УДК 681.518 (045)

Жолдаков О.О., к.т.н.

РОЗПОДІЛ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПОВІТРЯНИХ СУДЕН

Національний авіаційний університет

olexazholdak@mail.ru

Розглянуто проблему побудови математичної моделі задачі керування технічним обслуговуванням повітряних суден, яка б дозволяла використовувати сучасні обчислювальні засоби для оперативного її розв'язання. Описана декомпозиція задачі оперативного управління ТО ПС, яка приводить проблему нелінійності математичної моделі до розв'язання трьох задач з лінійною структурою із застосуванням до їх реалізації комбінаторних методыв, які мають скінченну множину розв'язків і дають можливість отримання результату за припустимий час

Ключові слова: технічне обслуговування, декомпозиція, оптимізація

Вступ

Задачі технічної підготовки (обслуговування) повітряних суден до польотів присвячено багато робіт, які можна згрупувати за ознакою математичного апарату, який використовується. Методи, що застосовуються при моделюванні процесу підготовки ПС до польотів, базуються на математичному моделюванні, теорії розкладів, математичному програмуванні, теорії штучного інтелекту.

Склад і черговість виконання робіт визначається документом, що зветься регламентом технологічного обслуговування. Виконавцями якого є спеціалізовані бригади обслуговування. Для кожного комплексу робіт заданий директивний строк його завершення, що визначає, у свою чергу, строки початку і закінчення кожної операції.

В умовах обмеженості ресурсів та перетину часових відрізків виконання взаємопов'язаних робіт [1], задача потребує застосування методів математичного моделювання та розв'язання засобами обчислювальної техніки.

Необхідно так розподілити всю сукупність технологічних операцій між групами виконавців, щоб виконання кожного комплексу робіт було завершено до встановленого строку.

З урахуванням динамічного характеру зміни умов, в яких розв'язується дана задача, математична постановка та автоматизація складають значні проблеми в теоретичній та практичній реалізації.

Загальна постановка та розподіл задачі ТО ПС

Для побудови математичної моделі, з поміж інших, необхідні наступні наступні данні:

r – кількість комплексів робіт;

n – кількість груп виконавців;

$t_l^n, t_l^к$ – моменти часу початку і закінчення роботи *l*-ої групи виконавців у даному періоді;

L_{ij} – множина груп виконавців, які мають право виконання *j*-ої операції в *i*-му комплексі взаємопов'язаних робіт.

Час початку виконання *j*-ої операції *i*-го комплексу визначається як функція шуканих змінних згідно наступній формулі:

$$t_{ij} = t_{ij}^{(1)} + t_{ij}^{(2)}$$

де $t_{ij}^{(1)} = \sum_{l \in L_{ij}} x_{ij1l} \left(t_1^n + y_{1l} \right);$

$$t_{ij}^{(2)} = \sum_{l \in Lij} \sum_{k=2}^{m} x_{ijkl} \left[t_l^n + y_{kl} + \right.$$

$$+ \sum_{k'=1}^{k-l} \sum_{i' \in I_l} \sum_{j' \in J_l} \left(x_{i'j'k'l} t_{i'j'} + y_{k'l} \right) \ ]$$

$$\left. + \sum_{k'=1}^{k-l} \sum_{i' \in I_l} \sum_{j' \in J_l} \left(x_{i'j'k'l} t_{i'j'} + y_{k'l} \right) \ \right] \cdot$$

В математичну модель задачі оперативного керування ТО ПС входять наступні обмеження:

– що забезпечують виконання всіх

операцій:

$$\sum_{l\in L_{ij}}\sum_{k=1}^{k-l} x_{ijkl}=1,\ i=\overline{1,r},\ j\in J\ ;$$

– що відображають вимогу приналежності часу початку виконання кожної операції допустимому діапазону:

$$T_{ij}^{n}\le t_{ij}\le T_{ij}^{\kappa}-t_{ij},\ i=\overline{1,r},\ j\in J\,;$$

– що виключають можливість призначення більш ніж однієї операції на кожній позиції графіку роботи групи виконавців:

$$\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_{il}} x_{ijkl}=1,\ l=\overline{1,n},\ k=\overline{1,m}\ ;$$

– що лімітують тривалість робочого дня груп виконавців:

$$\sum_{k=1}^{m}\left(\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_l} x_{ijkl}t_{ij}+y_{kl}\right)\le t_l^{\kappa}-t_l^{n},\ l=\overline{1,n}.$$

Критеріальна функція, що характеризує кількість груп виконавців, що залучаються до виконання робіт по ТО АТ, виражається формулою:

$$f_1(x)=n-\sum_{l=1}^{n}\prod_{k=1}^{m}\left(1-\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_{il}} x_{ijkl}\right),$$

що може бути замінена критеріальною функцією

$$f_1'(x)=\sum_{l=1}^{n}\prod_{k=1}^{m}\left(1-\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_{il}} x_{ijkl}\right).$$

Тоді степінь рівномірності розподілу числа операцій між групами виконавців характеризується критеріальною функцією

$$f_2(x)=\sum_{l\in L^*}\left|\frac{N}{n^*}-\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_{il}} x_{ijkl}\right|,$$

де N – сумарна кількість операцій, що передбачені всією сукупністю комплексів робіт: $N=|J|$

L^* – множина груп виконавців, що залучаються до виконання операцій;

n^* – кількість таких груп, що дорівнює $n^*=|L^*|$.

