

УДК 621.396: 621.372

Сушич О. П.

## ПРОГНОЗУВАННЯ ПОХИБОК ПОЗИЦІЮВАННЯ СУПУТНИКОВИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Інститут інформаційно-діагностичних систем Національного авіаційного університету

Надається аналіз похибок позиціювання сучасних супутникових навігаційних систем, приведена методика і алгоритм оцінки похибок позиціювання повітряного судна, що використовує засоби супутникової навігації.

### Постановка проблеми

Стратегія Міжнародної організації цивільної авіації (ICAO), передбачає еволюційний перехід до 2015 року до супутникової навігації, як до єдиного засобу навігації на основі Глобальної навігаційної супутникової системи (GNSS) [1]. Хоча GNSS і є самою точною навігаційною системою, вона все-таки не ідеальна й має ряд похибок, значення яких, при певних обставинах, може бути досить значним.

Знаючи природу цих похибок, споживач може, по можливості, їх мінімізувати, або, у найгіршому разі, коли це не можливо, знати про їхню присутність, що дозволить підвищити рівень безпеки польотів повітряних суден (ПС), оснащених засобами супутникової навігації.

### Аналіз останніх досліджень

На сьогоднішній день у відкритих джерелах інформації відомостей про алгоритми й методику комплексної попередньої оцінки точнісних характеристик GNSS, стосовно до цивільної авіації, не виявлено. Проте, слід зазначити, що рядом компаній офіційно поширюються програмні продукти прогнозування точнісних характеристик GNSS. Наприклад, компанія ARINC розробила програми WSEM36 і WSEM103 [2], а компанія Trimble – програму Planning [3]. Основним недоліком цих програмних продуктів є, те, що прогнозування точнісних характеристик GNSS виконується тільки для об'єктів з фіксованим положенням у просторі, і не виконується для об'єктів, координати яких постійно змінюються в часі й просторі, наприклад, таких, як ПС.

### Формулювання цілей статті

Застосування GNSS на початковому етапі, як резервної навігаційної системи, а згодом і, як основної, передбачає, що ще перед вильотом буде проведена попередня оцінка точнісних характеристик навігаційної системи на всіх етапах польоту ПС [4, 5].

У зв'язку із цим у даній статті розглянуті основні похибки позиціювання GNSS, а також описаний алгоритм і методика їх оцінки.

### Виклад основного матеріалу

Для визначення положення споживача у заданій системі координат, із приблизною початковою користувальницькою локалізацією, навігаційному приймачу необхідно виміряти, як мінімум, чотири відстані до супутників [6, 7].

Під точною відстанню мається на увазі абсолютна величина векторної різниці між точним положенням супутника й точним положенням споживача:

$$D = \bar{e}_{u-s} |\bar{r}_s - \bar{r}_u|,$$

де  $\bar{r}_s$  – точне положення супутника;  $\bar{r}_u$  – точне положення користувача;  $\bar{e}_{u-s}$  – одиничний вектор, проведений від користувача до супутника (рис. 1). На рисунку  $O$  – центр Землі (початок координат),  $S$  – навігаційний супутник,  $U$  – споживач.

Фактично навігаційний приймач вимірює не точну відстань від супутника до споживача  $D$ , а псевдовідстань  $\rho$ , яка пов'язана з похибками викликаними проходженням сигналу через іоносферу, тропосферу, шумом приймача, похибками

визначення координат навігаційного супутника (рис. 2).

