УДК 621.396.13

Мелешко М.А., к.т.н.,
Ракицький В.А.

ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ В КОМП’ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

Національний авіаційний університет

mma.nau@ukr.net
rvadim4835@gmail.com

Вступ

Серед дискретних перетворень: Фур’є, Уолша, Хаара тощо,дискретне перетворення Хартлі (ДПХ) є одним з можливих методів цифрової обробки інформації, в тому числі і в комп’ютерних мережних засобах передачі даних [1,2].

Постановка задачі

Коефіцієнти ДПХ визначаються наступним способом (пряме перетворення):

$$H(n) = \left(\frac{1}{N}\right)\sum_{k=0}^{N-1} f(k)\left(C_N^{kn} + S_N^{kn}\right). \quad (1)$$

Зворотне перетворення має вигляд:

$$\hat{f}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} H(n)\left(C_N^{kn} + S_N^{kn}\right), \quad (2)$$

де N – послідовність дискретних відліків початкової *f(k)*та відновленої $\hat{f}(k)$реалізації сигналу;

$$\begin{cases} C_N^{kn} = cos\dfrac{2\pi kn}{N} \\ S_N^{kn} = sin\dfrac{2\pi kn}{N}, \end{cases} \quad (3)$$

$$k, n = \overline{0, N-1}.$$

Як і інші перетворення, ДПХ має більш ефективний спосіб розрахунку коефіцієнтів H(n), наприклад, швидке перетворення Хартлі (ШПХ) [3]:

$$H(n) = H_1(n) + H_2(n)C_N^n + +H_2(N-n)S_N^n, \quad (4)$$

де $H_1(n)$ і $H_2(n)$ відповідно ДПХ послідовностей f(2k) і f(2k+1), при k = $\overline{0, N/2-1}$; n= $\overline{0, N-1}$.

Далі з(4) отримуємо

$$H(n) = H_1(n) + D(n), \quad (5)$$

$$H\left(n+\frac{N}{2}\right) = H_1(n) - D(n),$$

$$H\left(\frac{N}{2}-n\right) = H_1\left(\frac{N}{2}-n\right) + B(n),$$

$$H(N-n) = H_1\left(\frac{N}{2}-n\right) - B(n).$$

$$D(n) = H_2C_N^n + H_2\left(\frac{N}{2}-2\right)S_N^n, \quad (6)$$

$$B(n) = H_2S_N^n - H_2\left(\frac{N}{2}-2\right)C_N^n, (7)$$

де $n = \overline{0, N/4}$.

На підставі формул (6, 7) будується ШПХ по основі 2 (ШПХ 2). Якщо початкову послідовність *f(k)*обмежити кількістю відліків$N=4^p$, де*p*-ціле число, то отримаємо ШПХ по основі 4 (ШПХ 4) [3].

Подаючи *f(k)*у вигляді послідовностей f*(4k), f(4k+1),f(4k+2), f(4k+3),*

де $k = \overline{0, N/4-1}$,

маємо

$$H(n) = H_0(n) + \sum_{l+1}^{3}[C_N^{ln}H_l(n) + +S_N^{ln}H_l(N-n)], \quad (8)$$

тут H_l(n) – ДПХ послідовностей *f(4k), f(4k+1), f(4k+2), f(4k+3), 1=*$\overline{0,3}$.

З (8) визначаються співвідношення:

$$H(n) = [A_0(n) + A_2(n)] + [A_1(n) + +A_3(n)], \quad (9)$$

$$H\left(n+\frac{N}{4}\right) = [A_0(n) - A_2(n)] - [B_1(n) - -B_3(n)],$$

$$H\left(n+\frac{N}{2}\right) = [A_0(n)+A_2(n)] - [A_1(n) + +A_3(n)],$$

$$H\left(n+3\frac{N}{4}\right) = [A_0(n)-A_2(n)] + +[B_1(n)+B_3(n)],$$

$$H\left(\frac{N}{4}-n\right) = [-B_0(n)+B_2(n)] + +[A_1(n)-A_3(n)],$$

$$H\left(\frac{N}{2}-n\right) = [-B_0(n)-B_2(n)] + +[B_1(n)+B_3(n)],$$

$$H\left(3\frac{N}{4}-n\right) = [-B_0(n)+B_2(n)] - -[A_1(n)-A_3(n)],$$

$$H(N-n) = [-B_0(n)-B_2(n)] - -[B_1(n)+B_3(n)],$$

де

$$A_l(n) = C_N^{ln}H_l(n) - S_N^{ln}H_l(\frac{N}{4}-n), \quad (10)$$

$$B_l(n) = S_N^{ln}H_l(n) - C_N^{ln}H_l(\frac{N}{4}-n). \quad (11)$$

Зазначимо,що при n=0, N/4, N/2, 3N/4, (у випадках, коли множники C_N^n і S_N^nприймають значення 0,1, -1) співвідношення(9, 10, 11) приводяться до вигляду:

$$H(0) = [H_0(0)+H_2(0)] + [H_1(0) + +H_3(0)],$$

$$H\left(\frac{N}{4}\right) = [H_0(0)-H_2(0)] + [H_1(0) - -H_3(0)],$$

$$H\left(\frac{N}{2}\right) = [H_0(0)+H_2(0)] - [H_1(0) + +H_3(0)],$$

$$H\left(3\frac{N}{4}\right) = [H_0(0)-H_2(0)] - [H_1(n) - -H_3(n)]. \quad (12)$$

Алгоритм ШПХ 4 будується відповідно з виразами (9, 10, 11, 12).

При цьому для підвищення швидкодії виділяються 3 етапи перетворення: при n= 0, n= $\overline{1, N/8-1}$тan= N/8.

H_l(m) визначається наступним чином:

$$H_l(m) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} f(4k+l)\left\{\cos\left[2\pi 4k\frac{m}{N}\right] + + \sin\left[2\pi 4k\frac{m}{N}\right]\right\}, \quad (13)$$

де $l = \overline{0,3}$, $\quad m = n, \frac{N}{4} - n.$

$$H_l(0) = 1/N \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} f(4k+l). \quad (14)$$

Для визначення ефективності алгоритмів ШПХ їх зручно порівнювати з відомими алгоритмами швидкого перетворення Фур’є (ШПФ).

Відомо, що недоліком ШПФ є необхідність окремої обробки його дійсної та уявної частин. Алгоритм ШПХ 2 потребує меншої кількості операцій,ніж відомі алгоритми ШПФ [3]. Так при N =32 заощаджується не менш 20 % затрат часу. При зростанні N відсоток економії зменшується,і при N =2048,становить до 10 %.

Більш ефективним є ШПХ 4. Порівняння викладеного вище алгоритму ШПФ по основі 4 показує,що останній потребує в два рази більше розрахунків [3].

При потребі можна отримати дійсну і уявну частини ДПФ,розрахувавши парну і непарну частини ДПХ [2].

Виходячи з вищесказаного, алгоритм ШПХ 4 можна відрекомендувати як ефективний засіб для цифрової обробки сигналів, наприклад, в засобах мережних технологій, в системах передачі мультимедійного контенту (потокового аудіо та відео).

Моделювання перетворення Хартлі

З метою перевірки теоретичних положень проведене комп’ютерне моделювання ДПХ з використанням тестового сигналу об'ємом вибірки 128 відліків,сигнальна функція якого зображена на рис. 1, а в таблиці 1 –її дискретні значення.

Програмно реалізований алгоритм ШПХ4, представлений на рис.2. В основу алгоритма покладені вирази (9 -11).

В блоках окремих операцій в структурній схемі алгоритму даються посилання на формули, відповідно з якими проводяться розрахунки.

В якості початкових даних використані послідовності f(k) довжиною M. Потім f(k) представляється у вигляді ряду послідовностей для k=0, N-1, k=N,2N-1,..., кожна з яких обробляється окремо.

