УДК 62-50:007:65

Волков А. А. д-р техн. наук

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКАМИ В ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЯХ

Институт компьютерных технологий Национального авиационного университета

Рассматривается проблема управления потоками в сети, оптимального по критерию энергозатрат. Задача формулируется как задача математического программирования. Решается задача проектирования системы регулирующих органов, обеспечивающая создание самоорганизующейся системы управления потокораспределением в инженерных сетях.

Постановка проблемы

Существует широкий класс сложных технических комплексов (гидравлических, газовых, вентиляционных, энергетических, электрических и т.д.), относящиеся к инженерным сетям вследствие их геометрической конфигурации и специфической сетевой взаимозависимости между физическими переменными (обобщенными координатами), определяющими их состояние. Для математического описания и исследования процессов в этих системах, применяются моделирующие графы [1]. В таких сетях взаимосвязь между обобщенными координатами и параметрами отображают соответствующие физические законы.

Управление потоками в инженерных сетях может обеспечиваться тремя способами: активным, пассивным и комбинированным. В первом случае используют только активные средства (или органы), управляющие источниками потоков в сети. Во втором – только пассивные средства, осуществляющие параметрическое воздействие на элементы сети. В третьем применяют как активные, так и пассивные средства. К активным средствам относятся регулируемые источники напряжений и напоров, а к пассивным – регулируемые сопротивления, дроссели. Для управления вектором $\overline{q}$ потоков в инженерных сетях необходимо использование некоторого набора управляющих органов. Расположение этих органов в сети (базис системы регулирующих органов) является важнейшей структурной характеристикой системы управления.

Базисом системы регулирующих органов будем называть множество связей моделирующего графа сети, в которых располагаются регулирующие органы. Этим связям соответствуют линейно независимые потоки в сети.

Пусть $S = \{S_1,\ldots, S_\zeta\}$ – семейство допустимых базисов системы регулирующих органов. Элементы $S_j \in S (j=\overline{1,\zeta})$ этого семейства представляют собой различные допустимые по некоторым критериям базисы пространства независимых циклов графа.

Каждому базису S_j при заданных структурно-параметрических характеристиках сетевой системы управления соответствует S-мерная область управляемости $\Omega_j\left(\overline{q}\right)$ вектора $\overline{q}$ потоков в сети.

В тоже время на основе прогнозирования развития сетевой системы управления и окружающей ее среды на заданный период времени можно выделить вероятностную область управления $\Omega\left(\overline{q^*}\right)$ требуемых потоков в сети.

Пересечение областей $\Omega\left(\overline{q^*}\right)$ и $\Omega_j\left(\overline{q}\right)$ образует эффективную область управляемости вектора $\overline{q}$ потоков приданном базисе системы регулирующих органов.

Проблема состоит в том, чтобы осуществить выбор такого минимального набора базисов системы регулирующих органов, объединение областей управляемости которых полностью покрывало бы требуемую область управления потоками в сети.

Анализ последних исследований и публикаций

Для математического описания и исследования процессов в инженерных сетях применяются моделирующие графы [1] и методы алгебраического анализа сильно связанных графов сетей [2].

В работе [3] рассматривается задача синтеза оптимального управления конечным состоянием потокораспределения в сети и доказана возможность существования конечного множества оптимального по критерию энергозатрат базисов регулирующих органов в сети. Эти базисы не эквивалентны по своим эффективным областям управляемости.

Задача синтеза оптимального управления потоками в сети в общем случае формируется как задача математического программирования, которая сводится к задаче линейного программирования, когда управление производится во всех независимых по потокам ветвях (связям графа) сети т.е. фактически во всех ветвях сети.

Постановка задачи

Задача синтеза оптимального управления потоками в сети является многокритериальной.

Допустимые и эквивалентные по критерию Q_o энергозатрат базисы расположения регулирующих органов в сети не равноценны по некоторым другим критериям.

Для выбора единственного базиса вводиться в рассмотрение два дополнительных критерия: критерий T соответствия базиса техническим требованиям и критерия D соответствия области управляемости $\Omega_j(\bar{q})$ и области управления $\Omega(\bar{q}^*)$.

Необходимо решить задачу управления потоками в сети, оптимального по указанным критериям.

Математическая модель задачи синтеза оптимального управления потоками в сети

Моделирующий граф [1] инженерной сети определяется следующими исходными данными.

1. Топология сети C представляет изоморфный ей граф G, для которого определены матрицы A и B независимых обобщенных узлов и независимых циклов соответственно.

2. Каждой дуге графа соответствуют последовательные q_i и параллельные $h_i(i=\overline{1,m})$ фундаментальные переменные [1] сети C и операторы $D_i(i=\overline{1,m})$, отображающие их взаимосвязь в виде

$$h_i = D_i\, q_i \qquad (1)$$

где D_i – совокупность математических действий, которые нужно произвести, чтобы по функциям q_i найти функцию h_i.

