

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПРОПУСКНИХ ЗДАТНОСТЕЙ ГЕТЕРОГЕННИХ МЕРЕЖ

Національний авіаційний університет

sp_baby_2012@mail.ru

Розв'язуються задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних, дуплексних, багатоканальних системах гетерогенних інфокомунікаційних мереж за критерієм середнього ризику. Наведено приклади порівняльного аналізу рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку оптимального режиму з неоптимальним

Ключові слова: нестационарний трафік, статистична оптимізація, інфокомунікаційна мережа, критерій середнього ризику

Вступ

Специфічні особливості різних систем в гетерогенних мережах збільшують проблему розроблення універсальних методів обслуговування трафіку. Мережа працює ефективно, коли кожен її ресурс істотно завантажений, але не перевантажений[1].

Отже, необхідно прагнути до поліпшення якості обслуговування трафіку, тобто прагнути понизити затримки в просуванні пакетів, зменшити втрати пакетів і збільшити інтенсивності потоків трафіку, а також необхідно прагнути максимально збільшити завантаження всіх ресурсів мережі з метою підвищення економічних показників.

На даний момент існує декілька варіантів реалізації методів обслуговування трафіку в мережах, але кожний з них має недоліки, тому необхідна розробка додаткових засобів забезпечення необхідного рівня сервісу.

Властивості масштабної інваріантності статистичних характеристик трафіку негативно впливають на показники якості обслуговування, тому в роботі [2] розроблені алгоритми формування трафіку і запобігання перевантаженню з урахуванням особливостей трафіку, що дозволить поліпшити показники якості обслуговування.

Мета дослідження

Метою дослідження є практичний аналіз отриманих у роботі [2] результатів вирішених задач статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних, дуплексних лініях зв'язку, багатоканальних систем, гетерогенних інфокомунікаційних мережах.

Для досягнення мети ставляться і розв'язуються наступні задачі:

- обґрунтувати та вибрати критерії, а також вхідні дані статистичної оптимізації обслуговування трафіку;

- отримати залежності вихідних характеристик від вхідних даних та визначені числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку;

- розв'язати задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних, дуплексних лініях зв'язку, багатоканальних систем, гетерогенних інфокомунікаційних мережах, оптимального розподілу реалізацій пропускних здатностей систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж;

- виконати порівняльний аналіз ефективності багатоканальних систем поміж собою і з одноканальними системами в оптимальних і неоптимальних режимах.

Постановка задачі дослідження

Статистична оптимізація обслуговування трафіку виконується оптимальним вибором числових характеристик пропускних здатностей і обсягів пам'яті буферних пристроїв систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж в умовах невизначеності, коли оптимальні рішення залежать від випадкових параметрів [2].

У цьому більш загальному випадку задача оптимізації обслуговування трафіку приймає статистичний характер. Критерій оптимізації перетворюється у функцію двох випадкових аргументів витрат і витрат:

$$D_0(a, b, c) = \frac{r_0}{1+r_0} \frac{a}{c} + \frac{1}{1+r_0} bc, \quad (1)$$

де a, b — параметри функцій витрат і витрат, розглядаються як випадкові величини, що мають гаусовські розподіли з відповідними числовими характеристиками:

$$M[a] = m_a, \quad D[a] = s_a^2, \quad (2)$$

$$M[b] = m_b, \quad D[b] = s_b^2$$

c – пропускна здатність симплексної лінії зв'язку;

середній коефіцієнт використання пропускної здатності лінії зв'язку

$$M[D_0(a, b, c)] = \left(\frac{1}{1+r_0} \right) \left(\frac{m_a r_0}{m_c} + m_b m_c \right) \quad (5)$$

$$D[D_0(a, b, c)] = \left(\frac{1}{1+r_0} \right)^2 \left[\left(\frac{s_a r_0}{m_c} \right)^2 + s_b^2 m_c^2 \right] \quad (6)$$

$$V[D_0(a, b, c)] = \sqrt{\left[\left(\frac{s_a r_0}{m_c} \right)^2 + s_b^2 m_c^2 \right]} \left/ \left(\frac{m_a r_0}{m_c} + m_b m_c \right) \right. \quad (7)$$

Формули (5-7) дозволяють розрахувати числові характеристики критерію середнього ризику по заданим числовим характеристикам витрат і витрат (2).

