УДК 629.782:001.5 (045)

**Климова А.С.** , к.т.н.,
**Куклінський М.В.**, к.т.н.

# ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АВІАЦІЙНО-КОСМІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ І МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Національний авіаційний університет

asie@ukr.net,
maximum_inc@ua.fm

*Розглянуто питання вдосконалення алгоритмів у вигляді обчислювальної методики багатокритеріального параметричного синтезу, призначеної для виконання конкретних прикладних завдань під час проведення науково-технічних досліджень на початкових етапах розробки і створення складних авіаційно-космічних комплексів*

**Ключові слова:** авіаційно-космічні системи, багатокритеріальна оптимізація, синтез оптимальної системи

## Вступ

Сучасні авіаційно-космічні системи (АКС) являють собою багатоцільові комплекси, призначені для ефективного вирішення широкого спектру завдань. Вони характеризуються значною складністю і великою вартістю розробки. Тому синтез оптимальної АКС здійснюється шляхом оптимізації та вибору з урахування багато чинників (багатокритеріальної оптимізації). Ускладнення вирішення завдань багатокритеріальної оптимізації АКС обумовлено тим, що до теперішнього часу недостатньо розвинений алгоритмічний і програмно-математичний апарат багатокритеріального параметричного синтезу при реалізації заданих цільових програм створення і застосування АКС. Отже, найбільш важливими напрямами підвищення ефективності проведення наукових досліджень перспективних АКС є удосконалення існуючих і розробка нових алгоритмів і програмних засобів забезпечення параметричного синтезу АКС на основі багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання.

## Постановка завдання

Розглянемо задачу багатокритеріального параметричного синтезу АКС в такій постановці.

Нехай $y = \{y_i\}_{i=1}^{n} \in Y$ - вектор концептуальних параметрів системи АКС, які визначають концепцію її побудови. Задані для кожного параметра обмеження утворюють допустимий простір параметрів Y. Обмеження на параметри виявляються на підставі аналізу прогнозованих умов створення і застосування АКС і мають вигляд

$$\alpha_{iн} \leq y_i \leq \alpha_{iв}, \; j = \overline{1,q}, \qquad (1)$$

де $\alpha_{iн}$ , $\alpha_{iн}$ - відповідно допустимі нижня і верхня межі зміни чисельного значення j-го параметра.

Якість рішення (варіанта побудови АКС) оцінюється за сукупністю суперечливих приватних критеріїв, що є функціями від заданих концептуальних параметрів y. Сукупність функцій $f_k(y)$, $k = \overline{1,m}$ утворюють вектор цільової функції

$$f = f(y) = \{f_k(y)\}_{k-1}^{m}, \qquad (2)$$

який повинен знаходитись в області допустимих значень F. Передбачається, що зовнішні умови, які впливають на функціонування системи, відомі і фіксовані. Тоді векторний критерій функціонування системи є функцією тільки концептуальних параметрів $y' \in Y$. Потрібно визначити оптимальний набір (вектор) концептуальних параметрів системи $y' \in Y$ , якій оптимізує (у певному змісті) вектор критеріїв (2) при відомих обмеженнях (1). Рішення задачі припускає виділення області ефективних варіантів системи (множини Парето) і вибір з цієї множини єдиного компромісного варіанта. Цей вибір здійснюється на основі додаткової суб'єктивної інформації (про відносну важливість приватних критеріїв в заданій ситуації) від особи, яка приймає рішення. На основі цієї інформації, формулюється схема компромісів $F_{узаг}[f(y)]$ - узагальнена функція скалярної згортки приватних критеріїв.

Відповідна модель векторного параметричного синтезу АКС за умови мінімізації функції $F_{узаг}[f(y)]$ полягає у визначенні вектора концептуальних параметрів системи $y'$, який задовольняє векторному критерію $f(y)$ і мінімізує функцію узагальненого критерію

$$y - \underset{y \in Y}{\operatorname{argmin}} F_{узаг}[f(y)] \quad (3)$$

При цьому потрібно переконатися, що мінімізація функції $F_{узаг}[f(y)]$ призводить до оптимального за Парето рішення.

