УДК 681.5

Артамонов Є. Б.

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ «SHEME» ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ РОЗПОДІЛУ МАТЕРІАЛЬНИХ РЕСУРСІВ

Інститут комп'ютерних технологій Національного авіаційного університету

Історія розвитку еволюційних алгоритмів нараховує більше двадцяти років. Було розроблено сотні методів і тисячі алгоритмів, але ця тема ще довго буде залишатися невичерпною. Так і у цій статті розглядається використання генетичним алгоритмом теорії «sheme» для розподілу інвестицій, а також можливість формування мінімальних вимог щодо параметрів інвестиційних проектів.

Постановка задачі генетичного алгоритму (ГА)

Розглядається загальна задача безупинної оптимізації

$$\max f(x),\ x\in D\ , \qquad (1)$$

де $D=\{x=(x_1, x_2,...,x_N) \mid x_i$ з $[a_i,b_i]$, $i = 1, 2, ..., N\}$, D – прямокутна область – область пошуку, підмножина безлічі дійсних чисел., $f(x)$ – цільова скалярна багатопараметрична функція, що максимізується і може мати декілька глобальних екстремумів, вибирається з множини D.

Передбачається, що про функцію $f(x)$ відомо лише те, що вона визначена в будь-якій точці області D. Ніяка додаткова інформація про характер функції і її властивості не враховується в процесі пошуку.

Під рішенням задачі (1) будемо розуміти вектор $x = (x_1, x_2, ... , x_N)$.

Оптимальним рішенням задачі (1) будемо вважати вектор x^*, при якому цільова функція $f(x)$ приймає максимальне значення. Виходячи з припущення про можливу багатоекстремальність $f(x)$, оптимальне рішення може бути не єдиним.

Шима

Хоча зовні здається, що ГА обробляє рядки, насправді при цьому неявно відбувається обробка шим («*sheme*»), що представляють шаблони подоби між рядками. ГА практично не може займатися повним перебором усіх представлень у просторі пошуку. Однак він може робити вибірку значної кількості гіперплощин в областях пошуку з високою пристосованістю.

Шима – це рядок довжиною l (що дорівнює довжині будь-якого рядка популяції), що складається зі знаків алфавіту {0;1;*}, де {*} – невизначений символ. Кожна шима визначає безліч усіх бінарних рядків довжини l, що мають у відповідних позиціях або 0, або 1, у залежності від того, який біт знаходиться у відповідній позиції самої шими. Наприклад, шима, 1**01, визначає собою множину з чотирьох п'ятибітових рядків {10001; 10101; 11001; 11101}. У шим виділяють дві властивості – порядок і визначена довжина.

Порядок шими – це число визначених бітів («0» чи «1») у шимі.

Визначена довжина – відстань між крайніми визначеними бітами у шимі. Наприклад, вищезгадана шима має порядок o(1**01) = 3, а визначена довжина d(1**01) = 4. Кожен рядок у популяції являється прикладом 2^l шим.

Будуючі блоки

Будуючі блоки – це шими, що мають такі властивості, як високу пристосованість, низький порядок, коротку визначену довжину.

Пристосованість шими визначається, як середнє серед пристосованостей прикладів, котрі її містять. Після процедури відбору залишаються лише строки с найбільш високою пристосованістю.

Отже рядки, що є прикладами шим з високою пристосованістю, вибираються частіше. Кросовер рідше руйнує шими з більш короткою визначеною довжиною, а мутація рідше руйнує шими з низьким порядком. Тому, такі шими мають більше шансів переходити з покоління в покоління. Голланд показав, що, у той час як ГА явно обробляє n рядків на кожнім поколінні, у той же час неявно обробляються близько n^3 коротких шим низького порядку і з високою пристосованістю (корисних шим).

Викладемо основну теорему генетичних алгоритмів, відому як «теорема шим». Вона показує, яким чином простий ГА експоненціально збільшує число прикладів корисних шим чи будуючих блоків, що приводить до знаходження рішення вихідної задачі.

Нехай $m(H,t)$ – число прикладів шими H у t-ому поколінні. Обчислимо очікуване число прикладів H у наступному поколінні $m(H,t+1)$ у термінах $m(H,t)$. Простий ГА кожному рядку ставить у відповідність імовірність її «виживання» при відбиранні пропорційно її пристосованості. Очікується, що шима H може бути обрана $m(H,t)*(f(H)/f_{ср.})$ разів, де $f_{ср.}$ – середня пристосованість популяції, а $f(H)$ – середня пристосованість тих рядків у популяції, що є прикладами H.