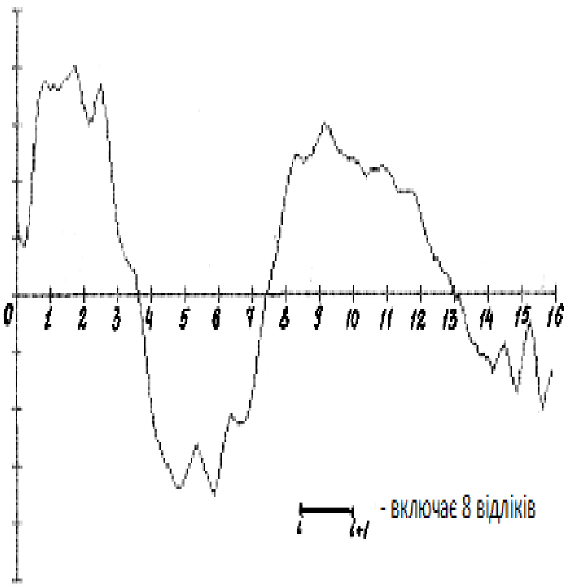

Рис. 1. Зображення тестового сигналу

Таблиця 1.

Дискретні значення тестового сигналу

26	17	16	24
45	63	68	69
67	68	67	69
71	73	74	68
60	55	57	65
68	60	47	32
21	15	11	9
8	0	-10	-23
-37	-46	-48	-54
-56	-60	-62	-62
-59	-56	-51	-49
-54	-58	-63	-65
-58	-50	-43	-39
-40	-42	-42	-39
-32	-23	-12	-2
4	10	15	26
34	40	45	45
43	44	45	48
52	55	54	51
47	46	45	44
44	43	40	38
40	40	40	42
40	38	36	33
34	33	34	31
25	20	7	5
11	8	7	5
-1	-1	-5	-12
-15	-16	-20	-20
-21	-26	-22	-18
-16	-22	-29	-32
-22	-13	-8	-16
-31	-37	-30	-26

Результати моделювання зведені у таблиці 2, 3, 4.В таблиці 2 подані коефіцієнти ДПХ 4. Значення відновленого сигнала показані в табл. 3.В табл. 4 і на рис. 3, 4, 5наведені результати моделювання у випадку скорочення объема інформації в 2, 4, 8 раз, тобто з коефіцієнтом стиснення W= 2, 4, 8.

Проведені дослідження в подальшому можуть бути застосовані для обробки реальних сигналів (процесів) з використанням ШПХ. При цьому для прямого і зворотного перетворення ШПХ2 необхідно застосувати формули 6, 7, 2 відповідно. У випадку використання ШПХ4 пряме перетворення реалізується формулами 9-11.

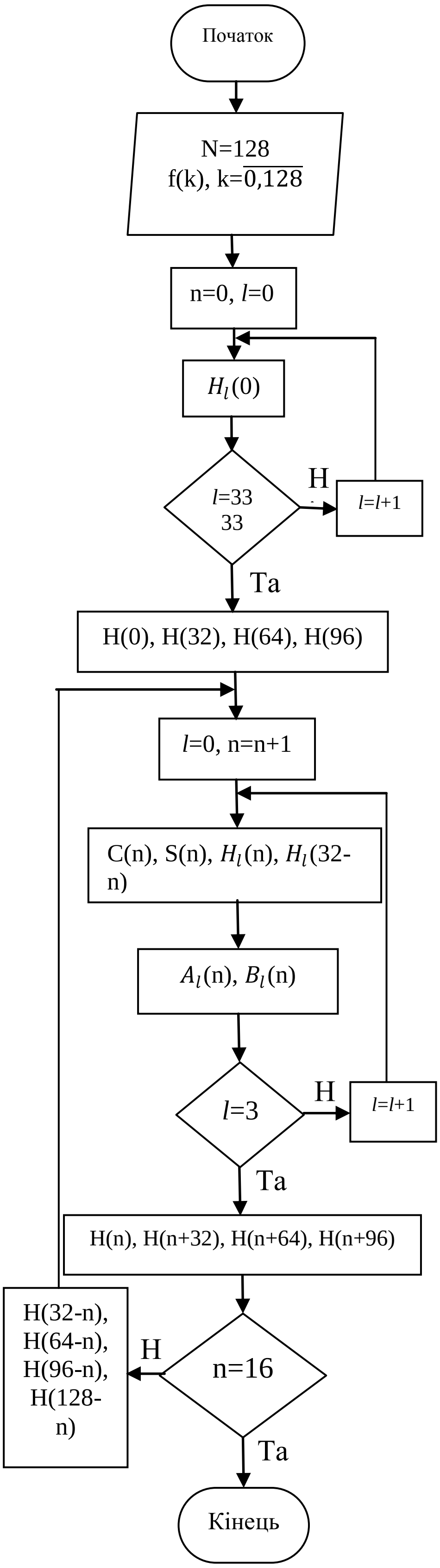

Рис. 2. Структурна схема алгоритму швидкого перетворення Хартлі по основі 4.