### *Аналіз публікацій і загальні зв'язки з науковими і практичними завданнями*

Науковим і технічним питанням синтезу (структурного і параметричного) присвячена велика кількість робіт вітчизняних і зарубіжних вчених, серед них роботи М.Є. Салуквадзе, А.М. Вороніна, І .А. Попова, А.К. Міцитіса, С.К. Баранова, В.В. Подіновського, В.Д. Ногіна, Ю.К. Зіатдінова, О.І. Козлова та ін. У цих роботах розглядаються, в основному, теоретичні і практичні підходи до дослідження складних технічних систем. У праці [1], виділені основні проблемні питання векторної оптимізації: нормалізація (приведення до єдиної міри) приватних критеріїв; виділення множини компромісів (ефективних за Парето рішень); вибір схеми компромісів і єдиного рішення та ін.

На основі аналізу праць [1,2,3] можна зробити висновок, що нормалізація виконується із застосуванням вектора обмежень

$$f^0 = f^0(y) = \left\{\frac{f_k(y)}{A_k}\right\}_{k=1}^{m} = \left\{f_k^0(y)\right\}_{k=1}^{m} \quad (4)$$

де $A_k$- k-та компонента нормуючого вектора обмежень. Відповідно до відомої теореми [7], ця операція є монотонною і рішення, що отримане в нормалізованому просторі критеріїв, не змінюється при переході до початкового (натурального) простору приватних критеріїв.

Згідно з працею [1] множина Парето - може бути виділена з нормалізованого простору критеріїв у результаті рішення задачі параметричного програмування

$$y' = \bigcup_{c \in X} \underset{y \in Y}{\operatorname{argmin}} \sum_{k=1}^{m} C_k f_k^0(y), \quad (5)$$

де $f_k^0(y)$ - нормалізоване значення k-го приватного критерію;

$c = \{c_k\}_{k=1}^{m}$ - формальний векторний параметр, визначений на множині

$$X_c = \left\}c \mid \sum' C_k = 1, C_k \geq 0\right\{$$

Аналіз праць [1, 5, 6] показує, що для побудови функції узагальненого критерію, найчастіше застосовується лінійна згортка приватних критеріїв. Перевага: простота. Недолік: схема застосовна лише в околі точки, яка відповідає фіксованій ситуації. Скалярна функція векторного критерію $F_{узаг}[f(y)]$ в різних ситуаціях є виразом різних принципів оптимальності, яка повинна задовольняти вимоги:

- бути гладкою і монотонною;
- у напружених ситуаціях виражати принцип мінімакса;
- у спокійних умовах - принцип інтегральної оптимальності;
- у проміжних випадках призводити до оптимальних за Парето рішень.

Найбільш простою функцією і такою, що задовольняє викладені вимоги, є [2]

$$Y(\propto, f) = \sum_{k=1}^{m} \propto_k [1 - f_{0k}(y)]^{-1};$$

$$\propto_k \geq 0, \sum_{k=1}^{m} \propto_k = 1 \quad (6)$$

де $\propto_k = const$ - коефіцієнти регресії, що відображують переваги від імені особи, яка приймає рішення за окремими критеріями.

### *Практична реалізація багатокритеріального параметричного синтезу*

Функція $Y(\propto, f)$ є узагальненим критерієм $F_{узаг}[f(y)]$, що має сенс скалярної згортки вектора приватних критеріїв за нелінійною схемою компромісів.

На практиці в більшості випадків для векторної оптимізації використовується лише обмежене коло методів і інструментів аналізу. Це пов'язано з такими проблемами:

- відсутність відповідного інструментарію для виконання процедур і аналізу;
- не застосовність того або іншого методу аналізу до тих початкових даних, якими оперує аналітик;
- висока вартість програмних продуктів (може досягати декількох тисяч доларів), які реалізують велику кількість "просунутих" пошукових методів і аналіз даних та ін.

Тому ще однією проблемою під час вирішення векторних оптимізаційних задач є вибір інструментальних та методичних засобів для проведення наукових і прикладних досліджень, інженерних робіт. У теперішній час існує велика кількість методів і програмних продуктів (наприклад, SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, ProSto, TURBO-OPTIM і т.д.), які надають широкі можливості для вирішення задачі векторної оптимізації і проведення різних видів аналізу даних. Як відмічено в праці [4], найбільш прийнятним і ефективним для вирішення зазначені задачі є використання на базі інтегрованого пакета Microsoft Office великої кількості існуючих і новостворених макросів (модулів), які можуть виконуватися програмними модулями пакета. Крім того, є можливість підтримки інтегрованого середовища Visual Basic for Applications (VBA), яке є найбільш «підведеним» під стандарти Microsoft Office. Сучасний пакет Microsoft Office поповнився новими інструкціями, об'єктами, властивостями і методами, а також розширеною моделлю подій. Крім того, спростилася технологія створення так званих програм-надбудов Add-lns об'єктних надбудов Com-Add-lns.

