Павленко В.Д., к.т.н, **Череватый В.В.** (ОНПУ,Украина)

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ РЯДОВ ВОЛЬТЕРРА ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Предлагается новый метод идентификации нелинейных систем в виде рядов Вольтерра (РВ) с использованием детерминированных пробных сигналов, основанный на выделении парциальных составляющих дифференцированием откликов системы по параметру-амлитуде и применении Wavelet - преобразований для повышения помехоустойчивости оценок ядер Вольтерра (ЯВ).

Введение

Задача идентификации представляет собой процесс построения математической модели, что устанавливает закономерность между выходными и входными переменными ОК, что дает возможность определить с заданной точностью исходную переменную объекта-оригинала по ее входным переменным.

Существующие прикладные алгоритмы идентификации нелинейных систем на основе РВ [4] все еще не позволяют в полной мере использовать возможности этого математического аппарата. Это обусловлено существенным влиянием погрешностей измерений на результат идентификации в алгоритмах экспериментального определения ЯВ с использованием детерминированных пробных сигналов.

Задача диагностического контроля состоит в получении информации о фактическом состоянии ОК и принятии на этой основе решения об отнесении его к той или других из заданных категорий качества. Диагностическая процедура при использовании моделей ОК в виде РВ сводится к определению многомерной ЯВ по данным эксперимента «вход – выход» и построения на основе полученных оценок ЯВ диагностической системы признаков [1], в пространстве которых строится решающее (диагностическое) правило оптимальной классификации с помощью методов учебы распознаванию образов.

В работе предлагается метод идентификации ОК на основе РВ с использованием детерминированных пробных сигналов с применением *Wavelet*-преобразований оценок идентифицированных сечений ЯВ для повышения помехоустойчивости метода.

Описание нелинейных объектов контроля в виде рядов Вольтерра

Для первичного описания ОК предлагается [1-3] использовать нелинейные непараметрические динамические модели в виде РВ:

$$y[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} y_n[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \cdots \int w_n(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i) d\tau_i, \qquad (1)$$

где $x(t)$ та $y[x(t)]$ – соответственно входной и выходной сигналы ОК; $w_n(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n)$ – ЯВ n-го порядка; $y_n[x(t)]$–n–ая парциальная составляющая отклика объекта. На практике заменяют ряд полиномом, обычно удовлетворяются несколькими первыми членами ряда (1). При этом процедура идентификации заключается в выделении парциальной составляющей и определенные из нее ЯВ.

В [4] предложен помехоустойчивый метод идентификации ЯВ, основанный на решении n-мерного интегрального уравнения Вольтерра 1-го рода. Для идентификации ЯВ n-го порядка нужно использовать n-ую парциальную составляющую РВ. Поэтому необходимо применять специальные приемы выделения парциальных составляющих из отклика ОК.

В работе предлагается метод выделения парциальных составляющих с помощью линейных комбинаций откликов и определения ЯВ на их основе.

При подаче на вход системы сигнала вида $Ax(t)$, где A – масштабный коэффициент (амплитуда сигнала), отклик будет иметь следующий вид:

$$y[A\cdot x(t)] = A\int_0^t w(\tau)\cdot x(t-\tau)d\tau + A^2\int_0^t\int_0^t w_2(\tau_1,\tau_2)\cdot x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \ldots$$
$$\ldots + A^k \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{k\ раз} w_k(\tau_1,\ldots,\tau_k)\prod_{r=1}^{k} x(t-\tau_r)d\tau_r + \ldots \tag{2}$$

Допустим, нам требуется выделить ядро Вольтерра k-го порядка. Продифференцируем отклик системы k раз по амплитуде. Получим:

$$\frac{\partial^k y[A\cdot x(t)]}{\partial A^k} = k!\underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{k\ раз} w_k(\tau_1,\ldots,\tau_k)\prod_{r=1}^{k} x(t-\tau_r)d\tau_r +$$
$$+ (k+1)!\cdot A\underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{k+1\ раз} w_{k+1}(\tau_1,\ldots,\tau_{k+1})\prod_{r=1}^{k+1} x(t-\tau_r)d\tau_r + \ldots \tag{3}$$

Беря значение производной в точке A=0, окончательно получаем выражение для парциальной составляющей

$$y_k(t) = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{k\ раз} w_k(\tau_1,\ldots,\tau_k)\prod_{r=1}^{k} x(t-\tau_r)d\tau_r = \frac{1}{k!}\left.\frac{\partial^k y[A\cdot x(t)]}{\partial A^k}\right|_{A=0} \tag{4}$$