Поскольку в ветви сети могут входить управляющие органы, оператор D_i можно представить множеством трех типов операторов $D_i=\{D_i^a, D_i^n, D_i^c\}$, соответствующих активным D_i^a и пассивным D_i^n регулирующим органам и самой ветви сети D_i^c. Эти операторы определяют при заданном потоке q_i значение интенсивностей или напряжений h_i^a, создаваемых активными управляющими органами, падения напряжений h_i^n и h_i^c на пассивных управляющих органах и в ветвях сети соответственно.

3. Множество U дуг графа, определяющее местоположение активных регулирующих органов при комбинированном способе управления.

4. Вектор

$$\bar{q}_I^{*'} = \bar{q}_{II}^{*'} B_1' \qquad (2)$$

где $\bar{q}_I^{*'}$ и $\bar{q}_{II}^{*'}$ – n-мерная и s-мерная строчные матрицы соответственно, причем $S = m - n$, m – число дуг графа, $(n+1)$ – число вершин графа; B_1' транспонированная подматрица B_1, соответствующая ветвям дерева графа, матрицы $B=(B_1, B_2)$, $B_2=E$ – единичная подматрица, соответствующая связям графа; $\bar{q}^{*'} = \left(\bar{q}_I^{*'}, \bar{q}_{II}^{*'}\right)$ – m-мерный вектор требуемых потоков в сети.

5. Критерии оптимальности, минимизирующие энергетические затраты при активном (I) и комбинированном (II) способах управления в сети:

$$Q=\sum_{i=1}^{m} h_i^{(a)} q_i = \bar{q}' h^{(a)} \to \min \quad \text{(I)}$$

$$Z=\sum_{i=1}^{m} h_i^{(n)} q_i = \bar{q}' h^{(n)} \to \min \quad \text{(II)}$$

где $\bar{q}' = \left(\bar{q}'_I, \bar{q}'_{II}\right)$

Необходимо найти

1) местоположение активных (I) или пассивных (II) управляющих органов в сети (базис управляющих органов);

2) координаты управляющих органов или соответствующие им напоры $h_i^{(a)}$ и депрессии $h_i^{(n)}$, $i \in M$, минимизирующие (5) при соблюдении ограничений (2)-(4) и удовлетворении второму закону Кирхгофа

$$B\left(\bar{h}^{(c)} + \bar{h}^{(n)} + \bar{h}^{(a)}\right) = 0$$

Задача *(I)* синтеза оптимального управления потоками в сети при активном способе управления математически формулируется в виде следующей задачи линейного программирования: найти неотрицательные значения $h_i^{(a)}$, $i \in M$ и $\min Q$, удовлетворяющие условиям

$$\left.\begin{aligned} B_1 \bar{h}_I^{(a)} + B_2 \bar{h}_{II}^{(a)} &= B\,\bar{h}^{(c)} \\ \bar{q}'_I \bar{h}_I^{(a)} + \bar{q}'_{II} \bar{h}_{II}^{(a)} &= Q_{(\min)} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $B\bar{h}^{(c)} = \bar{H}^{(c)}$ – постоянный S-мерный вектор.

В работе (2) показано, что любое допустимое базисное решение задачи (1) синтеза оптимального управления не может быть улучшено и является минимальным допустимым решением (оптимальным). Общие минимально-возможные затраты на распределение потоков в сети определяются соотношением

$$\min Q = Q_0 = \sum_{i=1}^{m} q_i \bar{h}_i^{(c)} = \bar{q}' \bar{h}^{(c)}$$

Данная задача имеет конечное множество базисных допустимых решений, причем базис здесь отождествляется со связями моделирующего графа сети, в которых следует разместить регулирующие органы. Не единственность этого базиса означает, что заданное потокораспределение можно получить при различных вариантах расположения s регулирующих органов сети.

