Пилишкин В.Н., д.т.н., (МГТУ им. Баумана), **Шахлович Р.А.** (Россия)

МЕТОД ПРЯМОГО СИНТЕЗА ЭФФЕКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Задачи построения нелинейных систем, несмотря на значительное число посвященных им работ, остаются актуальными для практики и теории систем управления. Многие известные подходы не позволяют учитывать различные ограничения, накладываемые непосредственно на систему, а также требования, предъявляемые к характеру её функционирования..Предлагается подход для решения подобных задач.

Постановка задачи

Рассматривается нелинейная (в общем случае, нестационарная) система следующего вида

$$\dot{x} = f\left(x,u,v,t\right),\ x\left(t_0\right) = x_0,\ t \ge t_0, \tag{1}$$

Например, в качестве $f(\bullet)$ может выбираться одна из следующих функций:

$$1.\ f\left(\cdot\right) = f_1\left(x,v,t\right) + Bu, \tag{2}$$

$$2.\ f\left(\cdot\right) = f_1\left(x,v,t\right) + \varphi(u), \tag{3}$$

$$3.\ f\left(\cdot\right) = F\left(x,v,t\right) * \varphi_1\left(u\right), \tag{4}$$

Цель управления может быть представлена:

$$x\left(t\right) \in Q\left(t\right),\ t \ge t_0, \tag{5}$$

$$Q\left(t\right) = \left\{x \in R^n : \psi\left(x,t\right) \le 0\right\}, \tag{6}$$

С помощью (5) учитываются также те или иные фазовые ограничения, и различные требования к системе, в виде критериальных соотношений. Заданы также ограничения на управление

$$u \in U\left(t\right),\ t \ge t_0 \tag{7}$$

$$v \in V\left(t\right),\ t \ge t_0, \tag{8}$$

Ставится следующая задача: для системы (1) требуется синтезировать такой допустимый закон управления $u = \tilde{u}(x,t)$ в смысле (7), который может иметь некоторую предпочтительную структуру, чтобы с учетом ограничений на возмущения (8) обеспечивалась заданная цель управления (5).

Основные соотношения метода вариации фазовых ограничений (МВФО)

Решение сформулированной задачи связано с использованием основной теоремы МВФО.

Теорема 1.

Для системы (1), чтобы обеспечивались фазовые ограничения (5), (6), а также ограничения на управление (7) на всем множестве возможных возмущений v(t) (8), достаточно существование хотя бы одного такого допустимого закона управления

$$u = \tilde{u}(x,t) \in U(t), \quad t \ge t_0,$$

при котором будет выполняться неравенство

$$\left.\begin{aligned} &\left(\nabla_x\psi, f\left(x,\tilde{u}\left(x,t\right),v,t\right)\right) + \frac{\partial\psi}{\partial t} \le 0 \\ &\forall x \in \Gamma Q(t),\ \forall v \in V(t),\ t \ge t_0 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где $\Gamma Q(t)$ – граница множества $Q(t)$;

Соотношение (9) позволяет свести достаточно сложный класс задач к более простым задачам решения алгебраических неравенств на некоторых граничных множествах $\Gamma Q(t)$.

Прямой синтез управления.

Воспользуемся для решения поставленной задачи неравенством (9). Пусть система (1) зависит от управления линейно и аддитивно, т.е. согласно (2). Тогда в соответствии с (9) получим

$$\left.\begin{array}{c}\left(\nabla_x\psi, f(x,v,t)+Bu\right)+\dfrac{\partial\psi}{\partial t}\le 0\\ \forall x\in\Gamma Q(t),\ \forall v\in V(t),\ t\ge t_0.\end{array}\right\}$$

или

$$\left.\begin{array}{c}\left(u,B^T\nabla_x\psi\right)\le-\left(f_1(x,v,t),\nabla_x\psi\right)-\dfrac{\partial\psi}{\partial t}\\ \forall x\in\Gamma Q(t),\ \forall v\in V(t),\ t\ge t_0.\end{array}\right\} \quad (10)$$

Нетрудно получить условие разрешимости неравенства (10).

Теорема 2.

Для разрешимости неравенства (10) необходимо и достаточно, чтобы для тех x, принадлежащих $\Gamma Q(t)$,

для которых
$$\begin{array}{c}\left(f_1(x,v,t),\nabla_x\psi\right)+\dfrac{\partial\psi}{\partial t}>0,\\ \nabla_x\psi\notin\mathrm{Ker}B^T,\end{array} \quad (11)$$

Обозначим

$\beta(x,t)=B^T\cdot\nabla_x\psi\ -\ m\times 1$ - вектор-функция,

$\alpha(x,v,t)=-\left(f_1(x,v,t),\nabla_x\psi\right)-\dfrac{\partial\psi}{\partial t}$ - скалярная функция.

