

СПЕКТРАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ НИЗКОАМПЛИТУДНЫХ КОМПОНЕНТ АНСАМБЛЯ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СОБСТВЕННЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ

Национальный технический университет Украины «КПИ»

Рассматривается алгоритм обработки сигналов, обеспечивающий в автоматизированных системах высокое разрешение частоты при низких отношениях сигнал/шум. Для анализа низкоамплитудных компонент предлагается декомпозиция в базисе собственных значений и собственных векторов корреляционной матрицы ансамбля сигналов. Приводятся результаты выявления и спектрального оценивания низкоамплитудных поздних потенциалов предсердий при обработке кардиосигналов в диагностической системе электрокардиографии высокого разрешения.

Введение. Рассматриваемый алгоритм обеспечивает высокие характеристики разрешения и оценивания частоты при низких отношениях сигнал/шум по сравнению с классическими методами [1, 2, 3, 4], которые не в состоянии разрешить близлежащие по частоте синусоиды или другие узкополосные спектральные составляющие. Повышение точности предлагаемого метода на основе анализа собственных значений в базисе собственных векторов [1, 2, 5] возможно при разделении информации, содержащейся в корреляционной матрице ансамбля сигналов, на два пространства – пространство сигнала и пространство шума (рис.1). Модификация предложенных ранее методов заключается в выделении и спектральном оценивании низкоамплитудных компонент ансамбля сигналов на основе разбиения пространства сигнала и пространства шума на собственные подпространства в соответствии с интересующим диапазоном собственных значений.

Методы. Автокорреляционную последовательность стационарного в широком смысле процесса, состоящего в общем случае из s комплексных синусоид и аддитивного белого шума δ , можно описать выражением:

$$c_{xx}[k] = \sum_{i=1}^s P_i \exp(j2\pi f_i kT) + \sigma\delta[k], \quad (1)$$

где P_i – мощность i -й синусоиды, k – временной сдвиг, σ – дисперсия шума.

Автокорреляционная матрица каждой реализации ансамбля сигналов:

$$C_p = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & & & \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

составляется таким образом, чтобы любой элемент вычислялся как произведение дискретных значений ординат сигнала, соответственно, в k и r точках:

$$C_{kr} = e_k \cdot e_r, \quad (3)$$

где n – количество дискретных значений сигнала.

Корреляционная матрица представляет собой сумму автокорреляционных матриц, полученных для каждой реализации ансамбля

$$C = \sum_{p=1}^m C_p, \quad (4)$$

где m – количество реализаций ансамбля.

Для корреляционной матрицы ансамбля сигналов C находятся все собственные векторы v_1, v_2, \dots, v_n и собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ из следующего уравнения:

$$CV = \lambda V. \quad (5)$$

По степени убывания собственных значений проводится их сортировка $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ и выбирается не-