Імовірність того, що однокрапковий кросовер зруйнує шиму дорівнює імовірності того, що крапка розриву потрапить між визначеними бітами. Імовірність же того, що H «переживе» кросовер не менше $1-P_c*(d(H)/l-1)$. Ця імовірність – нерівність, оскільки шима зможе вижити, якщо в кросовері брав участь також приклад схожої шими. Імовірність того, що H переживе крапкову мутацію – $(1-P_m)o(H)$,це вираження можна апроксимувати як $(1-o(H))$ для малого P_m і $o(H)$. Добуток очікуваного числа відборів і ймовірностей виживання відомо як теорема шим:

$$m(H,t+1) \geq$$
$$\geq m(H,t)\cdot\frac{f(H)}{f_{ср}}\cdot\left(1-P_C\cdot\frac{\delta(H)}{l-1}-o(H)\cdot P_M\right)$$

Теорема шим показує, що будуючі блоки, ростуть по експоненті, у той час шими з пристосованістю нижче середньої розпадаються з тією же швидкістю.

Голдберг у своїх дослідженнях теореми шим, висуває гіпотезу будуючих блоків, що полягає в тому, що «будуючі блоки поєднуються, щоб сформувати кращі рядки». Тобто рекомбінація й експонентний ріст будуючих блоків, веде до формування кращих будуючих блоків.

У той час як теорема шим пророкує ріст прикладів гарних шим, сама теорема дуже спрощено описує поводження ГА. Насамперед, $f(H)$ і $f_{ср.}$ не залишаються постійними від покоління до покоління. Пристосованості членів популяції значно змінюються вже після декількох перших поколінь. По-друге, теорема шим пояснює втрати шим, але не появу нових. Нові шими часто створюються кросовером і мутацією. Крім того, у міру еволюції, члени популяції стають усе більш і більш схожими один на одного так, що зруйновані шими будуть відразу ж відновлені. Нарешті, доказ теореми шим побудовано на елементах теорії імовірності й отже не враховує розкиду значень. Істотна різниця пристосованості шими може призвести до збіжності до неоптимального рішення.

Незважаючи на простоту, теорема шим описує кілька важливих аспектів поводження ГА. Мутації з більшою імовірністю руйнують шими високого порядку, у той час як кросовер з більшою імовірністю руйнують шими з більшою визначеною довжиною. Коли відбувається відбір, популяція сходиться пропорційно відношенню пристосованості кращого представника популяції, до середньої пристосованості в популяції; це відношення – міра тиску відбору. Збільшення P_c, чи P_m, чи зменшення тиску відбору, веде до збільшеного здійснення вибірки чи дослідженню простору пошуку, але не дозволяє використовувати всі гарні шими, які є у ГА. Зменшення P_c чи P_m, чи збільшення тиску вибору, веде до поліпшення використання знайдених шим, але гальмує дослідження простору в пошуках нових гарних шим. ГА повинен підтримати тонку рівновагу між тим і іншим, що звичайно відомо як проблема «балансу дослідження і використання».

Геометрична інтерпретація

Розглянемо на прикладі простої одномірної функції $f(x)$ процедуру переходу з евклідового простору параметрів у простір представлень.

$f(x) = 10 + x\cos(x)$, на відрізку [0, 10].

Нехай кодування буде здійснюватися бінарними рядками довжини 3. Тобто відрізок [0,10] потрібно розбити на $2^3 = 8$ підінтервалів, кожному з яких буде відповідати унікальна двійкова комбінація, одержувана перекладом номера підінтервала, рахуючи зліва направо, у двійковій позиційній системі. Довжина кожного такого інтервалу буде $h=10:8=1,25$.

Рис. 1. Символьна модель для одномірної задачі

Простором пошуку, таким чином, стає безліч усіх бінарних рядків довжини 3. Цей простір можна представити у вигляді тривимірного куба, вершинам якого відповідають кодові комбінації, розташовані так, що хемінінгова відстань між суміжними вершинами дорівнює одиниці.