*Таблиця 2.*Значеннякоефіцієнтів ДПХ 4.

8.58375	-4.45771	29.95682	-1.12293
1.72141	-2.40987	2.34953	-0.42972
-0.38111	0.15252	0.51117	-0.98257
-0.24713	0.82072	0.35092	0.47733
0.02746	-0.94618	2.27998	1.55588
1.40485	1.22906	0.79070	0.42148
0.21627	0.16131	0.59146	0.50056
0.50067	0.45001	0.48227	0.41425
0.40625	0.45227	0.39742	0.39556
0.11962	0.35321	0.36527	0.37117
0.32567	0.26397	0.21992	0.26737
0.15523	0.46818	0.55235	0.29144
0.23457	0.29260	0.29675	0.26558
0.21038	0.33053	0.28335	0.31577
0.27076	0.28098	0.20109	0.26070
.32673	0.34940	0.22490	0.26427
0.28125	0.29236	0.11846	0.17327
0.15772	0.14588	0.11980	0.23869
0.33403	0.19334	0.24019	0.25157
0.19319	0.16637	0.27689	0.02702
0.16004	0.15469	-0.17023	0.09467
0.03030	-0.19522	0.10692	0.13975
0.04955	-0.01572	-0.04491	-0.15762
0.04324	-0.00535	-0.02492	0.05564
0.03125	-0.00413	0.07911	-0.07906
-0.05275	0.02196	0.51475	0.75082
0.90890	0.94522	0.61983	0.53197
0.49506	0.66514	0.69544	1.31876
-1.04707	-0.69491	-1.53976	-0.70187
1.09597	-1.48035	-1.30816	-1.86554
-1.28658	-2.99216	-2.22273	-1.04373
-3.27956	-12.48805	-19.65995	10.49957

*Таблиця 3.*Значення відновленого сигналу.

26.00010	17.00007	16.00006	24.00007
45.00004	63.00006	68.00005	68.99998
66.99989	67.99988	66.99994	69.00005
70.99996	72.99992	74.00005	67.99990
59.99996	54.99991	57.00005	67.99990
67.99996	60.00000	46.99990	31.99987
20.99990	14.99986	10.99990	31.99987
7.99990	-0.00005	-10.00004	-23.00000
-36.99996	-45.99995	-47.99994	-54.00000
-55.99997	-59.99992	-61.99991	-61.99983
-58.99991	-55.99988	-50.99991	-48.99997
-53.99998	-57.99994	-63.00008	-64.99997
-58.00000	-50.00000	-43.00008	-38.99998
-39.99995	-41.99993	-41.99991	-38.99987
-31.99979	-22.99974	-11.99979	-1.99984
4.00010	10.00004	15.00015	26.00010
34.00013	40.00012	45.00014	48.00009
43.00003	44.00003	45.00006	48.00005

51.99995	54.99994	53.99992	51.00010
47.00001	45.99994	45.00008	44.00002
43.99994	42.99988	39.99988	41.99990
39.99990	39.99984	39.99998	41.99990
39.99992	37.99992	34.99990	32.99995
33.99992	32.99999	33.99990	30.99994
24.99983	19.99984	15.99981	11.99990
10.99989	7.99980	6.99976	4.99976

-1.00007	-1.00004	-4.99997	-12.00017
-15.00008	-16.00000	-20.00016	-20.00011
-21.00002	-25.99999	-21.99998	-18.00007
-15.99992	-21.99979	-28.99998	-31.99994
-21.99984	-12.99998	-8.99972	-15.99964
-30.99969	-36.99985	-29.99986	-25.99990

Таблиця 4. Дискретні значення відновленого сигналу з коефіцієнтами стиснення в 2,4,8 разів.