Оптимальне рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку також залежить від випадкових параметрів a, b .

Оптимальне значення пропускної здатності:

$$r_0 = R_0 / C_0, \quad (3)$$

середня швидкість передачі інформації на інтервалі спостереження – середня швидкість трафіку,

$$R_0 = I_0 / m_0, \text{ дв. од./сек.}, \quad (4)$$

де C_0 - середня пропускна здатність лінії зв'язку на інтервалі спостереження.

Основна частина

В ролі основного методу визначення вихідних числових характеристик використовується метод лінеаризації нелінійних функцій випадкових аргументів і гаусовської апроксимації розподілів випадкових величин. В ролі типових систем гетерогенних мереж розглядаються найбільш поширені системи: симплексні, дуплексні та багатоканальні лінії зв'язку, комунікаційні центри, сервери, мости, комутатори, маршрутизатори, повторювачі.

Виконуючи операції обчислення математичного сподівання, дисперсії та коефіцієнта варіації критерію оптимізації (1) з урахуванням числових характеристик (2), отримуються числові характеристики задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку:

$$C_{opt}(a, b) = \sqrt{\frac{a}{b} r_0} = \sqrt{r_0} \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad (8)$$

Мінімальне значення критерію середнього ризику:

$$D_{0min}(a, b) = \frac{2\sqrt{r_0}}{1+r_0} \sqrt{ab} \quad (9)$$

Критерій середнього ризику $D_{0min}(r_0)$ досягає максимальних значень при $r_0 = 1$

$$D_{0 \min \max} (r_0 = 1) = \sqrt{ab} \quad (10)$$

За допомогою метода лінеаризації і гаусовської апроксимації розподілів випадкових функцій (8), (9) визначають числові характеристики оптимального рішення.

Після обчислення відповідних похідних і використання операцій визначення математичного сподівання отримують математичне сподівання, дисперсію та коефіцієнт варіації оптимального значення пропускної здатності симплексного каналу

$$M[C_{opt}(a,b)] = m_{C0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} r_0 \quad (11)$$

$$D[C_{opt}(a,b)] = D_{C0} = \frac{1}{4} m_{C0}^2 \left[\frac{s_a^2}{m_a^2} + \frac{s_b^2}{m_b^2} \right] \quad (12)$$

$$V^2[C_{opt}(a,b)] = V_{C0}^2 = \frac{D[C_{opt}(a,b)]}{M^2[C_{opt}(a,b)]} = \frac{1}{4} [V_a^2 + V_b^2] \quad (13)$$

$$V[C_{opt}(a,b)] = V_{C0} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} \quad (14)$$

Аналогічно визначають математичне сподівання, дисперсію та коефіцієнт варіації мінімального значення критерію середнього ризику при оптимальному обслуговуванні трафіку в симплексному каналі.

Нижче наведено приклад розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексній лінії зв'язку.

Приклад 1. Припустимо, що відомі наступні вхідні дані:

$m_{a1} = 0.5 \cdot 10^7$ у.о. дв. од. / рік сек. лінію;
 $s_{a1} = 0.75 \cdot 10^6$ у.о. дв. од. / рік сек. лінію;
 $m_{b1} = 0.25 \cdot 10^{-3}$ у.о. сек. / рік дв. од. лінію;
 $s_{b1} = 0.375 \cdot 10^{-4}$ у.о. сек. / рік дв. од. лінію;
 $r_0 = 0.1$; $V_{a1} = V_{b1} = 0.15$.

Необхідно визначити числові характеристики оптимального рішення.

