УДК 62-50:007:656
У9(4Укр)375.103-21 + 0530-082-62 в 6%

Литвиненко А. Е. д-р техн. наук
Кралина А. С.

МЕТОД ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ В НЕШТАТНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ АЭРОПОРТА

Институт компьютерных технологий Национального авиационного университета

Приведен метод оперативного планирования технического обслуживания воздушных судов в нештатных режимах работы аэропорта. Показано, что, задача оперативного планирования технического обслуживания ВС носит многовариантный и, следовательно, оптимизационный характер. В приведенной постановке она детерминирована и не содержит элементов неопределенности. Указано, что для ее решения может быть применен подход, основанный на построении строгой математической модели с последующим использованием адекватного оптимизационного алгоритма.

Введение

Аэропорт относится к числу объектов, наиболее чувствительных к многочисленным внешним и внутренним возмущающим воздействиям, вызывающим разнообразные нештатные (сбойные) ситуации, когда выполнение первоначальных планов и графиков работы его структурных подразделений оказывается невозможным. Это, в свою очередь, приводит к неудобствам потребителей авиатранспортных услуг, прямым и косвенным экономическим потерям всех участников авиатранспортного процесса: аэропорта, авиакомпаний, служб управления воздушным движением.

По данным Международной организации гражданской авиации (ИКАО), наиболее влиятельным фактором возникновения сбойных ситуаций в аэропорту являются неблагоприятные погодные условия. Они вызывают около 60% нарушений плановой деятельности аэропорта от общего их количества. Этим обусловливается естественный интерес к разработке методов повышения эффективности управления деятельностью аэропорта в разнообразных ситуациях, в первую очередь – при неблагоприятных метеорологических условиях.

В мировой практике принята следующая классификация неблагоприятных погодных условий: туман, ветер, снег, обледенение, ураган, смерч. Большинство из перечисленных факторов не оставляет человеку свободы для каких-либо активных управленческих действий, предпринимаемых с целью улучшения создавшегося положения. Однако всегда существует возможность ослабить негативные последствия данного фактора путем принятия и реализации рациональных управленческих решений, регламентирующих технологический процесс предполетного технического обслуживания воздушных судов (ВС) в аэропорту.

1. Постановка задачи

Задача оперативного планирования процесса технического обслуживания ВС в нештатной ситуации формулируется следующим образом. К некоторому моменту времени t_0 в аэропорту в ожидании вылета скопились n воздушных судов различных типов. Аэропорт имеет в своем распоряжении m специализированных бригад технического обслуживания самолетов. Для каждой бригады задано подмножество номеров воздушных судов, на которых данная бригада может выполнять соответствующие работы. На множестве ВС заданы приоритеты очередности их обслуживания.

Необходимо для каждой i-й ($i = \overline{1,m}$) бригады определить последовательность ВС, которые подлежат обслуживанию данной бригадой. При этом требуется соблюдение следующих условий:

$$\sum\sum^{\lambda_i} x_{ijh} \qquad = \overline{1,n}$$

ванный под структуру математических выражений (1)-(3).

3. Алгоритм

3.1. Основные понятия и определения

Алгоритм направленного перебора вариантов предусматривает представление математической модели задачи комбинаторной оптимизации (экстремальной комбинаторной задачи) в канонической форме, в которой все независимые переменные и ограничения пронумерованы числами натурального ряда [2, 3].

Каждой переменной x_{ijh}, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$; $h=\overline{1,\lambda_i}$ ставится в соответствие одноиндексная булевая переменная $y_l \in \{0,1\}$, номер которой определяется согласно формуле:

$$l=\begin{cases}\lambda_i(j-1)+h, \text{ если } i=1\\ \sum_{i'=1}^{i-1} n\lambda_{i'}+\lambda_i(j-1)+h, \text{ если } i>1\end{cases};$$

$$l=\overline{1,p}; \quad p=\sum_{i=1}^{m} n\lambda_i .$$

Каждому ограничению системы (2)-(3) присваивается номер

$$q=\begin{cases} j, \text{ если } 1\le j\le n\\ n+h, \text{ если } (j>n)\,\&\,(i=1)\\ n+\sum_{i'=1}^{i-1}\lambda_{i'}+h, \text{ если } (j>n)\,\&\,(i>1)\end{cases}$$

$$; \quad q=\overline{1,u}; \quad u=n+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i .$$

