оценку m_n , определяемую по формуле [8]

$$m_n = \frac{y_n^* - y_0^*}{n}. \quad (35)$$

Используя развиваемый в [9, разд. 5.1] подход, на основании уравнения (4) находим $N+1$ прогнозируемых значений

$$\begin{aligned} \hat{s}_n^*(1) &= -c_1 \hat{s}_n^*, \\ \hat{s}_n^*(i) &= -c_1 \hat{s}_n^*(i-1), \quad i = 2, \dots, N+1. \end{aligned} \quad (36)$$

Имея в своем распоряжении эти прогнозируемые значения, затем находим

$$\nabla y_n^*(i) = \hat{s}_n^*(i) + m_n \quad (i = 1, \dots, N+1). \quad (37)$$

Процедуры (19), (34) – (37) позволяют формировать последовательность $\{u_n^{(c)}\}$ по закону

$$\mu b_1'(u_n^{(c)} - \lambda_2 u_{n-1}^{(c)}) = \hat{r}_n, \quad (38)$$

в котором переменная \hat{r}_n определяется выражением (33).

Соотношения (38), (23) совместно с (18) полностью определяют закон управления.

Выбор горизонта прогнозирования

Для решения этой задачи дадим верхнюю оценку сверху модуля ошибки прогнозирования

$$\psi_n(i) = \nabla y_{n+1}^* - \nabla y_n^*(i). \quad (39)$$

С этой целью на основании уравнения (4) запишем

$$\begin{aligned} s_{n+i}^* &= (-c)^i s_n^* + \zeta_{n+i} - c_1 \zeta_{n+i-1} + \dots \\ &\dots + (-c_1)^{i-1} \zeta_{n+1}. \end{aligned}$$

Тогда модуль составляющей $\psi_n^{(s)}(i)$ ошибки прогнозирования $\psi_n(i)$, обусловленной применением процедуры (36), оценивается так:

$$\begin{aligned} |\psi_n^{(s)}(i)| &= |\zeta_{n+1} - c_1 \zeta_{n+i-1} + \dots + \\ &+ (-c_1)^{i-1} \zeta_{n+1}| \leq \frac{1 - |c_1|^i}{1 - |c_1|} \sup_{n+1 \leq k \leq i} |\zeta_k|. \end{aligned} \quad (40)$$

(Здесь мы использовали известную формулу суммы геометрической прогрессии).

Определяя далее $\psi_n(i)$ как

$$\psi_n(i) = \psi_n^{(s)}(i) + \psi_n^{(m)},$$

где $\psi_n^{(m)}$ – составляющая, обусловленная использованием оценки (35), с учетом (40) находим

$$|\psi_n(i)| \leq \frac{1-|c_1|^i}{1-|c_1|} \sup_{n+1 \leq k \leq i} |\zeta_k| + |m - m_n|. \quad (41)$$

Согласно (38) можно записать

$$\mu b_1'(u_n^{(c)} - \lambda_2 u_{n-1}^{(c)}) = l_0 \nabla y_n^* + l_1 \nabla y_{n+1}^* + \dots + l_{N+1} \nabla y_{n+N+1}^* + \psi_n^{(r)}. \quad (42)$$

Здесь

$$\psi_n^{(r)} = l_1 \psi_n(1) + \dots + l_{N+1} \psi_n(N+1). \quad (43)$$

На основании (43) в силу ограничения (41) с учетом (29), (30) и того, что $m_n \rightarrow m$ при $n \rightarrow \infty$, получаем оценку сверху

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |\psi_n^{(r)}| \leq (1 + |a_1| + |a_2|) \sum_{i=1}^N \frac{1-|c_1|^i}{1-|c_1|} |\lambda_1|^{-i} \varepsilon - a_2 |\lambda_1^{-1}| \varepsilon,$$

которая после ряда преобразований приобретает вид

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |\psi_n^{(r)}| \leq \|A\|_1 \left\{ \frac{\varepsilon}{1-|c_1|} \left[\frac{1-|\lambda_1|^{-N}}{1-\lambda_1^{-1}} - \frac{1-|c_1/\lambda_1|^N}{1-|c_1/\lambda_1|} \right] - a_2 |\lambda_1^{-1}| \varepsilon \right\}, \quad (44)$$

где $\|A\|_1 = 1 + |a_1| + |a_2| - l_1$ – норма полинома $A(z)$.

Учитывая (42) и (44), а также определение (7) функционала J и оценку (3), можно показать, что

$$J = \|AF\|_1 \left[\bar{m} + \frac{\varepsilon}{1-|c_1|} \right] |\lambda_1|^{-N} + \frac{\|A_1\|_1 \|B^- F\|_1 \varepsilon}{1-|c_1|} \left[\frac{1-|\lambda_1|^{-N}}{1-|\lambda_1^{-1}|} - \frac{1-|c_1/\lambda_1|^N}{1-|c_1/\lambda_1|} \right] - \|A_1\|_1 \|B^- F\|_1 \varepsilon a_2 |\lambda_1^{-1}|. \quad (45)$$

Как видно, при фиксированных параметрах ПНЧ и задающего сигнала величина J зависит от числа N , определяющего так называемый горизонт прогнозирования.