Задача (2) синтеза оптимального управления потоками в сети при комбинированном способе управления формулируется в виде:

Найти неотрицательные значения $h_i^{(a)}$, $i \in M$, неотрицательные значения $h_i^{(a)}$, $i \in S$ и $\min Z$, удовлетворяющие условиям:

$$B_1 \bar{h}_I^{(n)} + B_2 \bar{h}_{II}^{(c)} = B_1 \bar{h}_{II}^{(a)} - B\,\bar{h}^{(c)}, \quad (4)$$

$$\bar{q}'_I \bar{h}_I^{(n)} + \bar{q}'_{II} \bar{h}_{II}^{(n)} = Z_{(\min)}, \quad (5)$$

где

$$B_2 \bar{h}_{II}^{(a)} = \left(h_{n+1}^{(a)}, \ldots, h_{n+\nu}^{(a)}, 0, \ldots, 0\right),$$

$$h_i^{(a)} \geq 0, \; i \in S.$$

Каноническая форма системы (4) и (5)

$$\left.\begin{aligned} B_1 \bar{h}_I^{(n)} + B_1 \bar{h}_{II}^{(c)} &= B_2 \bar{h}_{II}^{(a)} + B\bar{h}^{(c)} \\ -Z(\min) &= -\bar{q}'_{II} \bar{h}_{II}^{(a)} + \bar{q}'\bar{h} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

При этом оказывается, что допустимое базисное решение задачи синтеза оптимального управления потоками в сети при комбинированном способе управления является минимальным допустимым базисным решением (оптимальным) тогда и только тогда, когда составляющие $h_i^{(a)}$ вектора $h_{II}^{(a)}$ являются минимально возможными [3]. Отсюда следуют выражения, определяющие искомые координаты активных $h_i^{(a)}$, $i \in S$ и $h_i^{(n)}$ пассивных управляющих органов:

$$\bar{h}_i^{(a)} = H_k^{(c)}(k = 1, \ldots, \nu; i = n+1, \ldots, n+\nu);$$

$$\bar{h}_i^{(n)} = H_k^{(c)}(k = \nu+1, \ldots, s; i = n+\nu+1, \ldots, m),$$

где $\bar{H}_k^{(c)}$ – составляющая вектора $\bar{H}^{(c)} = B\bar{h}^{(c)}$.

Таким образом основная задача синтеза оптимального управления потоками в сети при комбинированном способе управления сводится к получению базисного допустимого решения. Небазисные допустимые решения, которых здесь может быть бесчисленное множество, нас не интересуют в связи с тем, что они приводят к увеличению числа регулирующих органов и не удовлетворяют условию линейной независимости управления.

Для решения задачи достаточно получить уравнения (4) и (5) в доступном каноническом виде (6), использовав для этого первый этап симплекс-метода. Благодаря тому, что в качестве переменных выбраны неизвестные $h_i^{(a)}$ и $h_i^{(n)}$, итерационный симплекс-процесс существенно облегчен, так как при его реализации приходится иметь дело только с нулевыми и единичными коэффициентами матрицы B.

Кроме рассмотренной задачи, значительный практический интерес представляет задача синтеза оптимального управления потоками при задании искомого потокораспределения (потоки управляются не во всех связях графа сети. При потоки задаются (управляются) лишь в $l<s$ связях графа сети, что делает данную задачу нелинейной, существенно увеличивает ее неопределенность. Для устранения этой неопределенности вводится дополнительное условие, требующее расположения управляющих органов в ветвях с контролируемыми потоками. Это условие вполне оправдано с инженерной точки зрения, так как обеспечивает линейную независимость управляемых потоков.

Допустимые и эквивалентные по критерию Q_0 энергозатрат базисы расположения регулирующих органов в сети не являются равноценными по некоторым другим критериям. Для выбора единственного базиса (т.е. некоторого множества S_j связей моделирующего графа сети) вводится в рассмотрение два дополнительных критерия: критерий T соответствия базиса техническим требованиям и критерий D соответствия области управляемости и области управления.

Суть критерия T состоит в следующем. На множестве V дуг графа существует подмножество $V_s \subset V$, которое всегда должно принадлежать любому базису $S_j \in S$, удовлетворяющему техническим требованиям системы. Однако на этом же множестве V существует подмножество $V_H \subset V$ дуг, которые не должны входить в указанные базисы. Базисы, удовлетворяющие критерию T, обладают различными областями управляемости $\Omega(\bar{q})$ и различным их соответствием областям управления. Областью управляемости $\Omega(q_i)$ потока q_i в i-й базисной ветви сети назовем такой диапазон $q_{i\min} \le q_i \le q_{i\max}$ его изменения, который не нарушает допустимости некоторого базиса S_j канонических уравнений (3) или (6), при условии, что потоки во всех остальных базисных ветвях сети не изменяются. Для оценки соответствия области управляемости $\Omega(q_i)$ и области управления $\Omega(q^*)$ в i-й ветви сети введен критерии

$$\delta_i = \frac{2}{q_i^*} \min_{\xi \in \psi} \varepsilon_i^{(\xi)} \quad ,\psi = \{1,2\}$$

где q_i^* – заданное математическое ожидание потока в i-й ветви сети;

$\varepsilon_i^{(1)} = q_i^* - q_{i\min}$,

$\varepsilon_i^{(2)} = q_{i\max} + q_i^*$, $q_{i\min}^*$, $q_{i\max}^*$ – граничные значения области управления $\Omega(q_i^*)$.