Задача алгоритму пошуку полягає в тому, щоб по деякому правилу переміщуватися в нові вершини цього куба, що буде відповідати дослідженню нових підінтервалів у просторі.

Спочатку досліджуємо шими, чий порядок дорівнює трьом, тобто всі три біти в шаблоні визначені. В даному випадку шимам порядку 3 будуть відповідати вершинам куба.

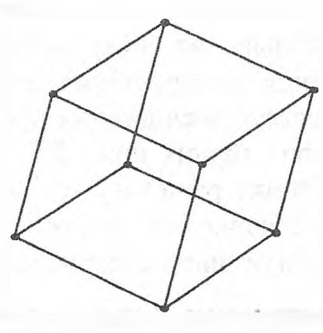

Рис. 2. Простір пошуку трибітового представлення

Тепер подивимося, чому будуть відповідати шими порядку 2. Таких шим $2^{o(H)}C_l=2^2C_3=12$: {00*, 01*, 10*, 11*, 0*0, 0*1, 1*0, 1*1, *00, *01, *10, *11}. Геометрично, усі такі шаблони описують поверхні, розмірність яких на одиницю перевершує розмірність крапки – вершини куба, тобто шими порядку 2 довжини 3 відповідають ребрам куба (рис. 3), шими порядку 1 довжини 3 – граням куба (рис. 4), порядку 0 и довжини 3 – цілий куб.

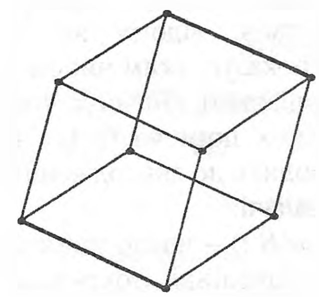

Рис. 3. Розташування шим 2-го порядку

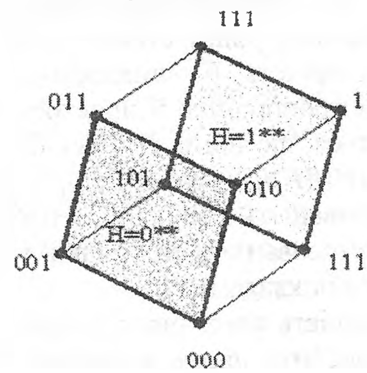

Рис. 4. Розташування шим 1-го порядку

В евклідовому просторі шими 2-го та 1-го порядків будуть відповідати таким просторам (наприклад, для шим: 11*, 00* та 0**, 1**) (Рис. 5):

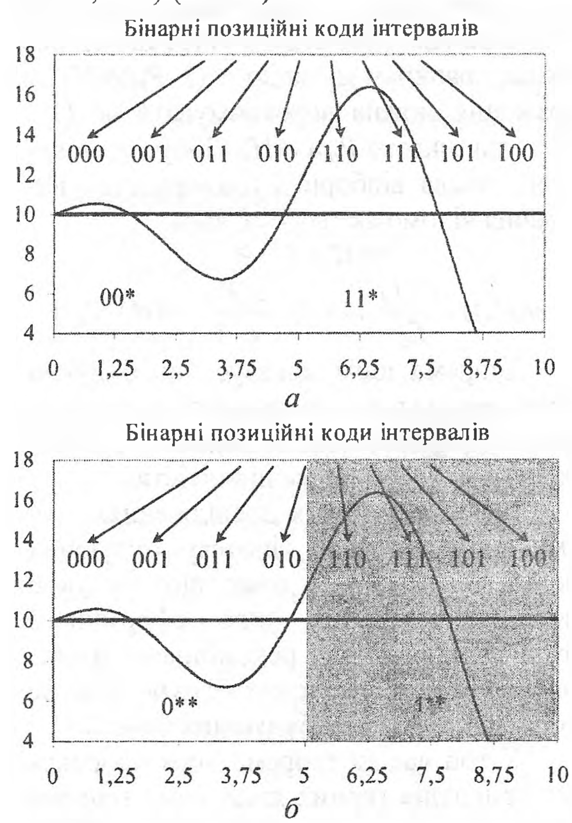

Рис. 5. Інтерпретація шим
а) 2-го порядку у просторі параметрів;
б) 1-го порядку у просторі параметрів

Пристосованість шими визначається як середнє значення пристосованостей всіх прикладів, до яких вона входить. Після процедури відбору залишаються тільки ті рядки, які мають більш високу пристосованість.