Анализ соотношения (45) показывает, что если $\bar{m} \gg \varepsilon$, то $J(N)$ – монотонно убывающая функция от N ; при этом точная нижняя грань J^0 функционала $J(N)$ на множестве всевозможных $\{u_n\}$, зависящих от выбранного N , определяется пределом

$$J^0 = \lim_{N \rightarrow \infty} J(N)$$

(из-за громоздкости явное выражение этого предела опускается). А это означает, что при любом $\delta > 0$ решение задачи субоптимизации в форме (8) в конечном итоге сводится к выбору минимального числа $N = \underline{N}$, удовлетворяющего неравенству

$$J(N) \leq J^0 + \delta$$

при заданном δ .

Модельный пример

Пусть $\tau_1 = 0.1$ с, $\tau_2 = 0.05$ с, $T_0 = 0.1$ с, $k = 1.8$ с⁻¹, $c_1 = -0.44$ (условия примера взяты из [1, гл. VI, §1]). В этом случае $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 2$. Расчет по формулам (10) позволяет определить полиномы

$$\tilde{B}(z) = 0.03(z^2 + 2z + 0.2),$$

$$\tilde{A}(z) = z^2 - 0.5032z + 0.0498.$$

Поскольку $\lambda_1 \cong -1.894$; $\lambda_2 \cong -0.1156$, то при данных параметрах ПНЧ является неминимально-фазовой, как и должно быть: точка $\{\beta_1 = 1, \beta_2 = 1\}$ лежит в области неминимальной фазовости (см. рис.2).

Решение полиномиального уравнения (20) дает следующие значения коэффициентов, используемых в (23): $f_1 = 0.97$, $f_2 = 0.09$, $g_0 = 17.65$, $g_1 = -7.99$, $g_2 = 0.76$.

Чтобы убедиться в эффективности рассматриваемого метода, проводилось моделирование построенной системы и системы, в которой косвенная связь по задающему воздействию отсутствует ($u_n^{(c)} \equiv 0$). При проведении модельных экспериментов было принято: $N = 7$;

$m = \bar{m} = 10$. Последовательность $\{s_n\}$ генерировалась как последовательность псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале $[-0,4, 0,4]$.

Графики процессов, которые наблюдались при моделировании, представлены на рис. 4.

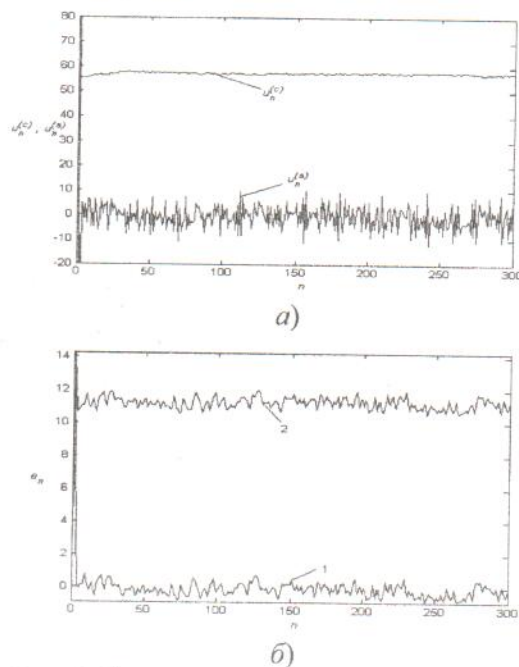


Рис. 4. Результаты модельных экспериментов: а) сигналы на выходах стабилизатора и компенсатора; б) ошибки системы с компенсатором (график 1) и без компенсатора (график 2)

Из рис. 4 видно, что введение косвенных связей по задающему воздействию позволяет на порядок повысить динамическую точность следящей системы.

Вывод

Желаемое значение функционала качества слежения может быть достигнуто надлежащим выбором горизонта прогнозирования изменений за один такт задающего воздействия, определяемого косвенным путем.

Список литературы

1. Волгин Л. Н. Элементы теории управляющих машин. – М.: Сов. Радио, 1962. – 164с.

2. Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности. – К.: Техніка, 1988. – 208 с.

3. Азарсков В. М., Житецкий Л. С., Сущенко О. А. Синтез цифровой системы авто сопровождения с адаптивной обработкой вимірювальних сигналів // Вісник Північного наукового центру ТAU, 2004. – № 7. – С. 48-51.

4. Житецкий Л. С. Про одну задачу синтеза системы программного керування, яка містить цифровий обчислювальний пристрій // Автоматика, 1964. – № 5. – С. 36-41.

5. Astrom K. J., Hagander P., Stenby J. Zeros of sampled systems // Automatica, 1982. – 20, N1. – P. 31-38.

6. Житецкий Л. С. Про інваріантність комбінованих імпульсних систем программного керування // Автоматика, 1967. – № 6. – С. 83-85.

7. Gross E., Tomizuka M. Experimental flexible beam tip tracking control with a truncated series approximation to uncancellable inverse dynamics // IEEE Trans. on Control Systems Technology, 1994. – 2, N4. – P. 382-391.

8. Azarskov V. M., Zhiteckij L. S., Sushchenko O. A. Motion control applied to nonminimum phase systems: a generalization // The second world congress "Aviation in XXI century. Safety in aviation", 2005. – Part 3. – P. 91-97.

9. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.1. – М.: Мир, 1974. – 408 с.

10. Житецкий Л. С. Вопросы компенсации динамических ошибок цифровых систем программного управления: Дис. канд. техн. наук / АН УССР. Ин-т кибернетики. – К., 1968. – 186 с.

11. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. – М.: Физматгиз, 1963. – 456 с.