

УДК 681.332.6:621.317.6

3 811. 722

Краковский В. Я. канд. техн. наук

ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Институт компьютерных технологий Национального авиационного университета

Проанализированы возможности выполнения динамического спектрального анализа. Приведена оценка целесообразности выбора типа вычисления спектра при различных соотношениях размеров скользящего окна анализа и смещений последующих окон по отношению к предыдущим.

Введение

Динамический спектральный анализ (ДСА) используется при первичной обработке сигналов в акустике, локации, медицине, ядерной энергетике, системах связи, а также распознавании, идентификации, диагностике, верификации, дефектоскопии, кодировании информации и др. [1]. При этом, под динамическим анализом понимается обработка сигналов в реальном масштабе времени при непосредственном их поступлении в анализатор спектра от источников информации. Важным режимом ДСА является скользящий режим, при котором обработка сигнала выполняется при шаге наблюдения, равном единице. Под шагом наблюдения понимается число дискретных значений сигнала, которые пропускаются после очередной выборки (до следующей). Если шаг наблюдения больше единицы, то такой режим называется «скачущим» [1].

Проблемами ДСА являются проблемы повышения быстродействия и, как следствие, расширение частотного диапазона обрабатываемых сигналов при допустимых аппаратурных затратах.

Анализ

Скользящий анализ спектра (САС) представляет собой ДСА, при котором последующий интервал анализа отличается от предыдущего включением последующего отсчета сигнала и исключением первого. Достоинством быстрого преобразования Фурье (БПФ) [2] является то, что оно позволяет значительно сократить количество комплексных умножений на фиксированном интервале анализа. Если же интервал анализа нефиксированный, а

задается с помощью «скользящего окна», то в этом случае более целесообразны известные рекуррентные алгоритмы, когда для вычисления значения каждой гармоники спектра на каждом интервале анализа необходимо только одно комплексное умножение.

Автор усовершенствовал один из таких алгоритмов и сейчас одно комплексное умножение может быть использовано сразу для двух, четырех и даже восьми (для комплексного сигнала) гармоник мгновенного спектра [3 – 5]. Вместе с тем БПФ продолжает традиционно использоваться и в ДСА [6]. Иногда на практике достаточно менее подробного анализа, чем дает САС. В этих случаях используют так называемое «скачущее» БПФ [2]. В зависимости от размера окна и шага этого «скачка» (шага наблюдения) более целесообразным может быть либо БПФ либо рекуррентное вычисление мгновенного спектра.

Постановка задачи

В связи с изложенным, при практической реализации ДСА представляет интерес оценить целесообразность выбора типа вычисления спектра при различных соотношениях размеров скользящего окна анализа (размера выборки) и смещений последующих окон по отношению к предыдущим (шага наблюдения).

Алгоритмы и устройства

Прямое вычисление мгновенного спектра

$$F_q(p) = \frac{1}{N} \sum_{k=q-N+1}^q f(k) W_N^{-pk}, \quad p \in \overline{0, P-1}, \quad (1)$$

требует для вычисления каждой гармоники спектра N операций комплексного умножения. В (1) обозначено: q – идентификатор номера выборки, k – номер отсчета в пределах скользящего окна $k \in q - N + 1, q, N$ – размер обрабатываемой выборки, $F_q(p)$ – определяемые отсчеты комплексного спектра на частоте $p\Delta\omega$ в момент $q\Delta t$, $f(k)$ – выборочное значение исследуемого сигнала в момент $k\Delta t$, W_N^{-pk} – символическое представление комплексного весового коэффициента $\exp\left[-j\frac{2\pi}{N}pk\right]$, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, Δt и $\Delta\omega$ – интервалы дискретности по времени и частоте, соответственно, определяемые из условия информационной полноты [7], P – число определяемых спектральных компонент мгновенного спектра $F_q(p)$.

Достоинством БПФ явилось то, что число комплексных умножений для вычисления каждой гармоники спектра сократилось до значения $\log_2 N$. Дальнейшее сокращение до 1 комплексного умножения возможно при использовании рекуррентного алгоритма [8, 9]

$$F_q(p) = F_{q-1}(p) + \frac{1}{N} [f(q) - f(q-N)] W_N^{-pq}, \quad (2)$$

который можно представить в виде:

$$F_q(p) = F_{q-1}(p) + \Delta F_q(p). \quad (3)$$

Приращение спектра

$$\Delta F_q(p) = \frac{1}{N} [f(q) - f(q-N)] \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}pq\right]$$