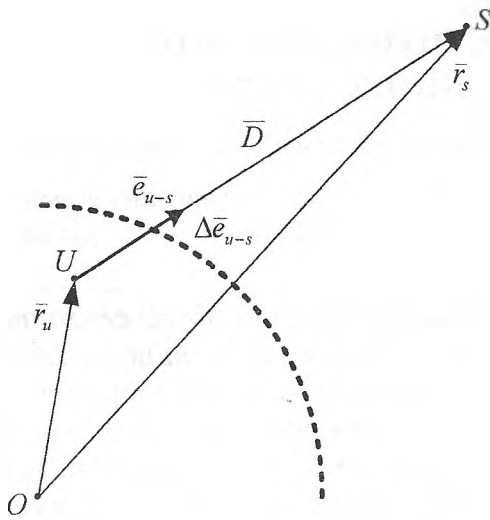


Рис. 1. Точна відстань між споживачем і супутником

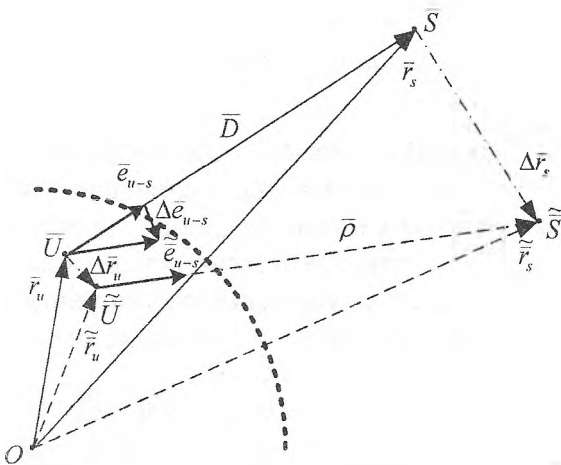


Рис. 2. Псевдовідстань між споживачем і супутником

Псевдовідстань до  $j$ -го супутника (рис. 2) визначається як:

$$\rho_j = (\tilde{e}_{u-s_j} - \Delta \tilde{e}_{u-s_j}) (\tilde{r}_{s_j} - \Delta \tilde{r}_{s_j} - \tilde{r}_u + \Delta \tilde{r}_u) + \sum \Delta \quad (1)$$

де  $(\tilde{\phantom{x}})$  – розрахункові значення;  $(\Delta)$  – помилки;  $\sum \Delta$  – похибки пов'язані з зсувом часів користувача і супутника, проходженням сигналу через іоносферу, тропосферу та шумом приймача, неточністю визначення координат навігаційного супутника.

Перепишемо (1) таким чином, щоб у правій частині були координати споживача:

$$\tilde{e}_{u-s_j} \tilde{r}_u - \tilde{e}_{u-s_j} \Delta \tilde{r}_u = \tilde{e}_{u-s_j} \tilde{r}_{s_j} - \tilde{e}_{u-s_j} \Delta \tilde{r}_{s_j} - \Delta \tilde{e}_{u-s_j} (\tilde{r}_{s_j} - \Delta \tilde{r}_{s_j} - \tilde{r}_u + \Delta \tilde{r}_u) - \rho_j + \sum \Delta \quad (2)$$

де  $\tilde{e}_{u-s_j} \Delta \tilde{r}$  – похибка визначення положення координат споживача;  $\tilde{e}_{u-s_j} \Delta \tilde{r}_{s_j}$  – похибка визначення положення координат навігаційного супутника, або, так звана, ефемеридна похибка;  $\Delta \tilde{e}_{u-s_j} (\tilde{r}_{s_j} - \Delta \tilde{r}_{s_j} - \tilde{r}_u + \Delta \tilde{r}_u)$  – похибка визначення псевдовідстані від навігаційного супутника до споживача.

Для спрощення розгляду похибок, які можуть бути оцінені й відповідно прогнозовані споживачем, виключимо з (2) складові, які не можуть бути оцінені споживачем:

$$\tilde{e}_{u-s_j} \tilde{r}_u - \tilde{e}_{u-s_j} \Delta \tilde{r}_u = \tilde{e}_{u-s_j} \tilde{r}_{s_j} - \rho_j \quad (3)$$

Запишемо його у векторному виді:

$$G \cdot \tilde{U} - G \cdot \Delta \tilde{U} = A \cdot \tilde{S} - \tilde{\rho} \quad (4)$$

де  $G = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{u-s_1}^T & 1 \\ \tilde{e}_{u-s_2}^T & 1 \\ \dots & \dots \\ \tilde{e}_{u-s_k}^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & 1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_k & m_k & n_k & 1 \end{bmatrix}$  – матриця

геометрії, її елементами є напрямки від споживача до навігаційних супутників, що перебуває в зоні його видимості (рис. 1 і 2),  $l_k m_k n_k$  – компоненти вектора  $\tilde{e}_{u-s_j}$ , що представляють собою його проекцію на координатні осі обраної системи координат;  $\tilde{U} = [\tilde{r}_u]$  – матриця вектора положення (координат) споживача;  $\Delta \tilde{U} = [\Delta \tilde{r}_u]$  – матриця похибки визначення вектора положення (координат) споживача;

$$A = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{u-s_1}^T & & 0 \\ & \tilde{e}_{u-s_2}^T & \\ & & \dots \\ 0 & & \tilde{e}_{u-s_k}^T \end{bmatrix}$$
 – матриця геометрії, діагональними елементами якої є на-

ряженими елементами якої є на-

прямки від споживача до навігаційних супутників;  $\bar{S} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{s1} \\ \tilde{r}_{s2} \\ \dots \\ \tilde{r}_{sk} \end{bmatrix}$  – матриця стовпець,

її елементами є координати навігаційних супутників, що перебувають у зоні види-

мости споживача;  $\tilde{\rho} = \begin{bmatrix} -\tilde{\rho}_1 \\ -\tilde{\rho}_2 \\ \dots \\ -\tilde{\rho}_k \end{bmatrix}$  – матриця

виправлених псевдовідстаней від навігаційних супутників до споживача з урахуванням іоносферної, тропосферної й селективної похибок.