Тогда из (10) получим

$$\left.\begin{array}{c}\sum\limits_{j=1}^{m}\beta_j(x,t)\cdot u_j\le\alpha(x,v,t)\\ \forall x\in\Gamma Q(t),\ \forall v\in V(t),\ t\ge t_0,\end{array}\right\} \quad (12)$$

Произвольный закон управления, обеспечивающий выполнение заданной цели (5), можно представить следующим образом

$$\bar{u}(x,t)=\begin{cases}\in U(t)\ \ x\in Q(t)\setminus\Gamma Q(t)\\ \in\bar{U}(x,v,t)\ \ x\in\Gamma Q(t).\end{cases} \quad (13)$$

Для обеспечения (7) должно выполняться условие

$$\left.\begin{array}{c}U(t)\cap\bar{U}(x,v,t)\ne 0\\ \forall x\in\Gamma Q(t),\ t\ge t_0,\end{array}\right\} \quad (14)$$

Действительно, согласно (10), (12) получим

$$(u,\beta)\le\alpha. \quad (15)$$

Здесь: $\beta_0=\gamma\cdot\beta,\ \gamma\in R^1$ - вектор, удовлетворяющий условию

$$\left(\beta_0,\beta\right)=\gamma\cdot\left\|\beta\right\|^2=\alpha \tag{16}$$

Тогда требуемый закон управления имеет вид:

$$\bar{u}\left(x,t\right)=\bar{u}^1\left(x,t\right)+\bar{u}^2\left(x,t\right), \tag{17}$$

$$\bar{u}^1\left(x,t\right)\perp\bar{u}^2\left(x,t\right). \tag{18}$$

$$\bar{u}^1\left(x,t\right)=\gamma_1\left(x,t\right)\cdot\beta\left(x,t\right), \tag{19}$$

$$\gamma_1\left(x,t\right)\le\gamma\left(x,v,t\right)=\frac{\alpha\left(x,v,t\right)}{\left\|\beta\left(x,t\right)\right\|^2}, \tag{20}$$

$\bar{u}^2\left(x,t\right)$ - произвольная вектор-функция, которая с учетом (18) выбирается из условия

$$\left(\bar{u}^2\left(x,t\right),\beta\left(x,t\right)\right)=0 \tag{21}$$

В результате получим

$$\bar{u}\left(x,t\right)=\gamma_1\left(x,t\right)\cdot\beta\left(x,t\right)+\bar{u}^2\left(x,t\right) \tag{22}$$

где $\gamma_1(x,t)$, $\bar{u}^2(x,t)$ удовлетворяют (20), (21).

Данный метод был применен к объекту управления (баллистическая ракета) вида:

$$\begin{cases}\dot{V}=\dfrac{1}{m}\Lambda\left(\gamma,\theta,\psi\right)P+g\left(R\right)+f_{цен}\left(R\right)+f_{кор}\left(R,V\right)\\ \dot{R}=V\\ \dot{\omega}=I^{-1}\left(M_и-\omega\times\left(I\cdot\omega\right)\right)\\ \dfrac{d}{dt}\left[\psi\quad\theta\quad\gamma\right]^T=\Pi\left(\gamma,\theta,\psi\right)\left(\omega-\Lambda^T\left(\gamma,\theta,\psi\right)\omega_{gst}\left(R,V\right)\right)\\ \dot{m}=-const\end{cases}$$

Для получения опорной траектории в фазовом пространстве в силу невозможности задания всех 12-и координат было использовано предварительное моделирование полета ЛА, задавая некоторые из параметров движения (в нашем случае угол тангажа и угол курса).

При задании полуосей ограничивающего эллипсоида исходили из требований к промаху от точки попадания

Влияние отклонений $v_н$, $h_н$, $\vartheta_н$ в начальной точке эллиптической траектории на дальность свободного полета выражается известными формулами.