можно использовать также и для гармоник

$$p_i = iN/4 + p, \quad i \in 1, 3 \quad (4)$$

и

$$p_k = kN/4 - p, \quad k \in 1, 4 \quad (5)$$

следующим образом [4]:

$$F_q(p_i) = F_{q-1}(p_i) + (-j)^{iq} \Delta F_q(p) \quad (6)$$

и

$$F_q(p_k) = F_{q-1}(p_k) + (-j)^{kq} \Delta F_q(-p), \quad (7)$$

где $\Delta F_q(-p)$ – комплексно-сопряженные приращения спектра $\Delta F_q(p)$, если отсчеты сигнала вещественные, если же отсчеты сигнала комплексные, то $\Delta F_q(-p)$ генерируются посредством инвертирования знаков произведений приращений сигнала Δf_q на мнимую составляющую взвешивающей функции и последующего формирования соответствующих алгебраических сумм.

На рис. 1 представлена обобщенная блок-схема цифровых анализаторов мгновенного спектра, реализующих алгоритмы (6) и (7). Обозначения блоков имеют следующий смысл: ADC – аналого-цифровой преобразователь, DR – регистр задержки, SU – устройство вычитания, WU – цифровой генератор гармонических функций, MU – устройство умножения, SW – коммутирующие устройства, AD – сумматор, RAM – оперативная память. Символом m обозначено число дополнительных поддиапазонов, $m \in \{1, 3, 7\}$.

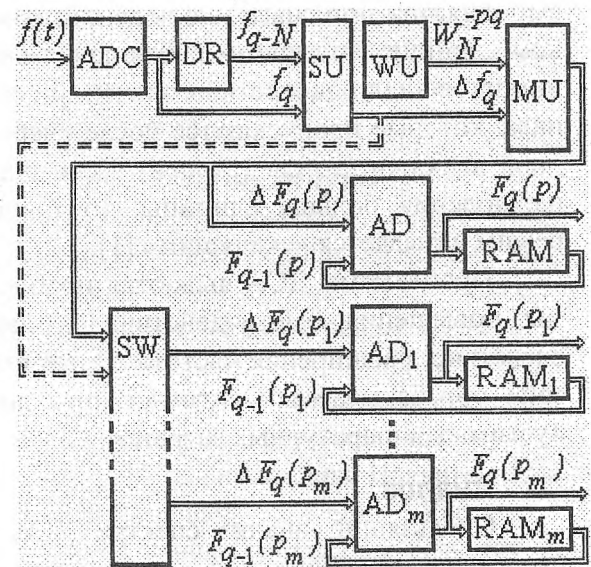


Рис. 1. Обобщенная блок-схема цифровых анализаторов мгновенного спектра

В простейшем случае при анализе комплексного сигнала ($P = N$), диапазон гармоник разбивается на два поддиапазона $p \in 0, N/2 - 1$, и для $i = 2$ из (4) имеем $p_2 = N/2 + p$. Затем посредством (6) отс-

четы гармоники p_2 определяются следующим образом:

$$F_q(p_2) = F_{q-1}(p_2) + (-1)^q \Delta F_q(p), \quad (8)$$

т.е., приращение $\Delta F_q(p)$ для гармоники p , полученное на выходе MU , подается через SW на вход сумматора для поддиапазона p_2 . В SW , как видно из (8), знак приращения $\Delta F_q(p)$ либо сохраняется, либо инвертируется, в зависимости от четности отсчета сигнала q . Для этого достаточно включить в SW два блока управления знаком операнда (для вещественной и мнимой составляющих $\Delta F_q(p)$), которые управляются логическим сигналом с выхода младшего разряда счетчика q [10]. Блок управления знаком операнда может быть выполнен с помощью логических схем сумматора по модулю 2. Одновременное вычисление двух гармоник удваивает функциональное быстродействие при небольших дополнительных аппаратных затратах.

Таблица 1. Зависимости приращений

$\Delta F_q(p_i)$, $i \in \overline{1, 3}$ от $\Delta F_q(p)$ и q

$q \bmod 4$	$\Delta F_q(p_1)$	$\Delta F_q(p_2)$	$\Delta F_q(p_3)$
0	$\Delta F_q(p)$	$\Delta F_q(p)$	$\Delta F_q(p)$
1	$\text{Im} \Delta F_q(p)$ $-j \text{Re} \Delta F_q(p)$	$-\Delta F_q(p)$	$-\text{Im} \Delta F_q(p)$ $+j \text{Re} \Delta F_q(p)$
2	$-\Delta F_q(p)$	$\Delta F_q(p)$	$-\Delta F_q(p)$
3	$-\text{Im} \Delta F_q(p)$ $+j \text{Re} \Delta F_q(p)$	$-\Delta F_q(p)$	$\text{Im} \Delta F_q(p)$ $-j \text{Re} \Delta F_q(p)$