Ступінь рівномірності розподілу загальної тривалості виконання операцій між групами виконавців визначається значенням критичної функції

$$f_3(x)=\sum_{l\in L^*}\left|\frac{t}{n^*}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in I_l}\sum_{j\in J_{il}} x_{ijkl}t_{ij}\right|\ .$$

Тут τ – сумарна тривалість виконання всіх операцій розглянутої сукупності комплексів робіт:

$$t=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j\in J} t_{ij}\ .$$

Критеріальна функція, що характеризує величину витрат на виконання всієї сукупності комплексів робіт, може бути виражена формулою

$$f_4(x)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j\in J_i}\sum_{l\in L_{ij}} c_{ijl}\sum_{k=1}^{m} x_{ikl}\,,$$

де c_{ijl} – вартість виконання j-ої операції i-го комплексу робіт l-ої групи виконавців.

Критеріальну функцію має сенс використовувати тільки в тому випадку, коли вартість виконання однієї і тієї ж операції різними групами виконавців різна. При цьому значення $c_{ijl}, i=\overline{1,m}\,, j\in J_i, l\in L_{ij}$ повинні бути включені в число вихідних даних.

Задача оперативного планування ТО ПС полягає в пошуку такого вектора z^* значень незалежних змінних $x_{ijkl}\in\{0,1\},\ i=\overline{1,r},\ j\in J_i\ ,\ k=\overline{1,m},\ l=\overline{1,n};$ $y_{kl}\ge 0,\ k=\overline{1,m},\ l=\overline{1,n},$ котрий перетворює в оптимум одну з критеріальних функцій при дотримані системи обмежень. Вибрана критеріальна функція підлягає максимізації, інші функції повинні бути мінімізовані; одночасне використання декількох критеріальних функцій ускладнює задачу.

За параметричними даними вектора z^* складаються графіки робіт груп виконавців, що формально описуються упорядкованими множинами наступного виду:

$$G_l=\left\{\left(i_{kl};\,j_{kl};\,t_{i_{kl}j_{kl}};t_{i_{kl}j_{kl}}+t_{i_{kl}j_{kl}}\right),\ k=\overline{1,m}\right\},\ \ l=\overline{1,n}$$

тут i_{kl} – номер комплексу робіт, у якому l-та група виконавців повинна виконати j-у операцію, що займає в робочому графіку даної групи k-у по рахунку позицію;

$t_{i_{kl}j_{ij}}$ та $t_{i_{kl}j_{kl}} + t_{i_{kl}j_{kl}}$ – планований час початку і закінчення виконання цієї операції, відповідно.

Таку нелінійну, екстремальну задачу з булевими змінними доводиться розподілити на дві задачі, що вирішуються послідовно, як то на задачу розподілу операцій між групами виконавців та задач призначення часу початку виконання робіт [2].

Надалі для розв'язання задачі ТО ПС пропонується виключити нелінійність математичної моделі шляхом подальшої декомпозиції на підзадачі побудови допустимих послідовностей робіт для кожного виконавця, призначення виконавців для виконання послідовностей робіт та призначення часу початку виконання операцій.

Формалізація та послідовність розв'язку розподілених задач

Для побудови допустимих послідовностей робіт кожного виконавця необхідно насамперед визначити такі показники, як:

I^0 – множина комплексів робіт, $i = \overline{1,r}$;

J^0 – повна множина операцій, передбачених усіма комплексами,

$$J^0 = \bigcup_{i=1}^{r} J_i^0, \quad j = \overline{1,m},$$

де J_i^0 – множина операцій, що утворять у сукупності i-ий комплекс робіт;

L^0 – множина виконавців, залучених до виконання операцій: $l = \overline{1,n}$;

T^0 – множина моментів часу початку і закінчення виконання цих операцій.