W=2				W=4			
25.00005	16.00004	45.00006	68.00007	25.99997	44.99998	66.99998	71.00002
67.00002	66.99998	71.00003	74.00003	60.00003	68.00002	20.99997	7.99996
59.99990	56.99997	67.99998	46.99989	-36.9999	-55.9999	-58.9999	-54.0000
20.99994	10.99988	7.99986	-10.0001	-57.9999	-39.9999	-31.9999	4.00003
-36.9999	-47.9999	-55.9999	-61.9999	34.00002	43.00002	52.00006	47.00007
-58.9999	-50.9999	-53.9999	-62.9999	44.00000	39.99995	39.99995	34.00000
-57.9999	-43.0000	-39.9999	-41.9999	24.99997	10.99996	-1.00009	-15.0001
-31.9999	-11.9999	4.00009	15.00012	-21.0000	-15.9999	-21.9999	-31.0000
34.00010	45.00010	43.00008	45.00009	W=8			
52.00002	53.99999	47.00008	45.00001	26.00000	67.00000	60.00000	21.00000
43.99995	39.99995	39.99986	39.99994	-37.0000	-59.0000	-58.0000	-32.0000
39.99990	34.99990	33.99993	33.99992	34,0000	52,0000	44,0000	40,0000
24.99990	15.99989	10.99987	6.99981	25.00000	-1.00000	-21.0000	-22.0000
-1.00012	-5.00006	-15.9999	-20.0000	Результати таблиці відображені на рис.3, 4, 5, що ілюструє стиснення інформації в 2, 4, 8 разів.			
-20.9999	-21.999	-15.9999	-28.9999				
-21.9999	-8.99984	-30.9999	-29.9999				