Используя (4) и деля диапазон определяемых гармоник на четыре [11] (для комплексного сигнала) или на два [12] (для вещественного сигнала), мы можем аналогично получить соответствующие структуры анализаторов. В этом случае, SW , в дополнение к блокам управления знаком операнда, содержит также мультиплексоры для выполнения операций $(-j)^q \Delta F_q(p)$. Сигналы управления этими мультиплексорами, вместе с соответствующими

сигналами для блоков управления знаком операнда, можно определить из данных, приведенных в таблице 1, где указаны зависимости приращений $\Delta F_q(p_1)$, $\Delta F_q(p_2)$, и $\Delta F_q(p_3)$ от $\Delta F_q(p)$ и q .

Из таблицы видно, что в качестве сигналов управления мультиплексорами можно взять выходы младшего разряда счетчика q , а для блоков управления знаком операнда могут быть использованы либо выходы двух младших разрядов этого счетчика, либо их сумма по модулю 2.

Быстродействие анализатора спектра может быть еще раз удвоено, если в дополнение к (4) использовать и (5). В этом случае SW должен содержать также компоненты для генерации приращений спектра $\Delta F_q(-p)$ (7). Более того, на второй вход SW необходимо с выхода SU подавать отсчеты приращения Δf_q (штриховые линии на рисунке), которые необходимы для организации одновременного вычисления в соответствующих поддиапазонах гармоник $(2i+1)N/8$ и $kN/4$, $i \in \overline{1, 3}$, $k \in \overline{1, 4}$.

Таблица 2. Одновременно определяемые гармоники вещественного сигнала

Поддиапазон	Номера одновременно определяемых гармоник				
	1	2	...	$N/8-1$	$N/8$
p	1	2	...	$N/8-1$	$N/8$
p_1	$N/4-1$	$N/4-2$...	$N/8+1$	$N/4$
p_2	$N/4+1$	$N/4+2$...	$3N/8-1$	$3N/8$
p_3	$N/2-1$	$N/2-2$...	$3N/8+1$	0

Таблица 3. Одновременно определяемые гармоники комплексного сигнала

Поддиапазон	Номера одновременно определяемых гармоник				
	1	2	...	$N/8-1$	$N/8$
p	1	2	...	$N/8-1$	$N/8$
p_1	$N/4-1$	$N/4-2$...	$N/8+1$	$N/4$
p_2	$N/4+1$	$N/4+2$...	$3N/8-1$	$3N/8$
p_3	$N/2-1$	$N/2-2$...	$3N/8+1$	$N/2$
p_4	$N/2+1$	$N/2+2$...	$5N/8-1$	$5N/8$
p_5	$3N/4-1$	$3N/4-2$...	$5N/8+1$	$3N/4$
p_6	$3N/4+1$	$3N/4+2$...	$7N/8-1$	$7N/8$
p_7	$N-1$	$N-2$...	$7N/8+1$	0

Для пояснения сказанного в таблицах 2 и 3 приведены номера одновременно определяемых гармоник соответственно для вещественного [13] и комплексного [14] сигналов. При вычислении гармоники $p = N/8$, $\Delta F_q(p)$ используются для определения гармоник $(2i+1)N/8$, $i \in \overline{1, 3}$, а Δf_q используется в это же время для вычисления гармоник $kN/4$, $k \in \overline{1, 4}$.

Таким образом, при вычислении полного спектра может достигаться 2- и 4-кратное сокращение количества комплексных умножений при анализе вещественного сигнала, а при анализе комплексного сигнала – 2-, 4- и 8-кратное сокращение.

В проектах [15] и [16] показано, что при использовании программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) *Virtex-II* фирмы *Xilinx* [17] возможна реализация изобретений [13] и [14] с частотой дискретизации до 3,9 МГц для размера выборок сигналов $N = 256$, при 8-разрядном представлении входных отсчетов и такой же точности получаемых отсчетов спектра.

Границы целесообразности

Определим в качестве границы G целесообразности использования «скачущего» БПФ при ДСА такой размер шага «скачка», при котором вычислительные затраты как БПФ так и рекуррентного вычисления спектра одинаковы. Очевидно, что при использовании алгоритма (2),

$$G = \log_2 N, \quad (9)$$

а при использовании алгоритмов (6) и (7),

$$G = m * \log_2 N, \quad (10)$$

где $m \in \{2, 4, 8\}$ в зависимости от кратности сокращения числа комплексных умножений. Например в [6], при $N = 1024$ и $m = 4$, граница целесообразности $G = 40$. То есть, при скачках не превосходящих G следует пользоваться рекуррентным алгоритмом САС, а при больших скачках предпочтение нужно отдать БПФ.

