УДК 519.872:004.67(045)

[1]**Коба О.В.,** д.ф.-м.н.,
[2]**Сябрук І.М.**

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМП'ЮТЕРНОЇ МЕРЕЖІ З АДАПТИВНИМ ПРОТОКОЛОМ ВИПАДКОВОГО МНОЖИННОГО ДОСТУПУ

[1]Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України,
[2]Національний авіаційний університет

e-koba@yandex.ru
nau_ua@ukr.net

Побудовано математичну модель функціонування комп'ютерної мережі з адаптивним протоколом множинного доступу. Використовуючи схеми переходів із стану в стан, побудовано систему рівнянь для стаціонарних станів та вказано її розв'зок. Як результат отримано продуктивність комп'ютерної мережі

Ключові слова: система масового обслуговування з поверненням заявок, система рівнянь рівноваги, комп'ютерна мережа, адаптивний протокол випадкового множинного доступу, джерело повторних викликів, продуктивність мережі

Постановка проблеми

Перед розробниками інформаційних мереж наразі встають серйозні проблеми, розв'язання яких повинне підвищити швидкість передачі даних і надійність мереж. Ці задачі розв'язуються різними способами: створюються нове апаратне забезпечення, яке б забезпечувало розширення пропускної здатності фізичних каналів зв'язку, розробляються мережеві протоколи, метою яких є підвищення продуктивності мережі.

Проте, не дивлячись на всі зусилля, до розв'язання зазначених проблем ще дуже далеко. Тому дослідження математичних моделей мереж передачі інформації для оцінки параметрів функціонування існуючих і розробки нових мереж зв'язку що реалізують більш ефективний процес передачі даних є досить актуальним.

Найбільший інтерес заслуговує питання дослідження математичних моделей мереж зв'язку випадкового множинного доступу у зв'язку з їх найбільшою розповсюдженістю.

В якості інструмента математичного моделювання мережевих систем використовується апарат теорії систем масового обслуговування (СМО), за допомогою якого будуються аналітичні моделі мережі передачі даних.

Зазначимо, що за останні 25 років стала бурхливо розвиватися теорія масового обслуговування з повторенням заявок [1], завдяки методам якої можна будувати більш адекватні реальним системам математичні моделі. В наведеній статті з використанням апарату СМО з повторенням заявок розглядається проблема побудови математичної моделі комп'ютерної мережі з адаптивним протоколом множинного доступу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В основі ідеї мережі зв'язку випадкового множинного доступу лежить принцип випадкового множинного доступу до розподільної середи передачі даних [2, 3]. В якості такої середи може використовуватися коаксіальний кабель, вита пара, оптоволокно, радіо або супутниковий канали передачі інформації.

Останні дослідження з СМО з повторенням відзначені у бібліографії [4].

Достатньо багато моделей систем мереж зв'язку наведено в [5], де до речі мережа моделюється як СМО без повторення.

Опис мережі зв'язку з протоколом випадкового множинного доступу з оповіщенням про колізії і її математична модель розглянуті в роботах [6-7], де роз-

глянута одноканальна СМО, канал якої може знаходитись в одному з трьох станів: *k=0*, якщо він вільний; *k=1*, якщо він зайнятий обслуговуванням заявки; *k=2* якщо на каналі реалізується стан оповіщення про колізію. Заявка що застала в момент надходження канал вільним, починає негайно обслуговуватися. Якщо за цей час інші заявки не надійшли, то вихідна заявка після закінчення обслуговування залишає систему.

Ціль статті

В наведеній статті з використанням апарату СМО з повторенням заявок будується математична модель комп'ютерної мережі з адаптивним протоколом множинного доступу.

Виклад основного матеріалу

При організації мережі за принципом випадкового множинного доступу будь-яка абонентська станція, що входить в склад мережі, може в будь-який момент часу звернутись до передаючої середи, намагаючись здійснити передачу інформації. Із-за випадковості доступу одна станція може відправити своє повідомлення в мережу в той момент часу, коли здійснюється передача повідомлення від іншої. У цьому випадку неминуча конфліктна ситуація що пов'язана зі спотворенням переданих сигналів і тому повідомлення від обох абонентських станцій треба передавати знову.

Розглянемо детальніше сутність конфліктів, які у даному випадку називаються колізіями. Тобто колізія (*collision*)– спотворення переданих даних в мережі, яке виникає при одночасній передачі декількома робочими станціями.

Наприклад. для передачі даних по локальній мережі *Ethernet* використовується алгоритм *Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection (CSMA/CD).*

Процедура доступу до середовища передачі *CSMA/CD* побудована на двох основних принципах:

- контроль несучого сигналу (*Carrier Sense*);
- виявлення колізій (*Collision Detect*).

Існують дві основні причини виникнення колізій у мережі *Ethernet*:

- наявність несправної мережевої карти *NIC(Network Interface Card)* у одного або декількох абонентів мережі;
- наявність затримки поширення сигналу по мережі *Ethernet*.