Точної оцінки вектора положення  $\tilde{U}$  споживача зробити неможливо, тому що при обчисленні використовується розрахункове значення псевдодальности  $\tilde{\rho}$ , що визначається з похибкою. Для оцінки вектора положення  $\tilde{U}$  споживача використається метод найменших квадратів, за допомогою якого шукається таке значення  $\tilde{U}$ ; що, у першому наближенні, підходить для кожного з рівнянь.

Оцінка вектора положення споживача  $\tilde{U}$  по методу найменших квадратів має вигляд:

$$\tilde{U} = (G^T G)^{-1} G^T (A \cdot \bar{S} - \tilde{\rho}).$$

Для того щоб одержати рівняння похибок, які можливо оцінити, підставимо в рівняння (4) оцінку вектора  $\tilde{U}$ :

$$\Delta \bar{U} = (G^T G)^{-1} G^T \Delta \bar{\rho},$$

де  $\Delta \bar{\rho}$  – матриця похибок визначення псевдовідстані від супутника до споживача.

Для аналізу похибок, які можливо оцінити, використовують закон поширення похибки або коваріаційний закон:

$$Cov(\Delta \bar{U}) = (G^T G)^{-1} G^T \cdot Cov(\Delta \bar{\rho}) \cdot G (G^T G)^{-1},$$

де  $Cov(\Delta \bar{U})$  – коваріаційна матриця оцінки похибки визначення координат спо-

живача;  $Cov(\Delta \bar{\rho})$  – коваріаційна матриця похибок псевдовідстаней. Якщо в останньому рівнянні прийняти, що модель похибок однакова для всіх вимірів з деяким некорельованим нульовим середнім значенням і стандартним відхиленням (дисперсією)  $\sigma_\rho$ , тоді  $Cov(\Delta \bar{\rho}) = \sigma_\rho^2 \cdot I$ , де  $I$  – одинична матриця, і коваріаційна матриця оцінки похибки визначення координат споживача прийме вид:

$$Cov(\Delta \bar{U}) = (G^T G)^{-1} \cdot \sigma_\rho^2.$$

Таким чином, для прогнозування похибок визначення координат споживача необхідно оцінити матрицю  $(G^T G)^{-1}$ , до якої входить матриця геометрії  $G$ , елементами якої є напрямки від споживача до навігаційних супутників. Для системи координат схід - північ - нормаль до дотичної площини в точці розташування споживача (рис. 3) матриця геометрії  $G$  приймає вид:

$$\begin{bmatrix} \cos(E_1) \cdot \cos(Az_1) & \cos(E_1) \cdot \sin(Az_1) & \sin(E_1) & 1 \\ \cos(E_2) \cdot \cos(Az_2) & \cos(E_2) \cdot \sin(Az_2) & \sin(E_2) & 1 \\ \cos(E_3) \cdot \cos(Az_3) & \cos(E_3) \cdot \sin(Az_3) & \sin(E_3) & 1 \\ \cos(E_4) \cdot \cos(Az_4) & \cos(E_4) \cdot \sin(Az_4) & \sin(E_4) & 1 \end{bmatrix}$$

де  $Az$  – азимут супутника;  $E$  – кут місця супутника. Елементами матриці є проєкції вектора  $\bar{e}_{u-s}$  на координатні осі системи координат схід - північ - нормаль до дотичної площини в точці розташування споживача:  $e_{Схид}$   $e_{Північ}$   $e_{Нормаль}$  (рис. 4). На

головній діагоналі матриці  $(G^T G)^{-1}$  розташовані дисперсії оцінки координат споживача, в обраній системі координат, і зсуву часу споживача. Корінь квадратний з сліду матриці  $(G^T G)^{-1}$  називають геометричним фактором погіршення точності:

$$GDOP = \sqrt{\sigma_{Схид}^2 + \sigma_{Північ}^2 + \sigma_{Нормаль}^2 + \sigma_{Час}^2},$$

при цьому:  $HDOP = \sqrt{\sigma_{Схид}^2 + \sigma_{Північ}^2}$  – го-

ризонтальний фактор погіршення точності,

$PDOP = \sqrt{HDOP^2 + \sigma_{Нормаль}^2}$  – просторовий фактор погіршення точності,

при цьому:  $VDOP = \sqrt{GDOP^2 - \sigma_{Час}^2}$  – вертикальний фактор погіршення точності.

