УДК 512.642

Антонов В.К.

ПРОСТРАНСТВА КОНТИНУАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Национальный авиационный университет

_o0@ukr.net

Введение

Изучение материи вне форм ее существования – пространства и времени – невозможно. Протяженность «пустого» пространства (без локальных материальных объектов, из которых мы строим линейки с оцифрованными делениями) – невозможно измерить, как и разделяющую события длительность – без материальных часов, реализующих нестационарность материи. Отсутствие градиентов физических (т.е. измеримых) величин вдоль протяженности пространства приводит к исчезновению протяженности, а отсутствие их нестационарности (градиентов вдоль времени) – к исчезновению длительности. Это дает нам возможность полагать «началом развития материи» некоторое ее состояние, бесконечно мало отличающееся от абсолютных однородности и стационарности. Такое гипотетическое начальное состояние материи лишает смысла вопрос о том, что было до «начала», т.к. логически не противоречивый (и тем удовлетворяющий) ответ – нечто бесконечно мало отличающееся от «абсолютного ничего». Это начальное состояние можно представить, как результат мысленного эксперимента, в котором все локальные объекты во Вселенной неограниченно увеличивают объем до состояния однородности, эквивалентной пустому пространству, не имеющему протяженности, т.е. утрачивающему физическую реальность. Развитие материи ассоциируем с реализацией мысленного эксперимента «в обратном времени». Поскольку мы ограничены себя невозможностью изучения материи вне форм ее существования, ее развитие будем связывать с эволюцией форм существования. Принимая соображения непрерывности, приходим к гипотезе непрерывно эволюционирующей размерности пространства и времени. В сравнении с предположением о начальном «Большом взрыве», для которого требуется сверхплотное начальное состояние, мы не приходим к противоречию, когда сверхплотный компактный объект создает через градиенты протяженность, препятствующую сверхплотности.

Предположение о непрерывности развития по отношению к пространству и времени приводит к гипотезе о континуальности размерности. Таким образом мы обобщаем бесконечносчетномерное пространство Гильберта [1]. Наши построения носят характер гипотезы, поэтому ее подтверждение или критика возможны только экспериментально. Любая физическая величина связана с движением материи. В нашем случае континуальной размерности естественен новый вид движения материи – вдоль размерности пространства, что мы далее отнесем к инерции.

Геометрические объекты и дифференциальные операции

Обозначим бесконечномерное с размерностью мощности континуума пространство символом $\mathcal{H}^{C}$ по аналогии с пространством Гильберта [2]. Рассмотрим в $\mathcal{H}^{C}$ континуальные векторы $x(i)$, где $i \in \left[\overline{0,+\infty}\right)$ или $i \in \left(\overline{-\infty,+\infty}\right)$ – непрерывный номер координаты вектора, определенный на действительной оси или на полуоси, x – значение координаты. Фактически вектор представляется функцией непрерывной переменной – номера координаты. Возможен случай непрерывности функции координаты вдоль ее номера. По аналогии со счетномерным случаем определим континуальное скалярное произведение континуальных векторов

$$\langle x(n), y(n)\rangle = \int_0^\infty x(n)y(n)dn.$$

Определим норму континуального вектора

$$\|x(n)\| = \left|\sqrt{\int_0^\infty x^2(n)dn}\right|.$$

Приведем неравенство Коши-Буняковского-Шварца

$$\left|\frac{\langle x(n), y(n)\rangle}{\|x(n)\|\cdot\|y(n)\|}\right| \le 1.$$

Определим расстояние с помощью континуального метрического тензора по аналогии с дискретной размерностью

$$ds^2 = x_1^T(m)\cdot g(m,n)\cdot x_2(n) =$$

$$= \int_{i=0}^{m}\int_{j=0}^{n} x_1(i)\cdot g(i,j)\cdot x_2(j)didj.$$

В замененных интегралами символах суммирования (для счетномерного случая) верхние и нижние пределы могут быть бесконечными. В этом случае для обеспечения конечности расстояния значения тензора должны быстро уменьшаться при увеличении континуального номера координаты. По дискретной аналогии приведем определение континуальной матрицы через произведение континуальных векторов