В ряде случаев при использовании мгновенного спектра для принятия решения вовсе не нужен весь спектр. Например в [6], при вычисляемых с помощью БПФ 512 гармониках для принятия решения используются только 70 из них. Рекуррентное вычисление позволяет организовать вычисление только тех гармоник, которые только и нужны для принятия решения и тем самым сократить вычислительные затраты. В приведенном примере, когда не нужен весь спектр, вычисление необходимой его части следует организовать по формуле (2), а границу целесообразности вычислять по формуле (10), в которой m определять как отношение размера всего спектра к необходимой для принятия решения его части, в данном случае $m = 512/70$. Можно, конечно, вместо алгоритма (2) воспользоваться и алгоритмами (6) и (7), если необходимые для принятия решения гармоники могут быть разбиты на поддиапазоны в соответствии с (4) и (5). В этом случае граница целесообразности сместится вправо пропорционально достигнутой экономии количества комплексных умножений при рекуррентном вычислении спектра.

Заключение

Проанализированы возможности выполнения динамического спектрального анализа. Приведена оценка целесообразности выбора типа вычисления спектра при различных соотношениях размеров скользящего окна анализа и смещений последующих окон по отношению к предыдущим.

Список литературы

1. *Цифровые анализаторы спектра* / В.Н.Плотников, А.В.Белинский, В.А.Суханов, Ю.Н.Жигулевцев. – М.: Радио и связь, 1990. – 184 с.
2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир. – 1978. – 848 с.

3. Краковский В. Я. Алгоритмы повышения быстродействия цифровых анализаторов мгновенного спектра // Кибернетика. – 1990, № 5. – С. 113-115.
4. Краковский В. Я. Обобщенное представление и реализация алгоритмов повышения быстродействия цифровых анализаторов мгновенного спектра // Кибернетика и системный анализ. – 1996, №4. – С. 155-161.
5. Краковский В. Я. Цифровые анализаторы для динамического спектрального анализа // Измерительная техника. – 1993, №12. – С. 13-16.
6. Гвоздак А. П., Долгов В. М. Спектрально-часова дефектоскопія в реальному часі на основі цифрових сигнальних процесорів // Праці Четвертої Всеукраїнської міжнародної конференції «Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів», 19-23 жовтня 1998 року. – Київ. – С. 113-116.
7. Чайковский В. И. Метрологические особенности экспериментального анализа спектра. – Киев, 1977. – 41 с. – (Препр./АН УССР. Ин-т кибернетики; 77-6).
8. Лейтес Р. Д., Соболев В. Н. Цифровое моделирование систем синтетической телефонии. – М.: Связь, 1969. – 128 с.
9. Patent 3778606 USA. Continuously updating Fourier coefficients every sampling interval / J.W.Schmitt and D.L.Starkey. – Publ. Dec.11, 1973.
10. А. с. 1377762 А2 СССР. Цифровой анализатор мгновенного спектра / В. Я. Краковский, В. Ф. Коваль. – Опубл. 29.02.1988, Бюл. № 8.
11. А. с. 1406507 А2 СССР. Цифровой анализатор мгновенного спектра комплексного сигнала / В. Я. Краковский, В. Ф. Коваль. – Опубл. 30.06.1988, Бюл. № 24.
12. А. с. 1456904 А2 СССР. Цифровой анализатор мгновенного спектра / В. Я. Краковский, В. Ф. Коваль. – Опубл. 07.02.1989, Бюл. № 5.
13. А. с. 1563408 А2 СССР. Цифровой анализатор мгновенного спектра вещественного сигнала / В. Я. Краковский, В. Ф. Коваль, З. А. Кузнецова, В. В. Ерьско. – Разрешение на публикацию № 267/22, 28.11.91.
14. А. с. 1568732 А2 СССР. Цифровой анализатор мгновенного спектра комплексного сигнала / В. Я. Краковский, В. Ф. Коваль, З. А. Кузнецова, В. В. Ерьско. – Разрешение на публикацию № 267/22, 28.11.91.
15. Сергієнко П.В. Цифровий аналізатор миттєвого спектру дійсного сигналу в системах обробки інформації: Дипломний проект / Керівник В.Я.Краковський. – К: НАУ, 2003.
16. Сметанюк С.В. Цифровий аналізатор миттєвого спектру комплексного сигналу в системах обробки інформації: Дипломний проект / Керівник В.Я. Краковський. – К: НАУ, 2003.
17. <http://www.xilinx.com>.