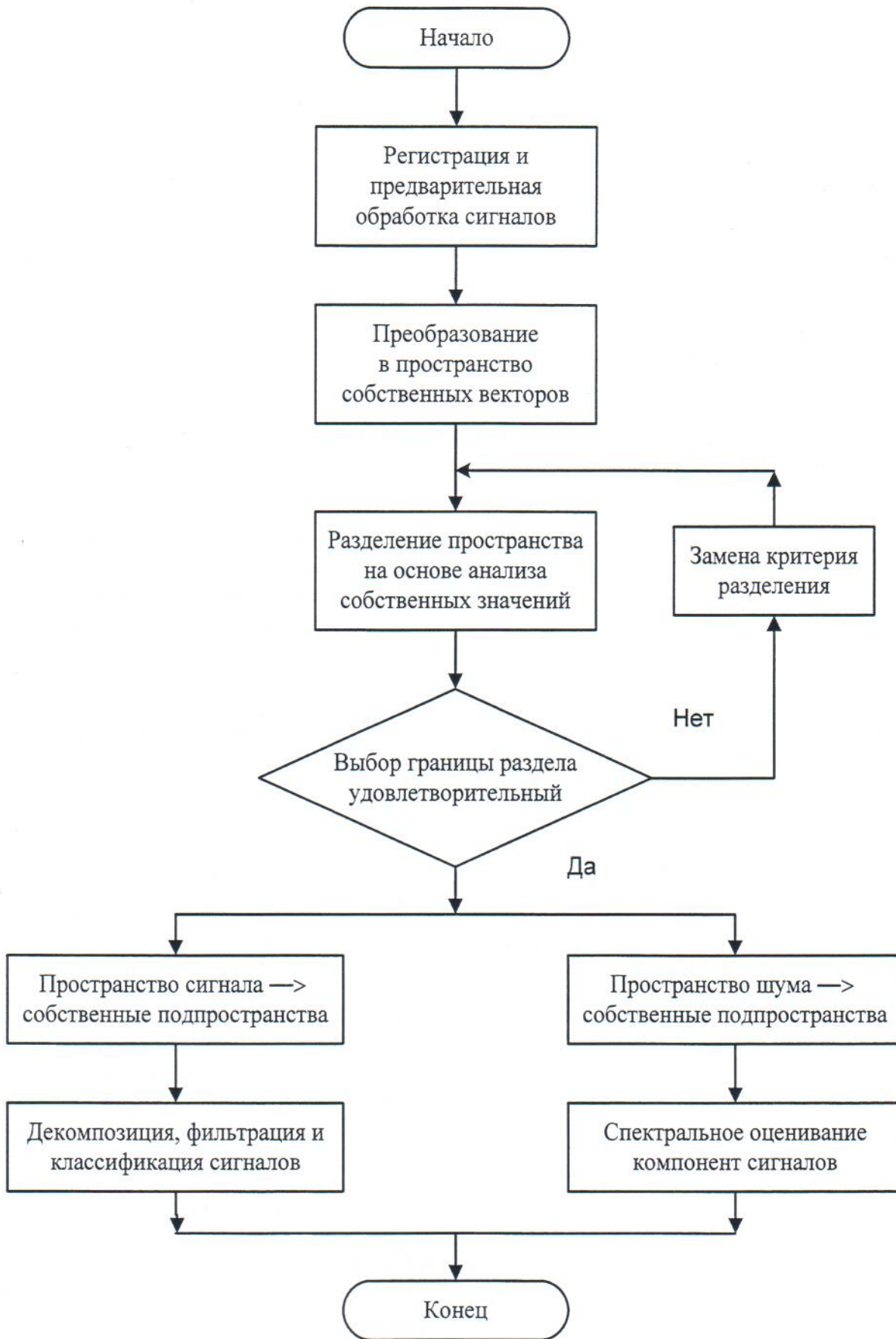


Рис. 1. Схема алгоритма обработки сигналов в координатном базисе собственных векторов

сколько главных собственных векторов v_1, v_2, \dots, v_s , соответствующих наиболее значащим собственным числам.

В полученном оптимальном базисе главные собственные векторы v_1, v_2, \dots, v_s несут основную информацию об исходном ансамбле сигналов и составляют пространство сигнала, а остальные собственные векторы v_{s+1}, \dots, v_n составляют пространство шума. Поэтому матрицу корреляции C можно представить как сумму корреляционной матрицы сигнала S и корреляционной матрицы шума W :

$$C = S + W \quad (6)$$

или с помощью разложения в базисе собственных векторов:

$$C = \sum_{i=1}^s \lambda_i v_i v_i^T + \sigma \sum_{i=s+1}^n v_i v_i^T. \quad (7)$$

Представление корреляционной матрицы C в виде (7) можно использовать для получения важной информации на основе анализа компонент двух пространств – сигнала и шума.

Первый подход заключается в реконструкции части информации, соответствующей пространству сигнала, т. е. в формировании для матрицы C аппроксимации пониженного ранга. Данный подход, приводящий к увеличению отношения сигнал/шум, лежит также в основе процедур оценок частоты главных компонент пространства сигнала.

Любой главный собственный вектор может быть представлен линейной комбинацией векторов сигнала:

$$v_i = \sum_{k=1}^s b_{ik} s_k, \quad \text{где } 1 \leq i \leq s \quad (8)$$

или

$$v_i = \sum_{k=1}^s (P_k S_K^T v_i / \lambda_i) s_k, \quad \text{где } 1 \leq i \leq s \quad (9)$$

и коэффициенты

$$b_{ik} = P_k S_K^T v_i / \lambda_i. \quad (10)$$

Коэффициенты декомпозиции в базисе главных собственных векторов b_{ik} , получаемые в результате скалярного про-

изведения выбранных реализаций ансамбля S_K на соответствующие координатные оси v_i , отражают основную информацию о сигнале и могут использоваться в алгоритмах классификации, а также для фильтрации и сжатия сигнала.

Второй подход основан на том, что векторы сигнала ортогональны всем собственным векторам, в том числе и собственным векторам в пространстве шума, включая любую их линейную комбинацию:

$$S_i^T \left(\sum_{k=s+1}^n \alpha_k v_k \right) = 0, \quad (11)$$

где $1 \leq i \leq s$. Выражение (11) положено в основу определения функций собственных векторов шума, графическое представление которых имеет острые пики на частотах синусоид или других узкополосных компонент. Данный подход может быть использован для повышения спектральной разрешающей способности при получении оценок частот сигнала в пространстве шума, и особенно, при выявлении низкоамплитудных высокочастотных компонент.