Числові характеристики оптимальної пропускної здатності симплексної лінії розраховують за формулами (11) - (14) і отримують:

$$m_{C0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} r_0 = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^7}{0.25 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0.1 = 0.447 \cdot 10^5 \text{ в.од./сек.};$$

$$D_{C0} = \frac{1}{4} m_{C0}^2 \left[\frac{s_a^2}{m_a^2} + \frac{s_b^2}{m_b^2} \right] = \frac{1}{4} (0.447 \cdot 10^5)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 0.224 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}^2;$$

$$V_{C0} = V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.15^2 + 0.15^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.045} = 0.106 = 10.6\%$$

Розраховуються числові значення критерію середнього ризику: характеристики мінімального

$$m_{Dm} = \frac{2\sqrt{r_0}}{1+r_0} \sqrt{m_a m_b} = \frac{2\sqrt{0.1}}{1+0.1} \sqrt{0.5 \cdot 10^7 \times 0.25 \cdot 10^{-3}} = 20.3 \text{ у.о. / рік лінію};$$

$$D_{Dm} = \frac{1}{4} m_{Dm}^2 \left[\frac{s_a^2}{m_a^2} + \frac{s_b^2}{m_b^2} \right] = \frac{1}{4} (20.3)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 4.64 \text{ (у.о. / рік лінію)}^2$$

$$V^2_{Dm} = \frac{D_{Dm}}{m_{Dm}} = \frac{1}{4} [V_a^2 + V_b^2] . \quad V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = 0.106 = 10.6 \%$$

Можна зробити висновок про те, що числові характеристики оптимального рішення визначаються з достатньою для інженерних розрахунків точністю.

Далі отримані оптимальні рішення узагальнюються на дуплексні та багато-каналні системи обслуговування трафіку і на гетерогенні комп'ютерні мережі в цілому.

Для дуплексних ліній зв'язку критерій середнього ризику приймає вигляд

$$D_0(c_1, c_2) = \sum_{i=1}^2 q_i \left(\frac{r_i}{1+r_i} \frac{a_i}{c_i} + \frac{1}{1+r_i} b_i c_i \right) \quad (15)$$

де показник відносної завантаженості i -го каналу

$$q_i = r_i / \sum_{i=1}^2 r_i ,$$

a_i – випадковий параметр втрат від перевантаження i -го каналу;

b_i – випадковий параметр витрат на створення і обслуговування i -го каналу;

c_i - пропускна здатність i -го каналу;

r_i - середній коефіцієнт використання пропускної здатності i -го каналу.

Критерій оптимізації (15) у цьому випадку представляє собою функцію чотирьох випадкових аргументів. По тій ж схемі, як у випадку симплексних каналів, можна знайти всі числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексній лінії зв'язку.

Таким чином, розрахунок вихідних характеристик оптимальної дуплексної лінії зв'язку включає в себе, на першому етапі, розрахунок вихідних характеристик прямого та зворотного каналів як симплексних каналів зв'язку, а потім, на другому етапі, розрахунок вихідних характеристик оптимальної дуплексної лінії зв'язку.

Критерій оптимізації пропускної здатності лінії зв'язку в багатоканальних системах в цьому узагальненому випадку має такий вигляд:

$$D(n, N, a, b, C_N) = P(n \geq N) \frac{a_N}{C_N} + P(n < N) b_N C_N, \quad (16)$$

де a_N і b_N - випадкові параметри функцій втрат і витрат в N каналній системі;

C_N — сумарна пропускна здатність вихідної багатоканальної лінії зв'язку;

$P(n \geq N)$ - ймовірність того, що лінія буде зайнята;

$P(n < N)$ - ймовірність того, що лінія буде вільна (доступна).

N - кількість каналів в системі обслуговування трафіку;

n - кількість пакетів даних, що поступають на обслуговування.