Критерий D_j соответствия областей управляемости и управления базиса S_j системы управляющих органов (или критерий эффективной области управления) определяется соотношением

$$D_j = \sum_{i \in S_j} c_i \delta_i \ ,$$

где c_i – весовые коэффициенты, в качестве которых принимаются величины, пропорциональные, области управления, например величине

$$\omega = \frac{q_{i\max}^* - q_{i\min}^*}{2}$$

Располагая значениями критериев D_j для всех базисов $S_j \subset S_l$, можно определить оптимальный по этому критерию базис S_r, для которого D_j будет наибольшим, т.е.

$$D_r = \max_{S_j \subseteq S_l} D_j \qquad (7)$$

Весь процесс синтеза оптимальной по глобальному критерию $\Gamma=(Q_0,T,D)$ системы управляющих органов в сети может быть выполнен с использованием ЭВМ. Для решения этой задачи разработаны алгоритмы:

а) алгоритм получения начального канонического уравнения системы (6) по исходной информации;

б) алгоритм нахождения допустимой канонической формы уравнения системы;

в) алгоритм определения оптимальных координат ‘ допустимой системы управляющих органов в сети;

г) алгоритм определения области управляемости потоков в базисных ветвях сети;

д) алгоритм выбора оптимальной системы регулирующих органов.

Алгоритмы (*а*), (*б*), (*в*) основаны на результатах, приведенных выше. Алгоритм (*г*) определения области управляемости в каждой ветви сети был сведен к поиску точки на числовой оси (нижней $q_{i\ min}$ и верхней $q_{i\ max}$ границы области), удовлетворяющей определенному условию. Значение координаты этой точки, например, $q_{i\ max}$ должно обращать в нуль правую часть $\overline{H}^{(c)} = B\overline{h}^{(c)}$ соответствующего уравнения системы (6). При этом уравнения, содержащие $h_i^{(a)}$, не рассматриваются, так как по условию их правые части не могут быть отрицательными. Этот алгоритм получен на основе энтропийного принципа, суть которого состоит в максимизации энтропии на каждом шаге поиска. Алгоритм (*д*) осуществляет выбор оптимального по глобальному критерию системы управляющих органов на основании соотношения (7).

Выводы:

1. Разработаны методы синтеза оптимального управления потокам в сети при полностью и частично задаваемом потокораспределении.

2. Установлено существование конечного множества оптимальных решений по критерию «энергозатрат».

3. Предложен метод синтеза оптимальной по глобальному критерию системы регулирующих органов в сети, рассчитанный на максимальное использование ЭВМ на всех этапах подготовки и решения задач (топологический анализ сети, составление и приведение к каноническому виду уравнений, оптимизация, определение областей управляемости базисов, выбор оптимального по глобальному критерию базиса).

4. Сформулированы принципы построения сетевых систем управления для наиболее общего случая, когда область управления $\Omega(\overline{q}^*)$ потоками содержится в области управляемости $\Omega_M(\overline{q})$ не одного, а некоторого множества *M* базисов управляющих органов. Система оптимального управления потоками при этом должна относиться к классу самоорганизующихся систем управления. Структура такой системы всякий раз меняется при переходе вектора $\overline{q}$ управляемых потоков из области управляемости одного базиса управляющих органов в область другого базиса. Результаты приведенных исследований могут найти применение при решении практических задач оптимизации в управления потоками в инженерных сетях.

Сформулирована общая задача синтеза оптимальной системы регулирующих органов сети и схема ее решения обеспечивает максимальное использование ЭВМ на всех этапах ее реализации, включает топологический анализ сети и формирование системы решаемых уравнений. Могут быть разработаны следующие алгоритмы соответствующие отдельным этапам решения задачи:

- алгоритм получения и представления в ЭВМ исходной канонической системы уравнений;
- алгоритм получения допустимой канонической формы системы уравнений;
- алгоритм определения координат регулирующих органов в сети, допустимых по критериям Q_0 T;
- алгоритм определения области управляемости потоками в базисных ветвях сети;
- алгоритм выбора оптимального базиса регулирующих органов в сети.

Список литературы

1.*Волков А. А.* Построение и структура моделирующих графов сложных систем. Системи дослідження та інформаційні технології – 2002, №2. – С. 118-132.

2. *Волков А. А.* Алгебраический анализ сильно связанных графов систем. Збірник наукових праць НАУ, Проблеми інформатизації та управління – 10/2004 – С. 46-53.

3.*Волков А. А.* Синтез оптимального управления конечным состоянием потокораспределения в сети / Труды III Всесоюзного симпозиума по экстремальным задачам, Томск, 1969 г.