Заменим частную производную выражением в конечных разностях. Существуют различные выражения для численного дифференцирования. Все они отличаются друг от друга погрешностью дифференцирования. Приведем формулы численного дифференцирования нахождения производных второго порядка для равноотстоящих узлов:

$$y_0'' = \frac{1}{h^2}(y_{-1} - 2y_0 + y_1), \quad |\Delta| \le \frac{1}{12}h^2 y_0^{(4)}$$
$$y_0'' = \frac{1}{12h^2}(-y_{-2} + 16y_{-1} - 30y_0 + 16y_1 - y_2), \quad |\Delta| \le \frac{1}{90}h^4 y_0^{(6)} \tag{5}$$

Здесь $y_i = y(ih), y_i' = y(ih),\ldots$, Δ - абсолютная погрешность дифференцирования.

Выделение ЯВ из парциальной составляющей предлагается в работе [4]. Главное сечение ЯВ второго порядка определяется по формуле:

$$w_2(t,t) = \frac{y_2(t)}{h^2} \tag{6}$$

где $y_2(t)$ - парциальная составляющая 2-го порядка, h - шаг дискретизации интегрального уравнения, решением которого является (6).

Компьютерное моделирование метода идентификации

Для исследования метода выделения парциальных составляющих с помощью линейных комбинаций откликов был выбран объект, который описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha\cdot y(t) + \beta\cdot y^2(t) = x(t) \tag{7}$$

где α и β - постоянные коэффициенты. Для такого объекта модель в виде двух членов РВ при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \int_0^t\int_0^t w_2(\tau_1,\tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2\,, \tag{8}$$

где $x(t)$ и $y(t)$– сигналы соответственно на входе и выходе ОК;

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1},$$
$$w_2(\tau_1,\tau_2) = \begin{cases} \dfrac{\beta}{\alpha}(e^{-\alpha\tau_1}e^{-\alpha\tau_2} - e^{-\alpha\tau_2}), & \tau_1 \le \tau_2 \\ \dfrac{\beta}{\alpha}(e^{-\alpha\tau_1}e^{-\alpha\tau_2} - e^{-\alpha\tau_1}), & \tau_2 < \tau_1. \end{cases} \tag{9}$$

Поверхность ЯВ второго порядка, вычисленная по формуле (10), приведена на рис. 1. Главное пересечение ЯВ при $\tau_1 = \tau_2 = t$ определяется зависимостью:

$$w_2(t,t) = \frac{\beta}{\alpha}(e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}). \qquad (10)$$

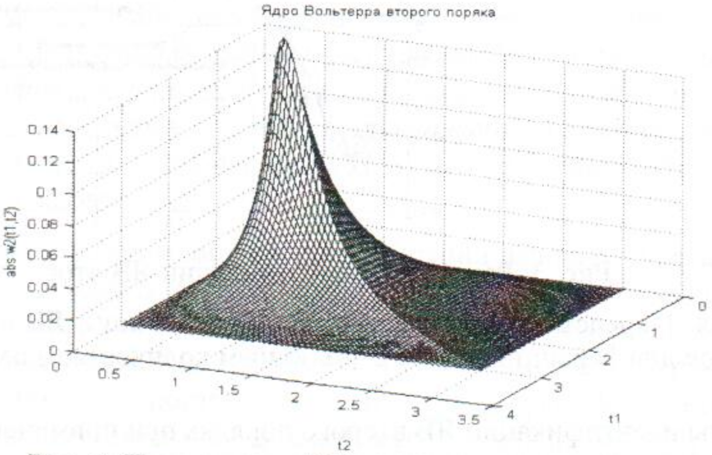

Рис. 1. Поверхность ЯВ второго порядка.

Для оценки погрешностей моделирования использовался критерий среднеквадратической ошибки:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{t=1}^{p}(w_t - \hat{w}_t)^2} \qquad (11)$$

где w_t - точное значение ЯВ, $\hat{w}_t$ – значение ЯВ полученное в результате эксперимента в дискретные моменты времени t, p – количество значений на интервале наблюдений.

На рис. 2 представлен график зависимости погрешности идентификации (*error*) от величины шага интегрирования (h) в (7) при определении главного сечения ЯВ второго порядка с погрешностью измерений 3%.