$$a(m)\cdot b^T(n) = \int_{i=0}^{m}\int_{j=0}^{n} a(i)\cdot b(j)didj = M(m,n).$$

Зададим в $\mathcal{H}^{C}$ векторное поле A, образованное континуумом полевых функций A_j векторного континуального аргумента $x(i)$, и например $i, j \in \left[\overline{0,\infty}\right)$. Определим континуальные дивергенцию и ротор векторного континуального поля.

$$cdivA = \int_0^\infty \frac{\partial A_i(x(i))}{\partial x(i)}di.$$

$$crotA(i,j) = \frac{\partial A_i}{\partial x(j)} - \frac{\partial A_j}{\partial x(i)};$$

$$i, j \in \left[\overline{0,\infty}\right) \quad \text{или} \quad i, j \in \left(\overline{-\infty,+\infty}\right).$$

Как и в случае дискретной размерности, континуальный ротор представляется тензором второго ранга, но нового типа – континуальным – некоторой функцией, заданной на плоскости непрерывных континуальных номеров координат.

В пространстве континуальной размерности возможны геометрические построения, например уравнение континуального эллипсоида имеет вид

$$\int_0^\infty\int_0^\infty a(i,j)\cdot x(i)\cdot x(j)\cdot di\cdot dj = r^2.$$

Возможна континуальная дифференциальная геометрия. Пример задачи – нахождение геодезических на поверхности, например, континуального эллипсоида или тора. Возможен континуальный тензорный анализ, топология, дифференциальные уравнения. Пример – обыкновенное континуальное дифференциальное линейное уравнение

$$\frac{d}{dt}X(i,t) = \int_{j=0}^{n_{\max}} A(i,j,t)\cdot X(j,t)\cdot dj\,;\, i \in [0, n_{\max}].$$

Возможны дифференциальные континуальные уравнения с производными дробного порядка [3,4,5].

Любой интерполяционный оператор является оператором дробного дифференцирования, если в целых значениях вдоль оси порядка дифференцирования мы расположим производные целого порядка, а интерполяцию будем вести по порядку дифференцирования. Например, интерполяционная формула Лагранжа [6] по пяти точкам приводит к следующему определению производной дробного порядка

$$\frac{d^n}{dt^n}x(t) = \frac{1}{24}(n^4 - 10n^3 + 35n^2 - 50n + 24)x(t) -$$
$$-\frac{1}{6}(n^4 - 9n^3 + 26n^2 - 24n)\frac{d}{dx}x(t) +$$
$$+\frac{1}{4}(n^4 - 8n^3 + 19n^2 - 12n)\frac{d^2}{dx^2}x(t) -$$
$$-\frac{1}{6}(n^4 - 7n^3 + 14n^2 - 8n)\frac{d^3}{dx^3}x(t) +$$
$$+\frac{1}{24}(n^4 - 6n^3 + 11n^2 - 6n)\frac{d^4}{dx^4}x(t).$$

Если в этой формуле заменить производные соответствующего порядка интегралами такой же кратности, а интерполяцию проводить по целым отрицательным значениям порядка интегрирования, получим формулу для определения интегралов дробного порядка.

Континуальная размерность в квантовой механике

Применим дробное дифференцирование и идею континуальной размерности к построению континуального уравнения Шредингера относительно волновой функции Ψ. При его построении будем следовать принципу соответствия дискретной размерности. Уравнение имеет вид

$$\int_0^\infty A(y)\frac{\partial^{B(y)}}{\partial x^{B(y)}}\Psi(x(y))dy+(E-U(x(y)))\Psi(x(y))=0,$$

где $x(y)$ – континуальная координата с непрерывным номером y.