Постановка задачі розподілу матеріальних ресурсів

Розглянемо приклад безприбуткових розподілу, які мають місце, наприклад, у державних оздоровчих установах.

Необхідно розподілити деяку кількість матеріального ресурсу S серед K установ (S_K визначається за формулою (3)), кожна з яких має визначений план використання цього ресурсу, котрий представлено кількістю витрат ресурсу по кожному j-ому типу:

$$S = \sum_{k=1}^{K} S_k \,, \tag{2}$$

де S_K – кількість витрат по кожній установі.

$$S_k = \sum_{j=1}^{n} x_{jk} \,, \text{ для всіх } k = 1..K \,, \tag{3}$$

де x_{jk} – кількість витрат по кожному типу витрат, що належать до множини

$$X_k = x_{1k}, x_{2k}, \ldots x_{jk}, \ (j = 1..n).$$

Тоді розподіл матеріального ресурсу проводиться пропорційно до коефіцієнту ваги проектів витрат по кожній з установ (для спрощення розрахунок цих коефіцієнтів будемо вести без урахування кореляції змінних та за базовою формулою, де кожному j-ому типу витрат ставиться у відповідність коефіцієнт c_j, j=1..n, де

$$\sum_{j=1}^{n} c_j = 1. \tag{4}$$

Тоді по кожній з установ отримуємо загальну оцінку C_k:

$$C_k = \sum_{j=1}^{n} c_j x_{jk} \,, \text{ для всіх } k = 1..K.$$

У нашому прикладі функція цілі, що оцінює l-ий набір рішень, може мати вигляд (5):

$$F^l = \sum_{k=1}^{K} C_k - C_0 \,, \tag{5}$$

де C_0 – це залишок нерозподіленого ресурсу, що утворюється від операцій кросоверу, мутації та інверсії, що використовуються у ГА.

Але є можливість покращити значимість функції (5), якщо ввести допоміжні коефіцієнти $K_{інв}$ – допоміжний коефіцієнт значимості витрат, $K_{зал}$ – допоміжний коефіцієнт значимості нерозподіленого залишку, де

$$K_{інв} \cdot K_{зал} = 1. \tag{6}$$

Враховуючи (5) і (6) функція цілі прийме вигляд:

$$F = K_{інв} \sum_{k=1}^{K} C_k - K_{зал} C_0 \,. \tag{7}$$

Тепер розв'язок задачі розподілу ресурсів зводиться до стандартного використання ГА, що був розглянутий у роботах [2,3], для оптимізації виразу (1), при таких вихідних даних:

$f(x) = F(X)$, *де* $D=\{X_k=\{x_{jk}\} \mid x_{jk}$ на $[a_{jk},b_{jk}]$, j=1..n, k=1..K $\}$X з D

До того ж введення поняття шим дозволяє вирішити зворотню задачу, щодо розподілу ресурсів, яка може бути сформульована так: знайти такий набір параметрів x_{jk} , j = 1..n кожного з k-проектів, щоб він максимально підходив до назначеної кількості ресурсу S_k.

Ця задача вирішується за M (M>1000) прогонів ГА, що направлені на підбір параметрів x_{jk} , j = 1..n, котрі максимально підходять до зазначеної кількості ресурсу S_k, і формуванні на базі цих рішень шим, за правилом, якщо якийсь з бітів кодового інтервалу відповідей постійно міняє свої значення між 0 та 1 (процентне відношення підбирається на основі дослідження), то йому назначається значення (*). Задача зводиться до побудови шими максимального можливого порядку, що буде відповідати мінімальним вимогам щодо параметрів витратних проектів (при цьому допускається можливість відкидання рішень котрі створюють малоймовірні шими).

Список літератури

1. *Вороновский Г.К.* и др. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности, монография, – Х.: Основа, 1997. – 112 с.

2. *Артамонов Є.Б., Артамонова В.О.* Удосконалення генетичного алгоритму для вирішення оптимальних задач із змінною мірою точності, – Київ, V Міжнародна науково-технічна конференція Авіа-2003 – С. 14.135.

3. *Батищев Д.И., Скидкина Л.Н.* Глобальная оптимизация с помощью эволюционно-генетических алгоритмов / ВГТУ, Воронеж, Традиция, 1994. – 150 с.