Выполнение процедуры нумерации позволяет представить выражения (1)-(3) в следующем унифицированном виде:

$$f(y)=\sum_{l\in L_0} c_l y_l \to \min; \qquad (4)$$

$$g_q(y)=\sum_{l\in L_q} y_l = b_q; \quad q=\overline{1,n}; \qquad (5)$$

$$g_q(y)=\sum_{l\in L_q} y_l \le b_q; \quad q=\overline{n+1,u}, \qquad (6)$$

где $f(y)$ и $g_q(y)$ – функции независимых переменных, соответствующие выражениям (1), (2) и (3); $q=\overline{1,u}$;

$y=(y_l;\, l=\overline{1,p})$ – вектор независимых булевых переменных; $y_l\in\{0,1\}$;

L_0 и L_q – множества номеров независимых переменных, входящих с неравными нулю коэффициентами, соответственно, в целевую функцию и q-е ограничение задачи;

c_l – целые положительные числа; $l\in L_0$;

b_q – правые части ограничений, априорно равные единице: $b_q=1$; $q=\overline{1,u}$;

p, n и u – количество независимых переменных, ограничений-равенств и всех ограничений соответственно.

Пусть G – полное множество вариантов решения задачи (4)-(6), состоящее из 2^m различных двоичных комбинаций от (0, 0,..., 0) до (1, 1,..., 1) включительно.

Алгоритм направленного перебора заключается в последовательном дроблении множества вариантов G, производимом до тех пор, пока не устанавливается оптимальный план или факт несовместности системы ограничений.

Разбиение множества вариантов G (или любой его части) на два равных по мощности непересекающихся подмножества осуществляется путем фиксации значений одной из независимых переменных. Для дальнейшего разбиения на каждом этапе решения задачи выбирается такое подмножество вариантов, которому соответствует минимальная оценка целевой функции.

Получаемые в результате разбиения новые подмножества вариантов подвергаются формальному анализу с целью максимально сузить область поиска решения задачи путем:

- выявления и исключения из дальнейшего рассмотрения подмножеств, не содержащих допустимых планов;
- выявления и исключения из дальнейшего рассмотрения ограничений, переставших быть активными по отношению к планам анализируемого подмножества;

• присваивания независимым переменным единственных допустимых значений.

Предположим, к началу некоторого этапа решения задачи (4)-(6) в полном множестве G вариантов выделены r непересекающихся подмножеств, G_k $k=\overline{1,r}$, содержащих допустимые планы.

Пусть L_k^0 и L_k^1 – множества номеров независимых переменных, получивших в планах k-го подмножества вариантов значения 0 и 1 соответственно, а L_k – совокупность номеров переменных, значения которых в G_k не зафиксированы.

Набор значений переменных y_l, $l \in L_k^0 \bigcup L_k^1$, такой что

$(\forall l \in L_k^0)(y_l = 0) \,\&\, (\forall l \in L_k^1)(y_l = 1)$,

называется частичным планом k-го подмножества вариантов.

Любой набор значений переменных y_l, $l \in L_k$, удовлетворяющий условию бивалентности $y_l \in \{0,1\}$, называется дополняющим планом подмножества G_k.

Модель (4)-(6), приведенная в соответствие k-му подмножеству вариантов, приобретает следующий вид:

$$f_k(y) = c_k^1 + \sum_{l \in L_{0k}} c_l y_l \to \min \qquad (7)$$

$$g_{qk}(y) = \sum_{l \in L_{jk}} y_l = b_{qk}\,;\ q \in Q_k'\,; \qquad (8)$$

$$g_{qk}(y) = \sum_{l \in L_{jk}} y_l \le b_{qk}\,;\ q \in Q_k''\,; \qquad (9)$$

$$y_l \in \{0,1\}\,;\ l \in L_k\,,$$

где

$$c_k^1 = \sum_{l \in L_{0k}^1} c_l\,;\ \ b_{qk} = b_q - \left|L_{qk}^1\right|;\ q \in Q_k\,;$$

$$L_{0k} = L_0 \bigcap L_k\,;\ \ L_{qk} = L_q \bigcap L_k\,;$$

$$L_{0k}^1 = L_0 \bigcap L_k^1\,;\ \ L_{qk}^1 = L_q \bigcap L_k^1\,;\ \ q \in Q_k\,;$$