Принципу соответствия удовлетворяют следующие выражения для коэффициентов уравнения

$$\operatorname{Re} A(y)=-\frac{\hbar^2}{2m}(1-e^{-\frac{y}{\pi}});$$

$$\operatorname{Im} A(y)=-\hbar e^{-\frac{y}{\pi}};$$

$$B(y)=2-e^{-\frac{y}{\pi}}.$$

При дискретной размерности уравнение принимает известный обычный вид. То есть выполняется принцип соответствия дискретной (конечной) размерности. В нашем уравнении координата с нулевым номером имеет размерность времени, и по мере движения вдоль оси номера непрерывно переходит в размерность протяженности. Уравнение является интегро-дифференциальным, что создает вычислительные трудности в сравнении с классическим случаем. Возможны континуальные аналоги других уравнений квантовой механики частиц и полей. В квантовой механике действует принцип неопределенности Гейзенберга, для нашего случая дополним его фрагментом неопределенности номера координаты

$$\Delta y\cdot\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{\hbar}{2},$$

где Δy – безразмерная неопределенность непрерывного номера координаты в континуальном пространстве, Δp – неопределенность импульса, Δx – неопределенность значения координаты, $\hbar$ – приведенная постоянная Планка. Запись принципа неопределенности в нашей редакции для энергии и времени

$$\Delta y\cdot\Delta E\cdot\Delta t\sim\hbar$$

позволяет предпринимать попытки построения расчетных схемы метода возмущений для квантованных полей, когда отсутствие координатной неопределенности приводит к расчетным расходимостям в методе возмущений. В классической механике координатная неопределенность равна нулю. Интересно ее поведение во взаимодействиях других известных видов, например, ядерного, гравитационного, в задаче определения констант взаимодействия для разных полей, например, поля Хиггса.

В уравнение Шредингера входит масса частицы. Мы будем исходить из носящего характер принципа предположения, что все физические величины являются наблюдениями (оценками) разных видов движения материи. Предположение состоит в том, что ответственными за ее существование являются движения материи вдоль континуальной размерности пространства, межразмерностные осцилляции. Для такой оценки массы подходит, например, следующее соотношение

$$\langle m\rangle=h\int_0^\infty\left(\frac{\partial\Psi(x(y))}{\partial x}\cdot\frac{dx(y)}{dy}\right)^2dy,$$

где h – константа размерности массы или энергии. Вместо функции квадрата в соотношении может использоваться норма. Оно обеспечивает положительность массы, и может рассматриваться в системе с уравнением Шредингера. Такая оценка не противоречит известному эффекту осцилляции солнечных нейтрино, вакуумным эффектам Казимира, эффекту материализации струй, наблюдаемому на Большом адронном коллайдере. В астрономических приложениях к межразмерностным осцилляциям можно отнести фактор темной материи, темной энергии, парадокс «Пионеров», наблюдение звездных систем с возрастом, превосходящим возраст Вселенной.

Для нас принципиальным является отрицание понимания «массы покоя» как понятия внутренне противоречивого, не связанного с движением материи. То же относится к известному парадоксу Маха о «массе одного тела» или «вращении одного тела» во Вселенной.

Континуальная размерность в других инженерных и естественных приложениях

За исходный примем некоторый объект, вероятностные состояния которого описывается дифференциальными уравнениями Колмогорова. В отличие от стандартного случая множество состояний будем определять, как имеющее мощность континуума, а само множество будем считать имеющим конечный фазовый объем и возможно имеющим границу. Каждое состояние характеризуется плотностью его вероятности. Выполняется условие нормировки вероятности полной группы состояний. Между состояниями действуют обменные потоки плотностей вероятностей – интенсивности обмена. Между этими (первичными, например, управляемыми плотностями вероятности состояний) потоками действуют вторичные потоки, описывающие взаимное влияние первичных потоков путем взаимных перетеканий интенсивностей обмена. Далее между вторичными потоками действуют третичные, и уровни обмена продолжаются до бесконечности. Возможны обмены-перетекания между каналами перетекания разного уровня. Поскольку множество состояний является непрерывным, число степеней свободы такой системы имеет мощность континуума. Для такой системы возможны различные содержательные постановки задачи. Примером может быть задача о нескольких коммивояжерах, стремящихся в игровой задаче с непротиворечивыми интересами наиболее быстро обойти наиболее вероятные состояния. Возможна постановка задачи для континуальной нейронной системы, в которой дополнительно к системе Колмогорова реализуется функция частичного сохранения структуры по некоторому критерию, что отражает контекст обучения, совершенствования, развития. Соотношение такой идеи с идеей искусственного интеллекта состоит в отсутствии «канала связи» с «объектом изучения». Для человека – наблюдателя этим источником является общественная практика, потребность, обусловливающая целенаправленную деятельность. Континуальная размерность не дает положительного ответа на вопрос о возможности построения искусственного интеллекта.