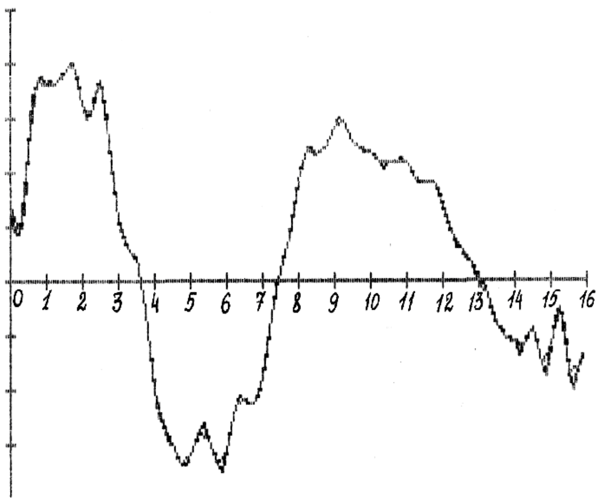

Рис. 3. Результати моделювання у випадку скорочення об’єму інформації в 2 рази

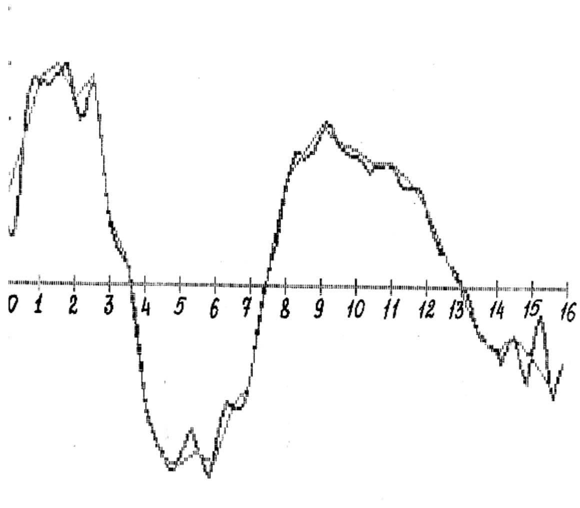

Рис. 4. Результати моделювання у випадку скорочення об’єму інформації в 4 рази

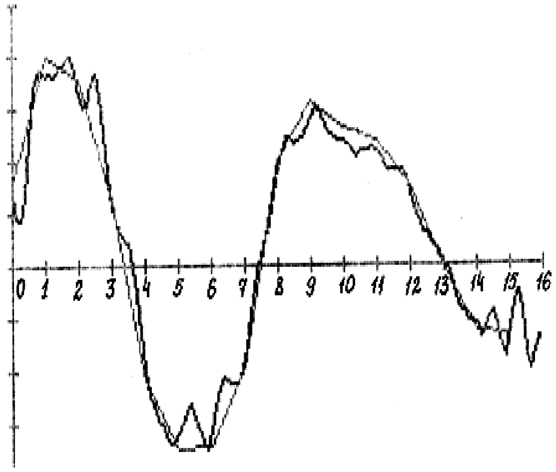

Рис. 5. Результати моделювання у випадку скорочення об'єму інформації у 8 разів

Рекомендації щодо подальших досліджень

Результати моделювання підтверджують, що використання швидких алгоритмів істотно зменшує час обробки.

Характерною рисою сучасності є різке перевищення зростання потоку інформації над розширенням каналів передачі даних. Тому суттєвою необхідністю є пошук раціональних методів та технічних засобів обробки інформації. Один з етапів обробки — стискання інформації.

На даний час широкого розповсюдження набули цифрові системи передачі, актуальність яких, насамперед, пов'язана з бурхливим розвитком засобів цифрової техніки, і особливо мікрокомп'ютерів, що забезпечують перетворення, зберігання і передачу інформації в реальному часі, а також моделювання різноманітних процесів представлення і обробки сигналів, систем та пристроїв[4].

Серед важливих галузей застосування цифрових методів є представлення та обробка сигналів: мовлення, музика, природні шуми тощо.

Всезростаючий об'єм корисної інформації, що отримується від джерел різного фізичного походження, потребує пошуку ефективних методів попередньої обробки на етапі представлення та визначення способів передачі по каналу даних.

Найважливішою задачею цієї проблеми є зменшення надмірності зі збереженням потрібної якості передачі. Традиційними дослідами стали методи зменшення надмірності звукових сигналів. Ці методи передбачають кодування акустичного коливання або аналіз/синтез на основі сучасних мережних технологій.

Незважаючи на те, що в галузі цифрової обробки аудіо сигналів, особливо мовних, проведений значний перелік досліджень, залишається ще багато невирішених проблем. Один з резервів удосконалення цифрових систем передачі даних — пошук нових методів представлення і обробки інформації з використанням програмуючих мікрокомп'ютерних обчислювальних засобів[4].

З нашої точки зору, великі потенційні можливості мають цифрові системи, які використовують представлення аудіо сигналів системою базисних функцій. Тому подальші міркування будуть направлені на порівняльний аналіз та дослідження доцільності використання перспективних базисних функцій в інженерних розробках.

Передбачається продовжити дослідження технологій доставки мультимедійної інформації комп'ютерними мережами, в тому числі, з використанням ШПХ для обробки потокової інформації у відповідності до сучасних вимог передачі аудіо та відео контенту, з урахуванням задач, визначених в [5] та використанням сучасних мікрокомп'ютерних засобів [4].

Висновки

Проведені дослідження щодо практичного використання дискретного перетворення Хартлі в системах цифрової передачі даних можуть бути корисними при вивченні та проектуванні задач проблематики комп'ютерних мереж та мультимедійних систем.

Особливо важливим є необхідність пошуку ефективних засобів стиснення даних при функціонуванні комп'ютерних мереж на об'єктному та процесному рівні.

Вочевидь, подальші дослідження, які передбачають апаратурну побудову системз використанням ШПХ, будуть базуватися на застосуванні сучасних апаратних та програмних засобів інформаційних технологій.

Список літератури:

1. *Брейсуэлл Р.Н.* Быстрое преобразование Хартли. ТИИЭР, №8, 1984.-с. 19-27.

2. Методы синтеза быстрых алгоритмов свертки и спектрального анализа сигналов / *В.А. Власенко, Ю.М. Лаппа, Л.П. Ярославский*. — М.: Наука, 1990. - 180 с

3. *Кантор И.* Эффективное вычисление дискретного преобразования Фурье и дискретного преобразования Хартли. – 2002. -[Електронний ресурс] – електронні текстові дані. -Режим доступу: http://algolist.manual.ru/maths/fft_art.zip.