Використовуючи можливості сучасних програмних засобів і результати аналізу існуючих підходів до вирішення задачі векторної оптимізації, можна зробити такий висновок. Для підвищення ефективності проведення наукових досліджень при реалізації заданих цільових програм на етапі синтезу нових перспективних варіантів авіаційно-космічної техніки можуть застосовуватися сучасні (досконаліші) способи, засоби і технології на основі методів багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання.

Розглянемо постановку завдання, на яке орієнтована обчислювальна методика параметричного синтезу, на прикладі авіаційно-космічного комплексу. У праці [1] виконано обґрунтування вибору вектора з п'яти основних характеристик при реалізації цільової програми, які визначають концепцію побудови комплексу: $y_1$ - маса корисного навантаження; $y_2$ - маса одноразових елементів; $y_3$ - маса палива, що заправляється; $y_4$ - темп витрачання льотного ресурсу системи; $y_5$ - кут нахилу траєкторії у момент розділення. Задані для кожного параметра обмеження у вигляді $\alpha_{jн} \le y_j \le \alpha_{jв}, \ j = \overline{1,5}$, утворюють n-вимірний паралелепіпед і представляють простір параметрів Y.

Оптимальний варіант побудови комплексу оцінюється за критеріями: $f_1(y)$ - витрати на розробку номінального комплексу; $f_2(y)$ - витрати на рішення цільової програми. Критерії є функціями від заданих концептуальних параметрів. Функції $f_1(y)$ і $f_2(y)$ утворюють вектор цільової функції $f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^{2}$, який належить допустимій області значень. Критерії $f_1(y)$ і $f_2(y)$ є рівноцінними, мають бути позитивними і вимагають мінімізації. Постановка задачі полягає в тому, щоб знайти оптимальні концептуальні параметрі комплексу, що мінімізує узагальнений критерій (згортку приватних критеріїв за нелінійною схемою компромісів) при заданих обмеженнях.

У випадках, коли аналітичні залежності критеріїв від параметрів невідомі для вирішення задачі необхідно побудувати регресійні моделі приватних критеріїв від параметрів $y = \{y_j\}_{k=1}^{5}$ шляхом проведення експериментальних процедур [4]. Алгоритм програмного модулю для побудови регресійних моделей реалізований на Visual Basic for Applications (VBA) і використовується у вигляді надбудови Microsoft ExceI 95/97/2000/2003 та вище. У випадках, коли аналітичні залежності відомі, етап проведення експериментальних процедур пропускають.

Для вирішення векторної оптимізаційної задачі з двома критеріями спочатку зі всієї множини (варіантів побудови комплексу) виділяється ефективні (оптимальні за Парето точки) варіанти, а потім, використовуючи нелінійну згортку приватних критеріїв, вибирається єдиний компромісно-оптимальний варіант її побудови.

В основі алгоритму формування множини ефективних точок лежить числове дослідження (зондування) простору концептуальних параметрів проектованої системи, яке проводиться у декілька етапів. На першому етапі здійснюється зондування простору параметрів за допомогою послідовності рівномірно розподілених псевдовипадкових ЛП$_t$ точок. У праці [3] подано обґрунтування ефективності використання ЛП$_t$ точок для вирішення оптимізаційних задач, а саме послідовності ЛП$_t$ точок є найбільш рівномірно розподіленими серед відомих у теперішній час послідовностей. Одержувані вихідні значення ЛП$_t$ точок - це лише спосіб отримання необхідних точок (варіантів побудови системи) в обмеженій області параметрів - області експерименту, яка задається в технічному завданні на проектування комплексу.

Для генерації псевдовипадкових ЛП$_t$ точок використовуються генератори пробних точок [3], які є у налагодженому стані. У даній методиці модуль генерації ЛП$_t$ чисел інтегрований як VBA в Microsoft ExceI. Отримана сукупність ЛП$_t$ точок в натуральних значеннях являє собою матрицю початкових значень незалежних змінних. Межі зміни кожного з параметрів (параметричні обмеження) виділяють в просторі параметрів гіперпаралелепіпеда.