Подобные системы имеют перспективу применения для описания многочастотных систем, или элементарных частиц и систем с внутренней структурой. Их также можно отнести к известным физическим многомерным приложениям.

К недостаткам можно отнести отсутствие предложений относительно эволюции размерности пространства, т.к. развитие материи естественно связывать с эволюцией форм ее существования. Особенностью является проведение вычислительных экспериментов. Без уравнения развития размерности континуальное пространство можно приблизить Гильбертовым с единичным дискретным шагом по номеру координаты. Возможна связь координатного движения с движением межразмерностным, их неразрывность и взаимообусловленность. Если в континуальные уравнения Шредингера, Дирака волновая функция и ее координатные производные будут входить вместе с производными по размерности, то таким образом отраженная взаимосвязь координатного и межразмерностного движений может использоваться для обеспечения нетривиальности решения. Возможна динамика взаимодействия координатного и межразмерностного движений, обеспечивающая конечность скорости взаимодействия.

Известна проблема Лапласа относительно бесконечности координатной скорости гравитационного действия (из условия устойчивости планетных систем). Ее решение мы предполагаем связывать с межразмерностным движением гравитационного поля.

Эксперименты

На рис.1 представлена схема первого эксперимента. Два плоских конденсатора, образованных пластинами соответственно (1), (2) и (3), (4) соединены последовательно с источником постоянной электродвижущей силы *E*. Диэлектрический диск (5) приводится во вращательное движение. В цепи протекает постоянный ток, фиксируемый прибором *A*. Ток возникает из-за движения диэлектрика вследствие его переполяризации согласно формуле

$$i_C = C\frac{dE}{dl}\frac{dl}{dt} = C\frac{dE}{dt},$$

где l – линия движения диэлектрика, показанная пунктирной стрелкой.

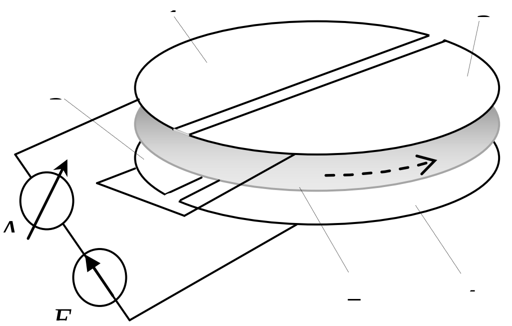

Рис.1 Схема первого эксперимента

На рис.2 представлена схема второго эксперимента.

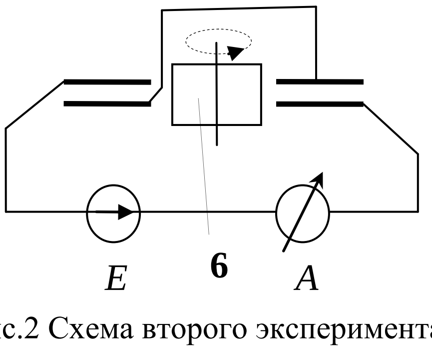

Рис.2 Схема второго эксперимента

Диэлектрик (5) заменен массивным вращающимся телом (6), например, высокоскоростным гироскопом. Установка находится в вакууме. В дополнительном предположении о некотором сцеплении межразмерностных осцилляций с вращающимся телом в цепи также наблюдается электрический ток.

