

УДК 519.872:621.394.74

Велиджанова Г.М.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗНО-ПОЛОСНЫМИ ВЫЗОВАМИ

Институт системы управления НАН Азербайджана

Gulnaravelicanova@rambler.ru

Введение

Модели массового обслуживания с разнотипными вызовами широко применяются для изучения современных мульти-сервисных сетей. Это объясняется тем, что такие модели позволяют достаточно адекватно описывать поведение указанных сетей и учитывать различные требования, которые разнотипные вызовы предъявляют к показателям качества их обслуживания (Quality of Service, QoS). При изучении таких моделей важными являются проблемы распределения пропускной способности каналов системы между разнотипными вызовами. Эти проблемы достаточно подробно изучены в доступной литературе [1-7].

Полнодоступная схема использования пропускной способности каналов всеми вызовами является наиболее простой, в то же время она часто используется в реальных сетях. Поэтому в данной работе изучается модель системы обслуживания с полнодоступной схемой использования каналов. При этом для конкретности изложения изучается модель, в которой обслуживаются широкополосные вызовы данных и узкополосные вызовы речи.

Описание системы и постановка задачи

Изучаемая система содержит $N > 1$ каналов, и в ней обслуживаются пуассоновские потока вызовов речи и данных. Интенсивность поступления x -вызовов обозначается $\lambda_x, x \in \{x, d\}$. Вызовы речи требуют для обработки лишь один канал, а для обработки вызовов данных требуются одновременно $b, b > 1$ каналов. При этом для эффективного использования каналов принимается, что b является де-

лителем N , т.е. $N \bmod b = 0$. Пусть $K = N/b$ обозначает максимально возможное число вызовов данных в каналах.

В полнодоступной схеме использования каналов нет различий между вызовами, т.е. если в момент поступления вызова речи (данных) любого типа имеется один свободный канал (b свободных каналов), то он занимает любой свободный канал системы; иначе этот вызов теряется.

Функции распределения времени занятия каналов разнотипными вызовами являются экспоненциальными; при этом среднее время занятия канала для одного речевого вызова равно $1/\mu_v$, а соответствующий показатель для вызовов данных равен $1/\mu_d$.

Основными показателями QoS разнотипных вызовов являются вероятности их потери, $p_x, x \in \{v, d\}$, и коэффициент использования каналов системы, C_u . Проблема состоит в нахождении этих параметров.

Метод расчета

Математической моделью данной системы является двумерная цепь Маркова (ЦМ). Состояния этой ЦМ в произвольный момент времени определяется двумерным вектором $\mathbf{n} = (n_d, n_v)$, где n_d и n_v указывают соответственно число d -вызовов и v -вызовов в каналах, соответственно. Поскольку суммарное число разнотипных вызовов в системе не должно превышать N , то получаем, что пространство состояний (ПС) системы определяется так:

$$S = \{ \mathbf{n} : n_d = 0, 1, \dots, K, n_v = 0, 1, \dots, N; n_d b + n_v \leq N \}. \quad (1)$$

В этой ЦМ возможны следующие переходы между состояниями:

- переход $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n} + \mathbf{e}_1$, где $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$, осуществляется при поступлении вызова данных, если в состоянии \mathbf{n} число свободных каналов не меньше, чем b , при этом интенсивность этого перехода равна λ_d ;

- переход $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n} + \mathbf{e}_2$, где $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$, осуществляется при поступлении вызова речи, если в состоянии \mathbf{n} имеется хотя бы один свободный канал, при этом интенсивность этого перехода равна λ_v ;

- переход $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n} - \mathbf{e}_1$ осуществляется при завершении процесса обслуживания вызова данных, если в состоянии \mathbf{n} в каналах имеется хотя бы один такой вызов, при этом интенсивность этого перехода равна $n_d \mu_d$;

- переход $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n} - \mathbf{e}_2$ осуществляется при завершении процесса обслуживания вызова речи, если в состоянии \mathbf{n} в каналах имеется хотя бы один такой вызов, при этом интенсивность этого перехода равна $n_v \mu_v$;

Все состояния этой конечной цепи сообщаются, т.е. из любого состояния за конечное число шагов можно перейти в любое другое состояние. Это означает, что в этой ЦМ существует стационарный режим. Стационарная вероятность состояния обозначается через $p(\mathbf{n})$.