Q_k', Q_k'' – множества номеров ограничений-равенств системы (8) и ограничений-неравенств системы (9), активных по отношению к планам подмножества G_k (т.е. выполняющихся не для всех дополняющих планов данного подмножества вариантов и, следовательно, влияющих на выбор значений еще не зафиксированных независимых переменных): $Q_k' \subseteq \{1, \ldots, n\}$; $Q_k'' \subseteq \{n+1, \ldots, u\}$; $Q_k = Q_k' \bigcup Q_k''$.

3.2. Вычисление оценок целевой функции

Оценкой $\xi(G_k)$ целевой функции $f(y)$ на k-м подмножестве вариантов называется минимальное значение функции $f_k(y)$. Поскольку все коэффициенты целевой функции положительны, ее оценкой служит константа c_k^1, определяемая частичным планом данного подмножества: $\xi(G_k) = \min\,[f(y) : y \in G_k] = c_k^1$.

3.3. Анализ подмножеств вариантов

Анализ подмножеств вариантов производится с целью выявления их свойств, которые могут быть использованы для сужения области поиска решения задачи, сокращения количества шагов алгоритма, приводящих к искомому результату, и уменьшения объемов обрабатываемой информации.

Пусть

$$s_{qk} = \begin{cases} \left|L_{qk}\right|, \text{ если } L_{qk} \ne \varnothing \\ 0, \text{ если } L_{qk} = \varnothing \end{cases}.$$

Свойства k-го подмножества вариантов формулируются в виде следующих утверждений, очевидность которых освобождает от необходимости их доказательств:

Утверждение 1. Подмножество G_k не содержит допустимых планов, если для некоторого ограничения-равенства $q \in Q_k'$ выполняется условие

$$(s_{qk} = 0) \,\&\, (b_{qk} = 1) \vee (b_{qk} < 0)\,.$$

Утверждение 2. Подмножество G_k не содержит допустимых планов, если для некоторого ограничения-неравенства $q \in Q_k''$ выполняется условие

$$(s_{qk} \ge 0) \,\&\, (b_{qk} < 0)\,.$$

Утверждение 3. Ограничение-равенство $q \in Q_k'$ не является активным по отношению к планам подмножества G_k, если для него выполняется условие

$$s_{qk} = b_{qk} = 0 .$$

Утверждение 4. Ограничение-неравенство $q \in Q_k''$ не является активным по отношению к планам подмножества G_k, если для него выполняется условие

$$s_{qk} \le b_{qk} .$$

Утверждение 5. Если для некоторого ограничения-равенства $q \in Q_k'$ выполняется условие

$$s_{qk} = b_{qk} = 1 ,$$

то из дополняющих планов подмножества G_k допустимыми могут быть лишь те, в которых $y_l = 1$, где $l \in L_{qk}$, $\left|L_{qk}\right| = 1$.

Утверждение 6. Если для некоторого ограничения (равенства или неравенства) $q \in Q_k$ выполняется условие

$$(s_{qk} > 0) \,\&\, (b_{qk} = 0) ,$$

то из дополняющих планов подмножества G_k допустимыми могут быть лишь те, в которых

$$(\forall l \in L_{qk})(y_l = 0) .$$

Процедура анализа k-го подмножества вариантов решения задачи состоит в последовательной проверке выполнения условий утверждений 1, 3, 5 и 6 для всех ограничений-равенств системы (8), а также условий утверждений 2, 4 и 6 – для всех ограничений-неравенств системы (9). В зависимости от результатов этой проверки в цикле анализа осуществляется та или иная последовательность действий.

1) Если для некоторого ограничения-равенства системы (8) выполняется условие утверждения 1 или для ограничения-неравенства – условие утверждения 2, то анализируемое подмножество вариантов G_k исключается из дальнейшего рассмотрения как не содержащее допустимых планов, а процедура анализа на этом завершается. В противном случае осуществляется переход к следующему пункту данной процедуры.

2) Если для q'-го ($q \in Q_k'$) ограничения-равенства выполняется условие утверждения 3, то оно исключается из системы (8), поскольку не способно влиять на выбор дополняющего плана k-го подмножества вариантов. По той же причине любое q''-е ($q \in Q_k''$) ограничение-неравенство, для которого выполняется условие утверждения 4, исключается из системы (9).