Оптимальне значення пропускної здатності вихідної багатоканальної лінії як функції випадкових параметрів a_N і b_N

$$C_{Nopt}(a_N, b_N) = \sqrt{\frac{P(n \geq N) a_N}{P(n < N) b_N}}, \quad (17)$$

Це оптимальне значення пропускної здатності вихідної багатоканальної лінії

забезпечує таке мінімальне значення критерію (16)

$$D_{min}(a_N, b_N) = 2\sqrt{P(n \geq N)P(n < N)}\sqrt{a_N b_N}, \quad (18)$$

При $N=1$ з результатів (17), (18) впливають як сингулярний випадок результати (8), (9) для симплексних каналів, тому (17), (18) є узагальненням задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку на випадки $N > 1$.

Нижче наведені приклади взаємозв'язків середньої тривалості T_{0N} обслуговування в багатоканальній системі з ймовірністю $P(n \geq N)$ того, що вона буде зайнята обслуговуванням попередніх пакетів даних, порівняння неоптимальних і оптимальних режимів.

Приклад 2. Припустимо, що $N = 3$,

$$I_3 = 60 \quad \text{дв.од./пакет}, \quad r_0 = 0,25.$$

$C_{3\Sigma} = 64 \cdot 10^3$ дв.од./сек. Необхідно визначити T_3 , T_{03} , $P(n \geq 3)$.

1. Визначення середньої тривалості T_3 обслуговування пакету даних без затримки в черзі

$$P(n \geq 3) = \frac{9 r_0^3}{2(1 + 2 r_0 + 3 r_0^3 / 2)} \approx \frac{0.140625}{2(1 + 0,5 + 0,09375)} \approx 0,04412$$

3. Визначення середньої тривалості обслуговування пакетів даних трьох ка-

$$T_{03} = T_3 \left[3 + \frac{P(n \geq 3)}{1 - r_0} \right] \approx 0,9375 \cdot 10^{-3} \left[3 + \frac{0,04412}{1 - 0,25} \right] \approx 2,8676 \cdot 10^{-3} \text{ сек/пакет.}$$

В розрахунку на один канал затримка пакету даних складає приблизно 2.09 %, що в 4.53 рази менше ніж в одно каналній системі. Трьох канална система має меншу затримку пакетів даних порівняно з одно каналною системою.

Приклад 3. Розрахувати середню тривалість обслуговування T_{03}^* і ймовірність $P^*(n \geq 3)$ для оптимальної трьох каналної системи.

$$P^*(n \geq 3) = \frac{9 r_3^3}{2(1 + 2 r_3 + \frac{3 r_3^2}{2})} \approx \frac{1.125}{2(1 + 2 \cdot 0.5 + 0.375)} \approx \frac{1.125}{4.75} \approx 0.2368$$

Порівнюючи з неоптимальним режимом п.2 прикладу 2, можна зробити висновок, що ефективність використання пропускної здатності зросла в 5.368 разів.

$$C_{3\Sigma opt} = \sqrt{\frac{P(n \geq 3) a_3}{P(n < 3) b_3}} = \sqrt{\frac{0.2368}{0.7632}} C_{3\Sigma} \approx 0.557 \cdot 64 \cdot 10^3 \approx 35.65 \cdot 10^3 \text{ дв.од./сек.}$$

4. Визначення середньої тривалості обслуговування T_3^* пакетів даних, що не затримуються у черзі

$$T_3^* = \frac{I_3}{C_{3\Sigma opt}} \approx \frac{60}{35.65 \cdot 10^3} \approx 1.683 \cdot 10^{-3}, \text{ сек./пакет.}$$

Порівнюючи з неоптимальною системою, п.1 прикладу 2, можна зробити

$$T_{03}^* = T_3^* \left[3 + \frac{P^*(n \geq 3)}{1 - r_3} \right] \approx 1.683 \cdot 10^{-3} \left[3 + \frac{0.2368}{1 - 0.5} \right] \approx 5.846 \cdot 10^{-3} \text{ сек./пакет.}$$