Согласно теории [1,2] функция оценки частоты вида:

$$\frac{1}{\sum_{k=s+1}^n a_k |e^{T(f)} v_k|^2} \quad (12)$$

будет иметь бесконечное значение на частоте $f = f_i$, т. е. на частоте одного из синусоидальных сигналов. На практике [1, 2, 8] из-за ошибок оценивания функция (12) будет иметь конечные значения, но очень острые пики на частотах синусоид у нее сохранятся. Оценки частоты вида (12) – это не оценки истинной СПМ, а всего лишь спектральные псевдооценки, полезные при оценивании частот синусоидальных или узкополосных спектральных компонент, которые обладают разрешением, несколько превосходящим разрешение традиционных методов спектрального оценивания.

Принимая $a_k = 1$ при всех k можно прийти к оценке частоты, получаемой с помощью алгоритма «классификации множественных сигналов» (*multiple signal classification, MUSIC*) [1, 2, 8]:

$$P_{MUSIC}(f) = \frac{1}{e^T(f) \left(\sum_{k=s+1}^n v_k v_k^T \right) e(f)} \quad (13)$$

основанного на строгом использовании собственных векторов пространства шума с равномерной весовой обработкой.

Полагая $a_k = 1/\lambda_k$, возможно выполнить оценку частоты при помощи алгоритма «собственный вектор» (eigenvector, EV) [1, 2, 8]:

$$P_{EV}(f) = \frac{1}{e^T(f) \left(\sum_{k=s+1}^n \frac{1}{\lambda_k} v_k v_k^T \right) e(f)}, \quad (14)$$

в котором вес каждого собственного вектора пространства шума берется равным величине, обратной собственному значению, соответствующему этому вектору.

Предложенная идея разделения собственных векторов на пространства сигнала и шума, основанная на анализе собственных значений автокорреляционной матрицы или сингулярных чисел матрицы данных не дает хороших результатов в случае коротких записей данных. В данном случае, к задаче разделения пространств может быть применен известный информационный критерий Акайке [2]:

$$IKA[s] = (n-s) \ln \left(\frac{\frac{1}{(n-s)} \sum_{i=s+1}^n \lambda_i}{\prod_{i=s+1}^n \lambda_i^{-(n-s)}} \right) + s(2n-s), \quad (15)$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ – собственные значения автокорреляционной матрицы выборки S размерностью n , а s – число синусоид в пространстве сигнала.

Для выявления низкоамплитудных компонент в сигнале предлагается выполнить модификацию алгоритма разделения полного пространства собственных векторов на пространство сигнала и пространство шума, приведенного на рис.1. Для этого, на основе анализа собственных значений корреляционной матрицы ансамбля сигналов проводится дополнительное разделение пространства сигнала на ряд собственных подпространств в соответствии с весами собственных значений. Учитывая по соотношению (9) зависимости между значениями мощностей более весомых и менее весомых составляющих сигнала можно найти границы значений соб-

ственных чисел $\lambda_{\max} \geq \dots \geq \lambda_{\min}$, т. е. размеры выделяемого собственного подпространства для дальнейшего спектрального исследования. Базис выделенной части пространства составляют собственные векторы, соответствующие собственным числам в диапазоне $\lambda_{\max} \geq \dots \geq \lambda_{\min}$, и следовательно, оценку частот низкоамплитудных компонент сигнала можно выполнить согласно модифицированной формуле (15):

$$P_{EV}(f) = \frac{1}{e^T(f) \left(\sum_{k=p_1}^{p_2} \frac{1}{\lambda_k} v_k v_k^T \right) e(f)}, \quad (16)$$

где $\lambda_k = \lambda_{\max} \geq \dots \geq \lambda_{\min}$.

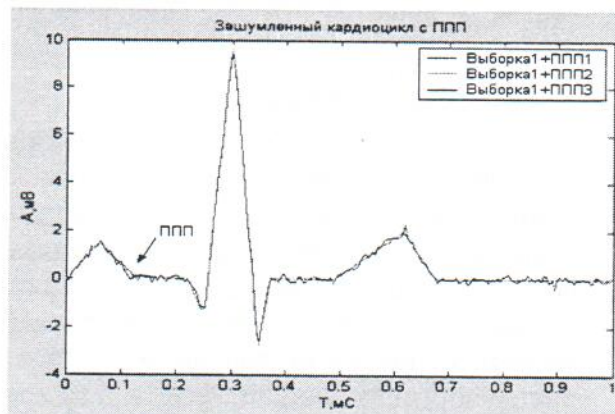


Рис.2. Тест-последовательности зашумленных электрокардиосигналов с признаками ППП

Результаты. Предлагаемый метод собственных подпространств реализован в автоматизированной диагностической системе электрокардиографии высокого разрешения (ЭКГ ВР) [7]. На основе данного метода построено алгоритмическое и программное обеспечение системы, с помощью которого выполняется выявление и спектральное оценивание низкоамплитудных высокочастотных поздних потенциалов предсердий (ППП), не видимых на обычной электрокардиограмме. Численные эксперименты обработки электрокардиосигналов выполнены на реальных ЭКГ, полученных с помощью автоматизированной диагностической системы ЭКГ ВР, а также на тест-последовательностях, моделирующих электрокардиосигналы с признаками ППП. Так, на рис.2 представлен один период электрокардиосигнала после регистрации, на котором ППП слабо различимы из-за шумов.