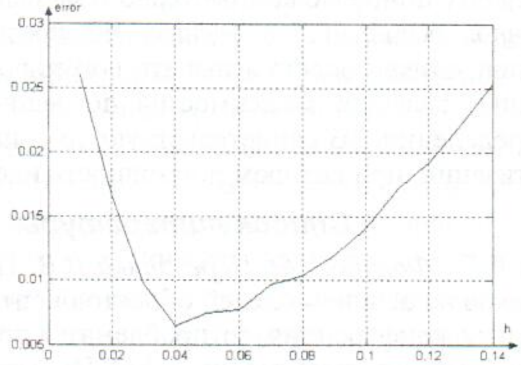

Рис. 2. График зависимости погрешности идентификации (*error*) от шага интеграции (h)

На рис. 3 представлен результат идентификации ЯВ второго порядка с количеством равноотстоящих узлов при применении численного дифференцирования для идентификации равным 5, погрешностью измерений откликов 3%. Для сглаживания результатов идентификации применялись *Wavelet*-преобразования сечения ЯВ [6] с материнским вейвлетом *coiflet* (использовалась функция *MATLAB 6.5.0 Wavelet TOOLBOX-coif4*).

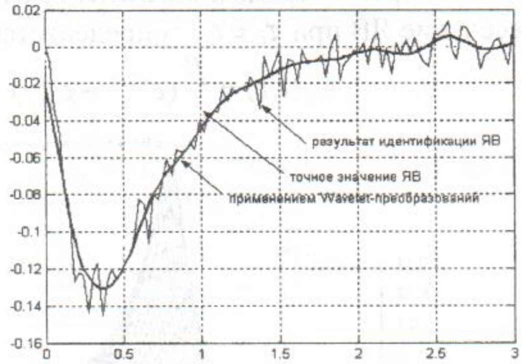

Рис. 3. Результат идентификации ЯВ второго порядка.

В табл. 1 представлены результаты идентификации ЯВ второго порядка, применяя численное дифференцирование с различным количеством равноотстоящих узлов.

Табл. 1.

Результаты идентификации ЯВ второго порядка при применении численного дифференцирования с различным количеством равноотстоящих узлов

Количества узлов при численном дифференцировании	Ошибка идентификации при погрешности измерений откликов		
	1%	3%	5%
3	0.00938	0.0099	0.0124
5	0.00817	0.0094	0.0109

Анализ данных табл. 1 позволяет сделать вывод о том, что при увеличении количества равноотстоящих узлов при применении численного дифференцирования для идентификации ЯВ второго порядка погрешность идентификации уменьшается.

Выводы

Предложенный в работе метод идентификации нелинейных непрерывных динамических ОК, основанный на использовании для их описания РВ (совокупностью ЯВ) исследован экспериментально с помощью компьютерного моделирования в среде *MATLAB*.

Для сглаживания осцилляций в оценках ЯВ предлагается метод, основанный на *Wavelet*-преобразовании, позволяющий уменьшить погрешность идентификации в 1.2-2 раза.

Представленные графики зависимостей погрешности идентификации от шага интеграции при определении ЯВ свидетельствуют о существовании оптимальных значений шага дискретизации, при котором погрешность идентификации минимальна.

Список литературы

1. *Павленко В.Д., Фомин А.А., Череватый В.В.* Построение пространства диагностических признаков на основе моделей объектов контроля в виде рядов Вольтерра – Вторая международная конференция по проблемам управления (Москва, 17-19 июня 2003 г.): Избранные труды в двух томах. – М.: Институт проблем управления РАН, 2003. Том 2. – С.110-117

2. *Павленко В.Д., Череватый В.В.* Метод модельной диагностики нелинейных динамических объектов контроля на основе ядер Вольтерра – В сб.: Тезисы 9-й Международной конференции «Системный анализ и управление», г. Евпатория, 4-11 июля 2004 г. – С.136-137.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1981. – 721 с.

4. *Апарцин А.С., Солодуша С.В.* О математическом моделировании нелинейных динамических систем рядами Вольтерры. – Электронное моделирование, 1999, №2, С. 3-12.

5. *Павленко В.Д., Зиновьев А.А.* Амплитуды тестовых сигналов для идентификации ядер Вольтерра – Труды ОПУ, В.1, 2001. – С. 35-41.

6. *Дьяконов В.П.* Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.