Согласно теореме Колмогорова [4] данная двумерная цепь Маркова является обратимой, иными словами, имеется нулевая циркуляция между соседними состояниями типа \mathbf{n} , $\mathbf{n} + \mathbf{e}_1$, $\mathbf{n} + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{n} + \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$. Действительно, циркуляция между этими состояниями по часовой стрелке и против часовой стрелке составляет $\lambda_d \lambda_v (n_d + 1) \mu_d (n_v + 1) \mu_v$. Поэтому, стационарное распределение вероятностей состояний данной ЦМ имеет мультипликативный вид:

$$p(n_d, n_v) = p(0,0) \frac{V_d^{n_d} V_v^{n_v}}{n_d! n_v!}, \quad (2)$$

Где $p(0,0)$ находится из условия нормировки, т.е.

$$p(0,0) = \left(\sum_{n \in S} \frac{V_d^{n_d}}{n_d!} \cdot \frac{V_v^{n_v}}{n_v!} \right)^{-1}, \quad V_x = \frac{\lambda_x}{\mu_x}, \quad x \in \{d, v\}.$$

Теперь можно вычислить параметры QoS. Согласно принятой схеме доступа речевые вызовы теряются, если в моменты поступления этих вызовов все каналы системы заняты. Следовательно, вероятность потери речевых вызовов определяется так:

$$P_v = \sum_{n \in S} p(\mathbf{n}) \delta(n_d b + n_v, N), \quad (3)$$

где $\delta(i, j)$ – символы Кронекера,

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Вызовы данных теряются, если в моменты их поступления число свободных каналов системы меньше, чем b . Отсюда заключаем, что вероятность потери вызовов данных определяется так:

$$P_d = \sum_{n \in S} p(\mathbf{n}) I(N < (n_d + 1)b + n_v), \quad (4)$$

где $I(A)$ – индикаторная функция события A .

Коэффициент использования каналов соты определяется так:

$$C_u = \left(\sum_{n \in S} p(\mathbf{n}) (n_d b + n_v) \right) / N. \quad (5)$$

Разработанные выше формулы (2)-(5) позволяют проводить численных экспериментов с целью изучения поведение показателей QoS системы относительно изменения его параметров. Из-за ограниченности объема работы здесь результаты этих экспериментов не рассматриваются.

Выводы

В работе изучается модель многоканальной системы обслуживания с двумя типами вызовов: речевые вызовы и вызовы данных. Предполагается, что речевые вызовы требуют для обслуживания лишь одного свободного канала, в то же время для обслуживания потребуется одновременно несколько свободных каналов. Показано, что математической моделью сис-

темы является некоторая двумерная цепь Маркова. Доказано, что эта цепь является необратимой и получена явная формула для вычисления вероятностей состояний. С использованием вероятностей состояний предложены явные формулы для вычисления показателей качества обслуживания – вероятностей потери вызовов каждого типа и коэффициент использования каналов.

Литература

1. Chen H. Radio resource management for multimedia QoS supports in wireless networks. / Chen H., Huang L., Kumar S., Kuo C.C. // Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.

2. Yue W. Performance analysis of multi-channel and multi-traffic on wireless communication networks. / Yue W., Matsuoto Y. // Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.

3. Stasiak M. Modeling and dimensioning of mobile networks: From GSM to LTE. / Stasiak M., Glabowski M., Wishniewski A., Zwierzykowski P. // New York: John Wiley, 2011.