4. *Могильний С.Б.* Мікрокомп'ютер RaspberryPi - інструмент дослідника: посібник. – К.: «Талком», 2014. – 340 с.

5. *Мелешко М.А.,* к.т.н.,*Ракицький В.А.* Оптимізація цифрової обробки мультимедійного контенту // Збірник тез науково-практичної конференції «Мультимедійні технології в освіті та інших сферах діяльності». НАУ, 2017. – С. 50.

Мелешко М.А.,
Ракицький В.А.

ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ В КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

Дискретне перетворення Хартлі (ДПХ) як різновид дискретних ортогональних тригонометричних перетворень є одним з можливих методів цифрової обробки інформації, в тому числі і в засобах комп'ютерних мереж. Пряме перетворення Хартлі визначає обчислення коефіцієнтів розкладу (аналіз), зворотне перетворення реалізується на етапі синтезу. Як і інші перетворення, ДПХ має більш ефективний спосіб розрахунку коефіцієнтів, наприклад, швидке перетворення Хартлі (ШПХ). Для визначення ефективності алгоритмів ШПХ їх зручно порівнювати з відомими алгоритмами швидкого перетворення Фур'є, основним недоліком якого є необхідність окремої обробки його дійсної та уявної частин. При потребі можна отримати дійсну і уявну частини Фур'є-перетворення, розрахувавши парну і непарну частини ДПХ. Алгоритм ШПХ потребує меншої кількості операцій в порівнянні з Фур'є, що дає заощадження затрат часу від 10 % до 20 %. Наведені посилання на першоджерела щодо ефективності ШПХ. Так, наприклад, обчислення на інтервалі, який має 32 відліків, заощаджується не менше 20% затрат часу. При зростанні інтервалу економія зменшується. Показана структурна схема алгоритму практичного використання ДПХ. В блоках окремих операцій даються посилання на формули, відповідно яких проводяться розрахунки. З метою перевірки теоретичних досліджень, поданих в першоджерелах інших авторів, а також за результатами аналізу в даній статті, проведене моделювання швидкого перетворення Хартлі, а саме, процесу обробки тестового сигналу з об'ємом вибірки 128 відліків. Розглянуті варіанти скорочення об'єму інформації (стиснення) в 2, 4, 8 разів. Виходячи з вищесказаного, алгоритм ШПХ можна рекомендувати як ефективний засіб для цифрової обробки сигналів в комп'ютерних системах та мережах.

Ключові слова: перетворення Хартлі, комп'ютерна система, цифрова обробка, алгоритм, стиснення.

Meleshko M.A.,
Rakitskiy V. A.

USE HARTLEY TRANSFORMATION IN COMPUTER SYSTEMS, DIGITAL DATA PROCESSING

Discrete Hartley transform (DHT) as a kind of orthogonal discrete trigonometric transformation is one of the possible methods of digital processing of information, including the means of computer networks. Direct conversion Hartley defines calculating expansion coefficients (analysis)reverse transformation is realized during synthesis .Like other transformations, DHT is a more effective way to calculate factors such as rapid transformat-on Hartley (SHPH). To determine the efficiency of algorithms SHPH it is convenient to compare with the known FFT algorithms, the main drawback of which is the need for separate handling its real and imaginary parts. If necessary, you can get real and imaginary parts of the Fourier transform, calculating odd and even parts of DHT. SHPH algorithm requires fewer operations compared to Fourier, giving savings in time costs from 10% to 20%. These references to the original performance SHPH. For example, the calculation of the interval, which has 32 samples, saving at least 20% of effort. With increasing interval economy decreases. Shown block diagram DHT algorithm practical use.In order to test theoretical studies submitted in the original sources of other authors and the analysis in this paper conducted modeling rapid transformation Hartley, to wit, the processing capacity of the test signal sampling 128 samples. The options reducing the amount of information (compression) at 2, 4, 8 times. Based on the foregoing, the algorithm SHPH can be recommended as an effective means for digital signal processing in computer systems and networks.

Keywords: Hartley transform, computer system, digital processing, algorithm, datacompression.