Полное отклонение дальности будет выражаться как сумма частных производных дальности от зависимых переменных, помноженных на отклонение соответствующей переменной: получены следующие результаты:

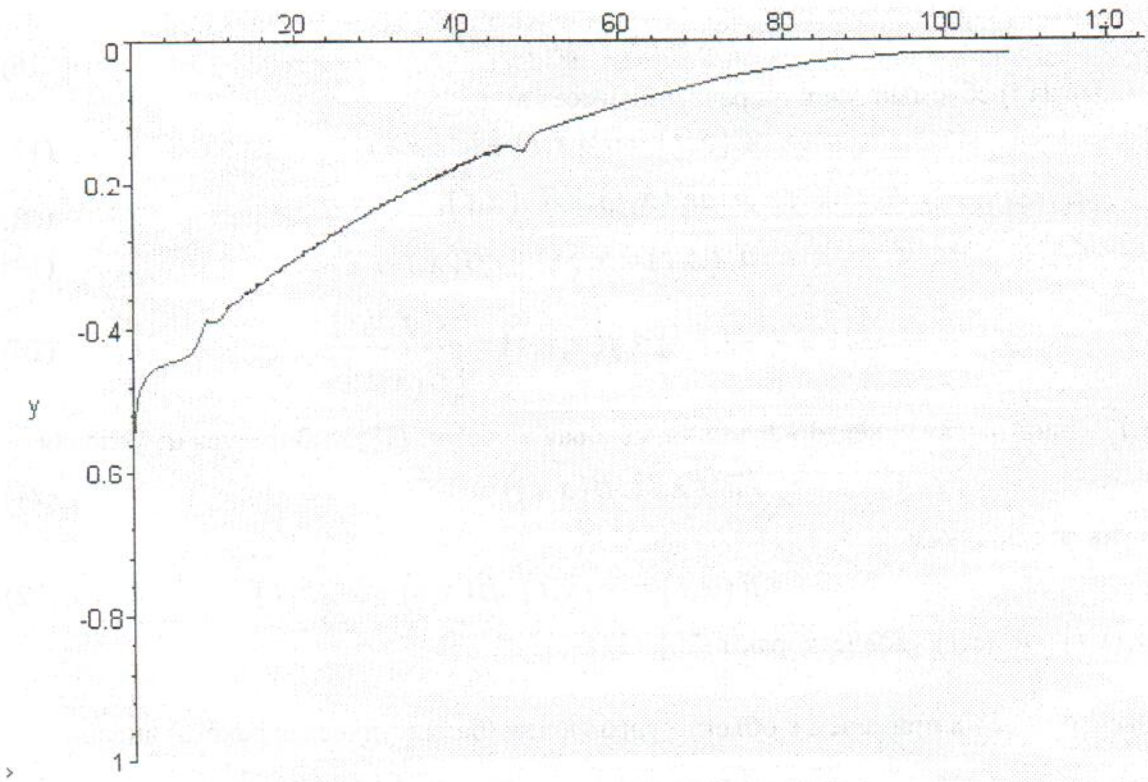

Рис 1. Функция ограничений $\Psi(X,t)$ вдоль траектории системы

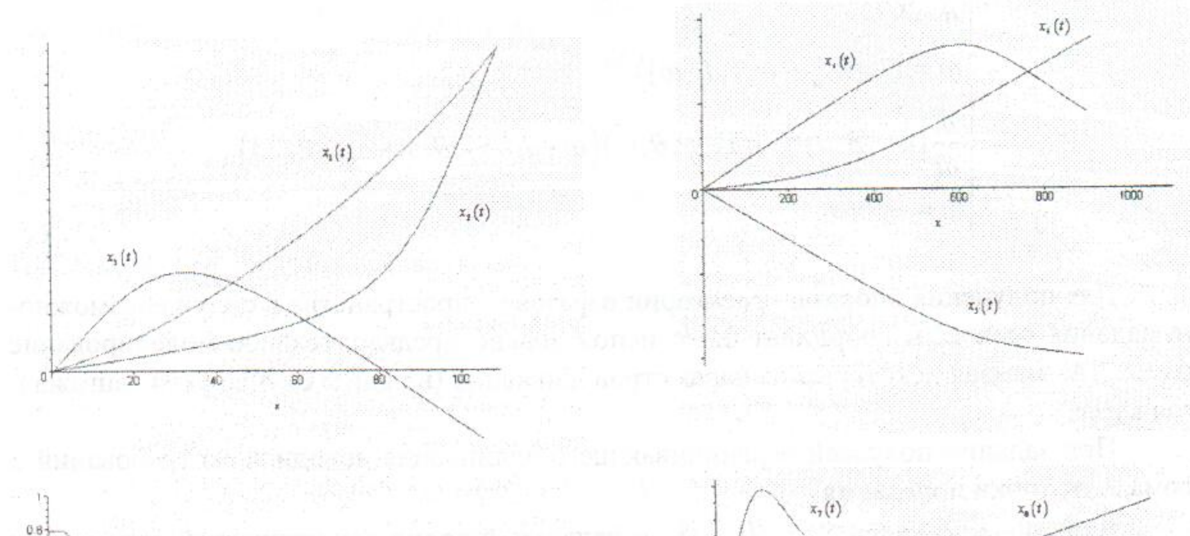

Рис 2. Графики фазовых траекторий