$VDOP = \sqrt{\sigma_{\text{Нормаль}}^2}$  – вертикальний фактор погіршення точності;  $TDOP = \sqrt{\sigma_{\text{час}}^2}$  – часовий погіршення точності. Величина  $GDOP$  не залежить від того, яка використовується система координат.

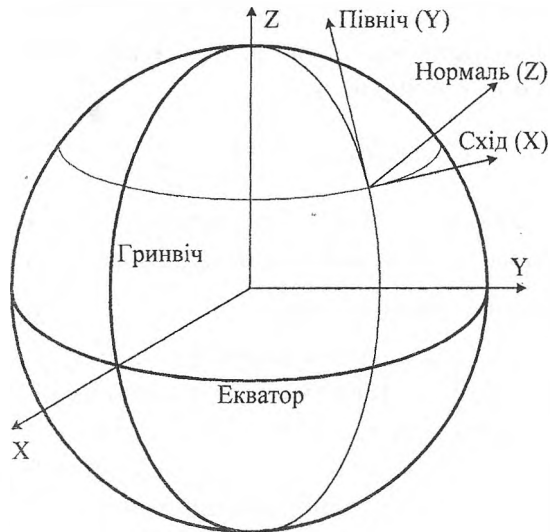


Рис. 3. Система координат схід – північ – нормаль

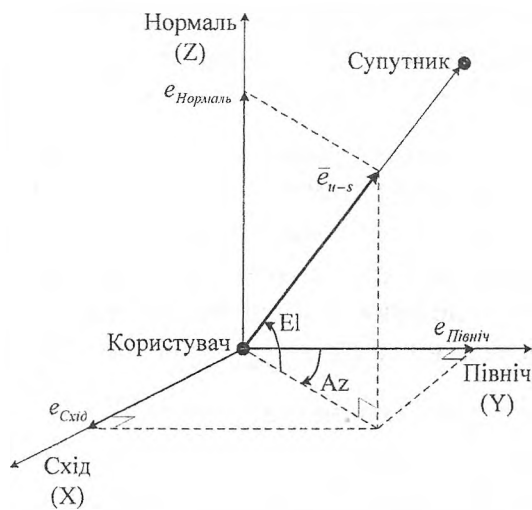


Рис. 4. Кути видимості супутника

Для прогнозування точності визначення координат необхідно заздалегідь знати місце розташування споживача й навігаційних супутників. Дана умова повністю виконується у випадку виконання польотів ПС, так як просторово-часові координати маршруту польоту завжди відомі, що дозволяє провести попередню

оцінку точності визначення координат уздовж усього маршруту польоту ПС.

Точність визначення координат супутникової системи навігації може на короткочасні проміжки часу ставати вкрай низкою [8], це передбачає необхідність попереднього прогнозування факторів погіршення точності уздовж усього маршруту польоту ПС.

Вихідними даними прогнозування  $GDOP$  є просторово-часові координати ПС і навігаційних супутників. Для одержання просторово-часових координат ПС можна використовувати *Flight plan* або спеціалізовану програму *Jeppesen* [9]. Вихідними даними просторово-часових координат навігаційних супутників є альманах, який можливо отримати з супутникового навігаційного приймача або, з логічних файлів альманаху з сайтів провайдерів навігаційних систем [10].

У зв'язку з тим, що альманах дається на певний момент часу (*Time of Applicability*) алгоритм прогнозування передбачає розрахунок координат на момент часу відповідний просторово-часовим координатам ПС [9].

Розрахунок координат супутників проводиться відповідно до інтерфейсних контрольних документів *GPS* і *ГЛОНАСС* [11, 12]. Просторово-часові координати ПС задаються в географічній системі координат ( $B, L, h, t$  – широта, довгота, висота, час) [13, 14], а альманах навігаційних супутників в орбітальній та геоцентричній системі координат ( $e, t_{0a}, i_o, \Omega, \sqrt{A}, \Omega_o, \omega, M_o$  – ексцентриситет орбіти, час на яке створений альманах, нахилення орбіти, швидкість зміни прямого сходження, корінь квадратний з великої півосі орбіти, довгота висхідного вузла орбіти, аргумент перигею орбіти, середня аномалія) [11, 12].