Послідовності робіт кожного l-го $\left(l \in L^0 \right)$ виконавця визначаються окремо. Для цього на множині I^0 виділяється підмножина I_l^0 - це комплекси робіт до виконання яких може бути притягнутий l-ий виконавець: $I_l^0 = \left\{ j \in J^0 : l \in L_j^0 \right\}$,

де L_j^0 – множина виконавців, що володіють правом виконання j-ої операції;

$$J_l^0 = \bigcup_{i=1}^{r} J_{il}^0,$$

де J_{il}^0 - множина операцій i-го комплексу, що можуть виконуватися l-им виконавцем:

$$J_{il}^0 = J_i^0 \cap J_{il}^0.$$

А також на множині T^0 підмножина T_l^0 моментів початку і закінчення цих операцій. Структура фрагмента технологічного графіка ТО ПС, що представляє собою область дії l-го виконавця, у сукупності з накладеною на нього множиною операцій J_l^o описується (як ізоморфний йому орієнтований граф) сімейством вузлових підмножин:

$$S_l^0 = \left\{ J_{lt_{ij}}^{П}, J_{lt_{ij}}^{К} \middle| t_{ij} \in T_l^0, i \in I_l^0, j \in J_l^0 \right\},$$

де $J_{lt_{ij}}^{П}$ і $J_{lt_{ij}}^{К}$ - множина приналежних J_l^0 операцій що починаються і закінчуються в момент часу t_{ij}.

Окрім сімейства S_l^0 для побудови послідовності робіт l-го виконавця необхідні наступні дані:

$t_l^{П}$ – час початку виконання операцій l-им виконавцем;

$t_l^{К}$ – час закінчення виконання послідовності робіт l-им виконавцем;

m_l^0 – максимально припустима кількість операцій, що l-ий виконавець може виконати.

Формально процедура побудови послідовності робіт l-го виконавця на виділеному фрагменті мережної моделі $\left(J_l^0, T_l^0 \right)$ зводиться до відшукання на ізоморфному йому підграфі орієнтованих послідовностей без повторення дуг.

Для побудови послідовностей робіт використовується алгоритм пошуку шляхів заданої довжини на орієнтованому графі. Тепербудемо вважати, що множина припустимих послідовностей Р для усіх виконавців $l \in L^0$ визначена і можна переходити до наступних етапів.

Задача призначення виконавців для виконання послідовностей робіт може мати множину припустимих рішень. Для відшукання найкращого з них необхідно побудувати математичну модель задачі.

Нехай J_l^0 – множина операцій у допустимій послідовності робіт *l*-го виконавця:

$$J_l^0 = \bigcup_{p \in P_l} J_p,\ J_p^0 \subseteq J^0,\ l \in L^0 .$$

Тоді у якості шуканих величин, що визначають нові послідовності робіт виконавців, будемо розглядати логічні перемінні, $x_{lp} \in \{0,1\}$, $l \in L^0$, $p \in P_l$, яким надається наступний зміст: якщо в результаті рішення задачі виявляється, що $x_{lp} = 1$, це означає, що *l*-й виконавець повинний виконати операції *p*-ої послідовності робіт; рівність $x_{lp} = 0$ означає зворотне.

Задачу призначення виконавців для виконання послідовностей робіт доцільно вирішувати в два етапи.

На першому етапі здійснюється вибір послідовності робіт без обліку часових характеристик, а на другому встановлюються моменти початку і закінчення виконання операцій. У якості шуканих перемінних виступають величини, $y_j \geq 0$, $j \in J^*$, значення яких характеризують тривалість простою виконавця перед виконанням кожної *j*-ої операції.

У задачі призначення часу початку виконання операцій шукане значення часу визначається як функція

$$t_j = t_{l_j}^n + \sum_{j^* \in J^*(j)} \left(t_{j^*} + y_{j^*} \right) + y_j ,\ j \in J^* ,$$

де l_j – виконавець який буде виконувати *j*-у операцію; $J^*(j)$ – множина операцій у послідовності робіт *l*-го виконавця, що передують *j*-й операції.

Цільова функція $f(y)$ задачі призначення часу початку виконання операцій є спрощеним виразом функції $f_3(x,y)$ і може бути представлена у виді:

$$f(y) = \sum_{j \in J^*} \left(t_j - t_j^{норм} \right) \rightarrow \min .$$

До складу системи обмежень входять співвідношення, що відображають часові характеристики

$$t_j \geq \max\left\{ t_j^*, t_j^{норм} \right\},\ j \in J^*$$

та накладаються на тривалість міжопераційних простоїв виконавців:

$$\sum_{j \in J_l^*} y_j \leq \left(t_l^к - t_l^n \right) - T_{p_l},\ l \in L^* .$$

Висновки

У загальній постановці задача оперативного керування ТО ВС відноситься до класу нелінійних екстремальних задач із булевими змінними. В результаті проведеної декомпозиції задачі оперативного керування технічним обслуговуванням повітряних суден отримано три окремі задачі із лінійною структурою, які повинні вирішуватись послідовно. Це дає можливість її реалізації засобами обчислювальної техніки, що може забезпечити оптимальне розв'язання цієї задачі в умовах експлуатації автоматизованої системи керування технологічними процесами ТО ПС в аеропорту.

Список літератури

1. *Литвиненко А.Е.* Метод решения экстремальных комбинаторных задач с нелинейной структурой // Кибернетика, 1983. – №5. – с. 83–87.

2. *Пападимитроу Х., Стейглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 512 с.

Статтю подано до редакції 12.03.2016