Велиджанова Г.М.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗНО-ПОЛОСНЫМИ ВЫЗОВАМИ

В данной работе исследуется математическая модель многоканальной системы, в которой обслуживаются пуассоновские потоки вызовов речи и данных. Предполагается, что узкополосные речевые вызовы требуют для обслуживания лишь одного свободного канала, в то же время для обслуживания широкополосных вызовов данных потребуется одновременно свободных каналов. В системе принята широко используемая на практике полнодоступная стратегия доступа в общий пул каналов, согласно которой нет различий между разнотипными вызовами речи и данных. Если в момент поступления вызова речи (данных) любого типа имеется один свободный канал (свободных каналов), то он занимает любой свободный канал системы; иначе поступивший вызов теряется. Функции распределения времени занятия каналов разнотипными вызовами являются экспоненциальными с различными средними значениями. Показана, что математической моделью системы является некоторая двумерная цепь Маркова с конечным множеством состояний. Предложен алгоритм построения производящей матрицы этой цепи и доказано, что из любого состояния этой цепи за конечное число шагов можно перейти в любое другое состояние. С использованием теоремы Колмогорова доказано, что построенная двумерная цепь Маркова является обратимой, и поэтому стационарное распределение вероятностей состояний данной цепи Маркова имеет мультипликативный вид. Получен явный вид мультипликативного представления. Разработаны явные формулы для вычисления вероятностей состояний изучаемой цепи Маркова, и с использованием этих вероятностей состояний предложены явные

4. Ponomarenko L. Performance analysis and optimization of multi-traffic on communication networks. / Ponomarenko L., Kim C.S., Melikov A. // Heidelberg; Dordrecht; London; New York: Springer, 2010. 208 p.

5. Melikov A. Multidimensional queueing models in telecommunication networks. / Melikov A., Ponomarenko L. // Heidelberg; Dordrecht; London; New York: Springer, 2014. 202 p.

6. Меликов А.З. Многопараметрические гибридные схемы изолированного разделения каналов в интегральных сотовых сетях связи / Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Велиджанова Г.М. // Управляющие системы и машины. 2016. N 1. С. 62-72.

7. Меликов А.З. Многопараметрические гибридные схемы виртуального разделения каналов в интегральных сотовых сетях связи / Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Велиджанова Г.М. // Управляющие системы и машины. 2016. N 2. С. 69-75.

формулы для вычисления показателей качества обслуживания – вероятностей потери вызовов каждого типа и коэффициент использования каналов. Разработанные формулы позволяют проводить численных эксперименты с целью изучения поведения показателей качества обслуживания системы относительно изменения его параметров, а также решить задачи их оптимизации относительно выбранной критерии качества функционирования системы.

Ключевые слова: система обслуживания, речевые вызовы, вызовы данных, качества обслуживания, метод расчета

Velidjanova G.M.

ANALYSIS OF QUEUING SYSTEM WITH CALLS OF VARIOUS WIDTH

In this paper, we study the mathematical model of a multi-channel queuing system in which Poisson flows of voice and data calls are served. It is assumed that narrow-band voice calls require only one free channel to service, while at the same time, number of free channels that required to service broadband data calls is b , $b > 1$. The system adopts a widely used in practice, fully accessible access strategy to the common channel pool, according to which there are no differences between different types of speech and data calls. If upon arrival of a voice call (data call) there is one free channel ($b > 1$ free channels), then it occupies free channel(s) of the system; otherwise the call is lost. The distribution functions of channel occupation time by heterogeneous calls are exponential with different average values. It is shown that the mathematical model of the system is a certain two-dimensional Markov chain with a finite set of states. An algorithm is proposed for constructing the generating matrix of this chain and it is proved that from any state of this chain in a finite number of steps it is possible to go to any other state. Using the Kolmogorov theorem, it is proved that the constructed two-dimensional Markov chain is reversible, and therefore the stationary probability distribution of the states of this Markov chain has a multiplicative form. An explicit form of the multiplicative representation is obtained. Explicit formulas have been developed for calculating the probabilities of the states of the Markov chain under study, and using these probabilities of states, explicit formulas have been proposed for calculating the indicators of service quality — call probabilities of each type calls and channel utilization. The developed formulas allow us to conduct numerical experiments in order to study the behavior of indicators of the quality of service of the system relative to changes in its parameters, as well as solve the problems of their optimization with respect to the selected quality criterion for the functioning of the system.

Keywords: queuing system, voice calls, data calls, quality of service, calculation method.