Проблемные вопросы

Как и в классическом случае, у нас пространство и время выполняют функцию некоторого внешнего вместилища для физических процессов. Симметрию между ними мы далее будем искать в обратном действии – материи на пространство и время. Этому действию должно соответствовать дополнительное квантовомеханическое уравнение, в котором волновая функция и пространство-время меняются ролями в сравнении с уравнением Шредингера, метрика и размерность являются решениями. Возможно, подобно волновой функции, периодическими, и объясняющими факт множественности элементарных частиц. Например, представляющихся тождественными волновыми пакетами. Роль пространства как равноправного с волновой функцией динамического партнера возможна как ведущая к рациональным продолжениям, когда метрический тензор пространства-времени образуется, например, квадратами пространственных и временных градиентов волновой функций. Такой подход согласуется с содержанием введения к статье и может быть основой попыток построения квантовых уравнений гравитации.

Литература

1. *Халмош П.* Гильбертово пространство в задачах / Халмош П. // — М.: Издательство «Мир», 1970. — 352 с.

2. *Антонов В.К.* Векторний простір континуальної розмірності. / Антонов В.К. // «Комп’ютерні системи та мережеві технології» (CSNT 2019); 12 міжнародна науково-практична конференція, Київ 2019. – С. 12-13.

3. *Антонов В.К.* Застосування похідних дробного порядку в задачах структурної ідентифікації і механіки. / Антонов В.К. // Вісник НАУ. – 2009. – №2. – С. 178 – 183.

4. *Антонов В.К.* Дифференциальные уравнения с производными по порядку дифференцирования. / Антонов В.К. // Проблемы информатизации и управления:

Сб. научн. тр. – К.:НАУ, №1(45) 2014. – С.31-36.

5. *Антонов В.К.* Применение дробных производных для построения регуляторов. / Антонов В.К. // Проблемы информатизации и управления: Сб. научн. тр. – К.:НАУ, №1(49) 2015. – С.10-19.

6. *Половко А.* Интерполяция. / Половко А., Бутусов П. // Методы и компьютерные технологии их реализации – СПТБ.: БХВ-Петербург, 2004. – 320 с.

Антонов В.К.

ПРОСТРАНСТВА КОНТИНУАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Предложено пространство с размерностью мощности континуума, что является естественным обобщением и развитием понятий евклидова и гильбертова пространств. Соответствующее ему векторное поле задается по аналогии со счетномерным случаем континуумом полевых функций. Определены дифференциальные операции. В предположении о его физической реальности приведено континуальное квантово-механическое уравнение Шредингера. Из принципа соответствия конечномерному случаю производные определяются как дробные с помощью интерполяционных (по порядку дифференцирования) операторов. Постулирован новый вид движения материи – вдоль размерности пространства (межразмерностные осцилляции), и на его основе квантово-механическое определение массы. Принцип неопределенности расширен множителем неопределенности «непрерывного номера» координаты.

Ключевые слова: *континуальная размерность пространства, континуальные дифференциальные операции, их приложения.*

Antonov V.K.

SPACES OF CONTINUOUS DIMENSION

A space with dimension of continuum power is proposed, which is a natural generalization and development of the concepts of Euclidean and Hilbert spaces. The corresponding vector field is given by analogy with the counting case of a continuum of field functions. Differential operations are defined. The assumption of his physical reality shows the continuous quantum-mechanical Schrödinger equation. From the principle of correspondence to the finite-dimensional case, the derivatives are defined as fractional ones by means of interpolation (in order of differentiation) operators. A new kind of motion of matter is postulated - along the dimension of space (inter-dimensional oscillations), and on its basis quantum-mechanical determination of mass. The uncertainty principle is extended by the uncertainty factor of the "continuous number" of the coordinate.

Keywords: *continual dimension of space, continuous differential operations, their applications.*