У зв'язку із цим при розрахунку геометричних факторів необхідно використати спільну систему координат, як така може використовуватись геоцентрична рухома система координат *ECEF*. Після визначення координат ПС і супутни-

ків в системі координат ECEF визначаються кути видимості супутників щодо споживача в системі координат схід – північ – нормаль до дотичної площини в точці розташування споживача, далі обчислюються основні геометричні фактори погіршення точності: GDOP, PDOP, HDOP, VDOP, TDOP [6].

Далі за значеннями величини факторів погіршення точності визначається можливість використання супутникової навігації, як джерела навігаційної інформації [8].

Алгоритм прогнозування похибок позиціонування приведений на рис. 5.

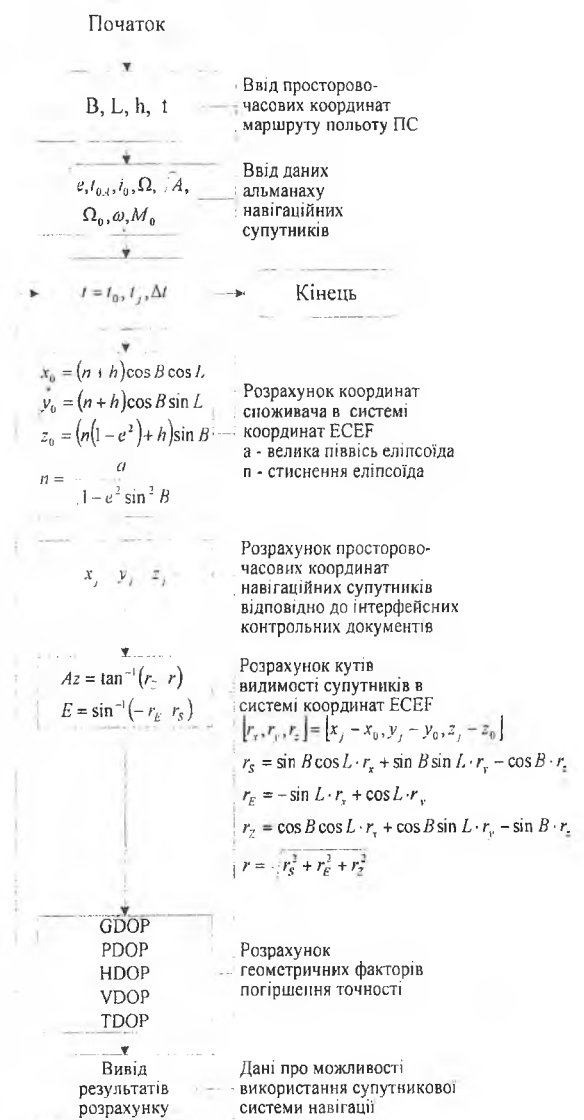


Рис. 5. Алгоритм прогнозування похибок позиціонування

**Висновки**

Застосування запропонованої методики та алгоритму прогнозування похибок позиціонування сучасних супутникових радіонавігаційних систем дозволить істотно підвищити рівень безпеки польотів ПС, обладнаних засобами супутникової навігації, ще на стадії підготовки до польоту.

**Список літератури**

1. *Глобальный аэронавигационный план применительно к системам CNS/ATM (Doc 9750).*
2. <http://www.arinc.com>
3. <http://www.trimble.com>
4. *Правила аэронавигационного обслуживания. Производство полетов воздушных судов (Doc 8168-OPS/611).*
5. *Одиннадцатая аэронавигационная конференция Монреаль, 22 сентября – 3 октября 2003 года.*
6. *Бабак В.П., Конін В.В., Харченко В.П. Супутникова радіонавігація // – К.: Техніка, 2004. – 328 с.*
7. *Logsdon, Tom, The Navstar Positioning System, Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.*
8. *Global positioning system standard positioning service performance standard, Assistant secretary of defense for command, control, communications, and intelligence, Washington, DC, Oct. 2001, 66 p.*
9. <http://www.jeppesen.com>
10. <http://www.navcen.uscg.gov>
11. *Interface Control Document Global Positioning System (ICD-GPS-200C), 1997, 160p.*
12. *Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС (интерфейсный контрольный документ). – Пятая редакция. – 2002. – 60 с.*
13. *Руководство по всемирной геодезической системе (WGS-84): ICAO. Doc 9674-AN/946. – Монреаль, 1997. – 112 с.*
14. *Система геодезических параметров Земли (ПЗ-90): Справочный документ/ Под ред. В.В. Хвостова. – М.: КНИЦ, 1998. – 37 с.*