Виділення ефективних точок засновано на вирішенні задачі параметричного програмування і формуванні множини ефективних рішень в нормалізованому просторі критеріїв. Визначаються точки за формулою (5). Згідно з працею [3] ламана, що сполучає (за порядком) всі ефективні точки, завжди безперервна і з'єднавши їх, можна отримати наближену компромісну криву. Коли кількість вихідних ЛП$_t$ точок зростає наближена компромісна крива в деякому розумінні наближається до точної компромісної кривої.

На практиці, зазвичай, використовують не ділянки наближеної компромісної кривої, а оптимальні за Парето точки, яким завжди відповідають реальні ефективні варіанти побудови системи [1].

Остаточний вибір оптимального варіанта покладається на суб'єкт досліджень і значною мірою залежить від вдалого вибору схеми компромісів і коефіцієнтів важливості (ваги) приватних критеріїв. У результаті оцінки альтернативних варіантів комплексу множина ефективних рішень звужується і закінчується вибором єдиного оптимально-компромісного варіанта.

Для отримання єдиного рішення на першому етапі необхідно, підставляючи аналітичні залежності приватних критеріїв від параметрів (регресійні моделі) у виразі (6), отримати функцію узагальненого критерію у вигляді нелінійної згортки компромісів. Для задачі з двома критеріями, маємо

$$F_{узаг}[f(y)] = \alpha_1 * (1 - f_1(y))^{-1} + (1 - \alpha_1) * (1 - f_2(y))^{-1}, \alpha_1 = 0, \ldots, 1. \tag{7}$$

На другому етапі обчислюються значення функції $F_{узаг}[f(y)]$ у всіх точках нормалізованого простору критеріїв при заданих значеннях коефіцієнтів важливості критеріїв $\propto_k \geq 0, \sum_{k=1}^{m} \propto_k = 1$.

Оскільки в нашій постановці задачі критерії рівноцінні, то значення коефіцієнтів дорівнюють 0,5. Крім того, якщо $f_{i1}^0(y)$ і $f_{i2}^0(y)$ - нормалізовані значення приватних критеріїв в i-й точці, то значення функції узагальненого критерію в цій точці обчислюється за формулою

$$F_{iузаг}[f(y)] = 0{,}5^*(1 - f_{i1}^0(y))^{-1} + (1 - 0{,}5)^*(1 - f_{i2}^0(y))^{-1}. \quad (8)$$

На третьому етапі вирішується задача пошуку точки $A'$, для якої

$$F_{узаг}(A') = \min_{A \in Y} F_{узаг}(A) \quad (9)$$

У праці [3] доведено, що координати точок А є ділянкою послідовності, рівномірно розподіленої в просторі параметрів. Це забезпечує хорошу швидкість збіжності при чисельному рішенні задачі пошуку мінімуму $F_{узаг}(A)$. Можна скористатися будь-яким методом локального пошуку екстремумів, вибираючи, як початкові, всі точки $A_i$, що належать допустимій області. Для пошуку $\min F_{узаг}(A)$ використовуються значення, отримані в результаті обчислення за формулою (8). Знайшовши точку мінімуму в нормалізованому просторі критеріїв, можна визначити відповідну їй точку в натуральному просторі критеріїв. Цій точці відповідає точка в просторі параметрів, координатами якої є шукані параметри значень, що задовольняють векторному критерію f(y).

### Висновки

Розглянута у статті методика, заснована на методах і алгоритмах багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання. Вона забезпечує вирішення широкого спектру завдань, починаючи з проведення процедури побудови регресійних моделей критеріальних функцій на основі даних експерименту, обчислень за моделями допустимих варіантів системи і закінчуючи вибором остаточного компромісно-оптимального рішення. Розроблені програмні засоби можуть знайти застосування при дослідженнях на початкових етапах розробки і проектування складних авіаційно-космічних комплексів.

### Список літератури

1. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Марченко А.В., Осташевский В.В. Сложные технические и эргатические системы: методы исследования. / Монография. - Харьков: Факт, 1997. -240 с.
2. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем. – Киев: Наукова думка, 1992. - 160 с.
3. Соболь И.М.. Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. - М.: Наука, 1981. – 110 с.
4. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе // Комплекс прикладных программ для Microsoft ExceI. Практическое руководство. - К.: ООО «МОРИОН», 2002. – 640 с.
5. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето - оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
6. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и зкономике. - М.: Мир, 1964. - 838 с.
7. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. - М.: Наука, 1971. – 383 с.

Статтю подано до редакції 12.09.2017