После этого корректируется состав множеств Q_k' и Q_k'', элементы которых идентифицируют ограничения, активные по отношению к планам G_k. Обновленный состав этих множеств определяется согласно формулам:

$$Q_k^* = Q_k' \setminus \{q'\} ; \quad Q_k^{**} = Q_k'' \setminus \{q''\} .$$

Если оказывается, что $Q_k^* \bigcup Q_k^{**} = \varnothing$, это означает, что системе ограничений (8)-(9) удовлетворяют все дополняющие планы подмножества вариантов G_k. На этом процедура анализа k-го подмножества вариантов заканчивается.

Если же после проверки выполнения условий утверждений 3 и 4 для всех ограничений-равенств и ограничений-неравенств оказывается, что $Q_k^* \bigcup Q_k^{**} \ne \varnothing$, то осуществляется переход к следующему пункту процедуры анализа подмножества вариантов G_k.

3) Если для q-го ($q \in Q_k^*$) ограничения системы (8) выполняется условие утверждения 5, то переменной y_l, $l \in L_{qk}$ присваивается значения 1. Это значение подставляется во все активные (по отношению к планам подмножества G_k) ограничения (8)-(9). После этого производится повторный цикл анализа k-го подмножества вариантов, начиная с первого пункта. Проверка выполнения условия утверждения 5 для данного ограничения в повторном цикле опускается.

В противном случае осуществляется переход к следующему пункту процедуры анализа подмножества G_k.

4) Если для q-го ($q \in Q_k^* \cup Q_k^{**}$) ограничения системы (8)-(9) выполняется условие утверждения 6, то переменным y_l, $l \in L_{qk}$ присваиваются значения 0. Эти значения подставляются во все активные (по отношению к планам подмножества G_k) ограничения (8)-(9). После этого производится повторный цикл анализа k-го подмножества вариантов, начиная с первого пункта. Проверка выполнения условия утверждения 6 для данного неравенства в повторном цикле опускается.

Процедура анализа подмножества вариантов G_k завершается в следующих случаях:

а) оказывается, что подмножество G_k не содержит допустимых планов;

б) множество номеров ограничений, активных по отношению к планам k-го подмножества вариантов, становится пустым;

в) в последнем цикле анализа ни одной из переменных $y_l, l \in Q_k$, не присваиваются фиксированные значения.

3.4. Структура алгоритма

Алгоритм направленного перебора вариантов предусматривает выполнение на каждом этапе следующей последовательности действий.

1) Выбор подмножества вариантов, подлежащего разбиению.

Стремлению отыскать оптимальный план за наименьшее количество шагов вычислительного процесса в наибольшей степени отвечает следующее правило выбора подмножества вариантов для дальнейшей детализации: выбирается такое подмножество вариантов, которому соответствует минимальная оценка целевой функции. Следовательно, для дальнейшего разбиения выбирается подмножество вариантов G_{k^*}, $1 \le k^* \le r$, такое что

$$\xi(G_{k^*}) = \min\{\xi(G_k), k = \overline{1,r}\}.$$

Может оказаться, что на рассматриваемом этапе решения задачи существуют несколько подмножеств вариантов с одинаковыми по величине оценками целевых функций. В этом случае для дальнейшего разбиения целесообразно выбрать такое подмножество, в планах которого количество незафиксированных переменных минимально.

2) Выбор независимой переменной, значения которой подлежат фиксации.

Исходя из соображений, приведенных в предыдущем пункте, для присваивания значений выбирается такая переменная y_{l^*}, $l^* \in L_{0k^*}$, которая входит в функцию $f_{k^*}(y)$ с наибольшим коэффициентом:

$$c_{l^*} = \max\{c_l, l \in L_{0k^*}\}.$$

3) Разбиение подмножества вариантов G_{k^*}.

Путем фиксации значений переменной y_{l^*} подмножество G_{k^*} разбивается на два непересекающихся подмножества вариантов $G_{k^*}^0$ и $G_{k^*}^1$. Во всех планах первого из них $y_{l^*} = 0$, в планах второго $y_{l^*} = 1$. Эти значения поочередно подставляются в ограничения (8)-(9), вследствие чего формируются две новые системы ограничений, соответствующие двум новым подмножествам вариантов $G_{k^*}^0$ и $G_{k^*}^1$.