Порівнюючи це значення T_{03}^* для неоптимальної системи можна зробити висновок, що середня тривалість обслуговування в оптимальній трьох каналній

$$T_3 = \frac{I_3}{C_{3\Sigma}} = \frac{60}{64 \cdot 10^3} \approx 0,9375 \cdot 10^{-3} \text{ сек./пакет.}$$

2. Визначення ймовірності $P(n \geq 3)$ того, що система буде зайнята обслуговуванням попередніх пакетів даних

нальною системою з урахуванням затримки в черзі

Для порівняльного аналізу використані вхідні дані попереднього прикладу.

1. Визначення коефіцієнту використання пропускної здатності оптимальної трьох каналної системи

$$r_3 = \sqrt{r_3} = \sqrt{0.25} \approx 0.5.$$

2. Розрахунок ймовірності $P^*(n \geq 3)$

3. Визначення оптимальної пропускної здатності трьох каналної системи

висновок, що середня тривалість обслуговування зросла в 1.79 рази.

5. Визначення середньої тривалості обслуговування T_{03}^* в оптимальній трьох каналній системі.

системі більша приблизно в 2,03 рази (див. п. 3 прикладу 2).

6. Визначення нормованих мінімальних сумарних витрат для оптимальної трьох каналної системи

$$Z_{\min, 3}(C_{3\Sigma opt}) = \sqrt{P^*(n \geq 3)P(n < 3)} \approx 2\sqrt{0.2368 \cdot 0.7632} \approx 0.8502$$

7. Визначення відносного збільшення витрат для неоптимальної системи

$$d_z = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{3\Sigma}}{C_{3\Sigma opt}} + \frac{C_{3\Sigma opt}}{C_{3\Sigma}} \right) - 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{64 \cdot 10^3}{35.65 \cdot 10^3} + \frac{35.65 \cdot 10^3}{64 \cdot 10^3} \right) - 1 \approx \frac{1}{2} (1.796 + 0.557) - 1 \approx 0.1765$$

Таким чином, в цьому прикладі застосування оптимального режиму використання пропускної здатності трьох каналної системи приводить до скорочення нормованих сумарних витрат на 17,65 %. В той же час, збільшення навантаження на систему, як і очікувалося, приводить до деякого погіршення таких показників якості обслуговування пакетів даних як T_3^* , T_{03}^* , $P^*(n \geq 3)$.

Висновки

Результати статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіку дозволяють:

- визначати числові характеристики критерію середнього ризику по числовим характеристикам випадкових параметрів a_N , b_N , а також чисел n , N ;
- визначати вплив числа пакетів n і числа каналів N системи обслуговування трафіку на оптимальне рішення;
- визначати переваги і недоліки застосування багатоканальної системи обслуговування трафіку, що функціонує в оптимальному режимі, відносно оптимальної симплексної лінії зв'язку;

Використання розроблених методів оптимізації обслуговування трафіку тісно пов'язано з можливостями отримання вірогідної початкової інформації відносно вхідних даних задач оптимізації. Порівняльний аналіз ефективності обслуговування трафіку в різних режимах дозволяє оцінити втрати, що виникають через неоптимальність режиму, обирати необхідні керуючі впливи для наближення режиму до оптимального.

Оптимальні режими корисно розглядати як свого роду еталони для організації адаптивного керування обслуговуванням трафіку різними методами і за допомогою різних засобів.

Список літератури

1. Игнатов В.А., Маньшин Г.Г. Трайнев В.А. «Статическая оптимизация качества функционирования электронных систем» М.: Энергия, 1974. – 264с.
2. Игнатов В.О., Гузій М.М., Ладигіна О.А. Статистична оптимізація обслуговування трафіка в гетерогенних інфокомунікаційних мережах //Проблеми інформатизації та управління: Збірник наукових праць: Випуск 1 (49). – К.: НАУ, 2015. – С.37-40.

Статтю подано до редакції 17.11.2015