Дальнейшая цифровая обработка ЭКГ реализована в среде *Matlab* [8]. Вычисленные коэффициенты декомпозиции в базисе главных собственных векторов использованы при постановке диагноза, а также для сжатия и восстановления электрокардиосигналов.

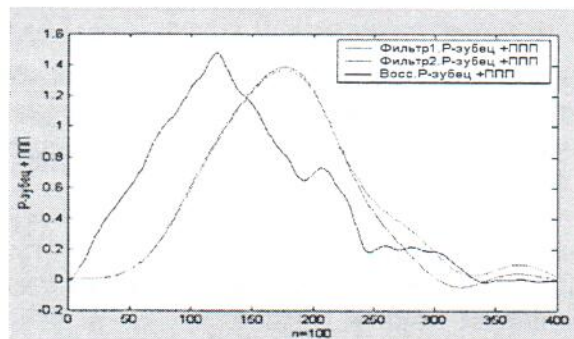


Рис.3. Результаты исследования Р-зубца ЭКГ с применением традиционных методов фильтрации и метода пациент-адаптивной фильтрации

Сравнение результатов исследования Р-зубца ЭКГ с признаками ППП после применения традиционных методов фильтрации и метода пациент-адаптивной фильтрации на основе восстановления в базисе собственных векторов приведено на рис. 3. Для традиционных методов характерен сглаживающий эффект, в то время как при восстановлении сигнала происходит четкое выявление ППП. С помощью метода собственных подпространств выполнено также спектральное оценивание частот сигнала ЭКГ с признаками низкоамплитудных ППП и без них (рис. 4), при этом, наблюдается явное преобладание высокочастотных составляющих в спектре электрокардиосигнала при наличии ППП

Выводы. Предлагаемое алгоритмическое обеспечение для автоматизированной диагностической системы ЭКГ ВР, построенное на основе метода собственных подпространств, позволяет: повысить точность выявления низкоамплитудных ППП с помощью фильтрации ЭКГ с учетом индивидуальных особенностей электрической активности сердца пациента;

- оптимизировать количество диагностических признаков ППП благодаря применению коэффициентов разложения в базисе главных собственных векторов;

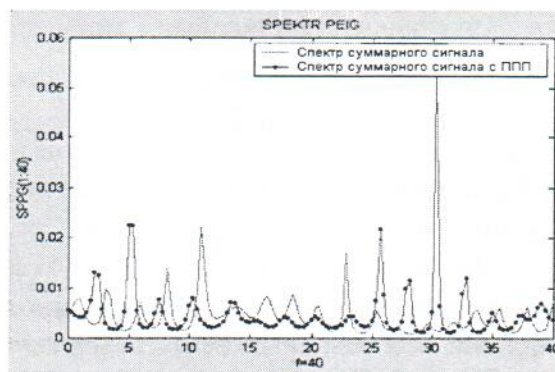


Рис. 4. Результаты оценивания частот компонент сигналов ЭКГ с признаками ППП и без них

- повысить разрешающую способность спектрального оценивания электрокардиосигналов для выявления ППП.

Рассмотренный метод можно также рекомендовать для применения в автоматизированных системах, где необходимо обнаружение и спектральное оценивание низкоамплитудных компонент сигналов.

Список литературы

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – С.Пб. 2002. – 457 с.
2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 583 с.
3. Абакумов В. Г., Рибін О. І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – К.: Нора-прінт, 2001. – 516 с.
4. *The Biomedical Engineering Handbook*. Editor-in-Chief. Joseph D. Bronzino. Trinity College Hartford, Connecticut, 1995. – 2862 p.
5. Иванушкина Н. Г. Метод обработки электрокардиограмм в оптимальном координатном базисе // *Электроника и связь*. – №12. – 2001. – С. 114-115.
6. *Электрокардиография* высокого разрешения. Под редакцией Г. Г. Иванова, С. В. Грачева, А. Л. Сыркина. – М.: Трианда-Х, 2003. – 304 с.
7. Иванушкина Н. Г., Фесечко В. А., Карплюк Е. С, Афана Х. Л. Луай, Особенности построения систем электрокардиографии высокого разрешения для выявления поздних потенциалов предсердий // *Электроника и связь*. – №20. – 2003. – С.75-78.
8. В. Дьяконов, И. Абраменкова. *MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник*. – С.Пб.: Питер, 2002. – 608 с.