4) Анализ подмножеств $G_{k^*}^0$ и $G_{k^*}^1$.

Новые подмножества $G_{k^*}^0$ и $G_{k^*}^1$ поочередно подвергаются формальному анализу согласно изложенной выше процедуре. После этого (если искомое решение не найдено) все оставшиеся в поле рассмотрения подмножества вариантов заново перенумеровываются, начиная с единицы.

5) Проверка допустимых планов на оптимальность.

Пусть Y^* – множество допустимых планов, полученных к концу данного этапа решения задачи, а r^* – количество выделенных в G подмножеств вариантов, оставшихся в поле рассмотрения после анализа $G_{k^*}^0$ и $G_{k^*}^1$. Предположим, что все подмножества вариантов пронумерованы числами натурального ряда от 1 до r^* включительно.

Можно утверждать, что оптимальное решение задачи (4)-(6) найдено, если минимальное значение целевой функции на множестве допустимых планов Y^* не больше минимальной из ее оценок, соответствующих выделенным подмножествам вариантов:

$$\min\{f(y),\ y \in Y^*\} \le \min\{\xi(G_k),\ k = \overline{1, r^*}\} \quad (10)$$

Таким решением является допустимый план y^*, который при соблюдении условия (10) придает целевой функции $f(y)$ наибольшее значение:

$$y^* = \arg\min\{f(y),\ y \in Y^*\}.$$

Нахождением оптимального плана завершается процесс решения экстремальной комбинаторной задачи (4)-(6). Если на рассматриваемом этапе условие (10) не выполняется, то реализуется следующий этап описанного алгоритма.

Полученный в результате решения задачи вектор значений переменных $y^* = \left(y_l^*,\ l = \overline{1, p}\right)$ определяет значения трехиндексных переменных $x = (x_{ijh};\ i = \overline{1, m};\ \ j = \overline{1, n};\ \ h = \overline{1, \lambda_i})$, которые, в свою очередь, задают оптимальную последовательность технического обслуживания воздушных судов, скопившихся в аэропорту в сбойной ситуации.

Начинать решение задачи целесообразно с анализа полного множества вариантов G. В некоторых случаях это позволяет без процедуры разбиения определить решение системы ограничений (5)-(6), установить факт ее несовместности или, по крайней мере, существенно сузить область дальнейшего поиска решений.

Выводы

Задача оперативного планирования технического обслуживания ВС в аэропорту относится к числу задач принятия решений в сбойных ситуациях, когда по тем или иным причинам приходится корректировать первоначальные планы полетов.

В приведенной постановке задача не содержит элементов случайности и неопределенности, поэтому для ее решения может быть использован подход, основанный на построении математической модели.

Комбинаторный характер рассматриваемой задачи дает основание считать целесообразным применение для ее решения достаточно эффективного алгоритма направленного поиска вариантов. Однако он требует преобразования исходной математической модели, отражающей физический смысл задачи, к каноническому виду экстремальных комбинаторных задач.

В статье представлена исходная модель задачи, описана процедура ее преобразования к стандартной форме, изложен алгоритм ее решения, адаптированный к структуре математических выражений.

Приведенный алгоритм обладает свойством полноты, обусловленным тем, что ни одно из выделяемых подмножеств вариантов не исключается из поля рассмотрения до установления факта несовместности соответствующей ему системы неравенств.

Дальнейшее развитие предложенного метода предполагает его распространение на случаи, когда продолжительность технического обслуживания различных ВС неодинакова, а моменты готовности бригад и самолетов к выполнению требуемых работ не совпадают с точкой отсчета.

Компьютерная реализация рассмотренного метода оперативного планирования технического обслуживания ВС в аэропорту осуществлена с использованием языка *Builder C++*.

Список литературы

1. *Литвиненко А. Е.* Метод решения экстремальных комбинаторных задач с нелинейной структурой // Кибернетика. – 1983. –№5. – С. 83–85.

2. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 512 с.

3. *Зайченко Ю. П.* Дослідження операцій. – К.: ЗАТ ВІТОЛ, 2000. – 687 с.