Частіше колізії виникають в мережу *Ethernet* у другому випадку. Дві станції одночасно намагаються передати кадр даних. Механізм прослуховування середовища і пауза між кадрами не гарантують від виникнення такої ситуації, коли дві або більш станції одночасно вирішують, що середовище вільне, і починають передавати свої кадри. У цьому випадку відбувається колізія, так як вміст обох кадрів зіштовхується на загальному кабелі і відбувається спотворення інформації (методи кодування, використовувані в *Ethernet*, не дозволяють виділяти сигнали кожної станції з загального сигналу).

На рис. 1. колізію створила одночасна передача даних станціями 1 та 3.

Для виникнення колізії не обов'язково, щоб декілька станцій почали передачу абсолютно одночасно, така ситуація малоймовірна. Набагато вірогідніше, що колізія виникає через те, що один вузол починає передачу раніше іншого, але до другого вузла сигнали першого просто не встигають дійти на той час, коли другий вузол вирішує почати передачу свого кадру. Тобто колізії - це наслідок розподіленого характеру мережі.

Щоб завчасно виявити колізію, всі станції одночасно спостерігають за виникаючими на кабелі сигналами. Якщо передані сигнали відрізняються, то фіксується виявлення колізії (*collision detection, CD*). Для збільшення ймовірності швидкого виявлення колізії всіма станціями мережі станція, яка виявила колізію, перериває передачу свого кадру у довільному місці, і надсилає в мережу спеціальну послідовність з 32 біт (так звану jam-послідовність), що приводить до підсилення колізії і указує іншій передаючій станції на виникнення колізії.

Нехай в момент часу *t+Dt* система знаходиться в стані *(1,i,T)*, тобто на приладі обслуговується заявка, в ДПВ *i* вимог і стан адаптера *T*. Цей стан система прийме, якщо в момент *t* знаходилась в одному з трьох станів:

(O,i,T+amDt) – обслуговуючий прилад вільний, в ДПВ *i* вимог, стан адаптера - *T+amDt*;

(1,i,T+amDt) – прилад зайнятий, в ДПВ *i* вимог, стан адаптера - *T+amDt*;

(O,i+1,T+amDt) – прилад зайнятий, в ДПВ *i* вимог, стан адаптера - *T+amDt* .

Маємо наступну картину переходів за час *Dt* (рис.4):

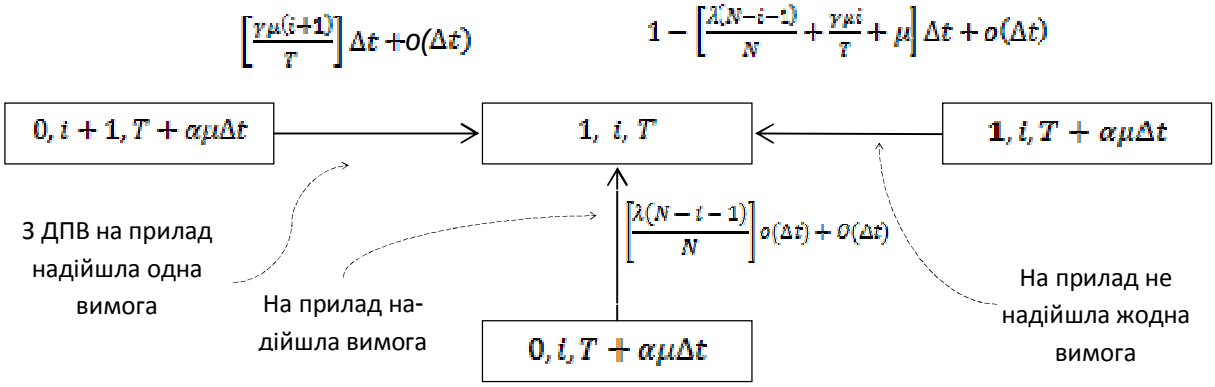

Рис. 4. Можливі переходи системи за час Δt в стан $(1, i, T)$

В результаті отримаємо рівняння:

$$P_1(i,T,t+\Delta t)=\frac{l}{N}(N-i)\Delta t P_0(i,T+am\Delta t,t)+gm\frac{i+1}{T}\Delta t P_0(i+1,T+am\Delta t,t)+$$
$$\left[1-\left(\frac{l}{N}(N-i-1)+gm\frac{i}{T}+m\right)\Delta t\right]P_1(i,T+am\Delta t,t)+O(\Delta t) \quad . \quad (3)$$

Нехай в момент часу t+*Dt* система буде знаходитись в стані *(2,i,t)*, тобто відбувся конфлікт і почався інтервал повідомлення про конфлікт в ДПВ знаходиться *i* вимог і стан адаптера –*T*. В цей стан система перейде, що в момент часу *t* вона знаходилась в одному з станів:

(2,i,T+amDt) – іде інтервал повідомлення про конфлікт, в ДПВ - *i* вимог, стан адаптера *T+amDt*;

(1,i - 2,T+amDt) – прилад зайнятий, в ДПВ - *i – 2* вимоги, стан адаптера *T+amDt*;

(2,i - 1,T+amDt) – прилад зайнятий, в ДПВ - *i -1* вимога, стан адаптера *T+amDt*;

(2,i - 1,T+amDt) – іде інтервал сповіщення про конфлікт, в ДПВ - *i -1* вимог, стан адаптера *T*.

Використовуючи Рис.5, маємо наступну систему переходів системи за час *Dt*:

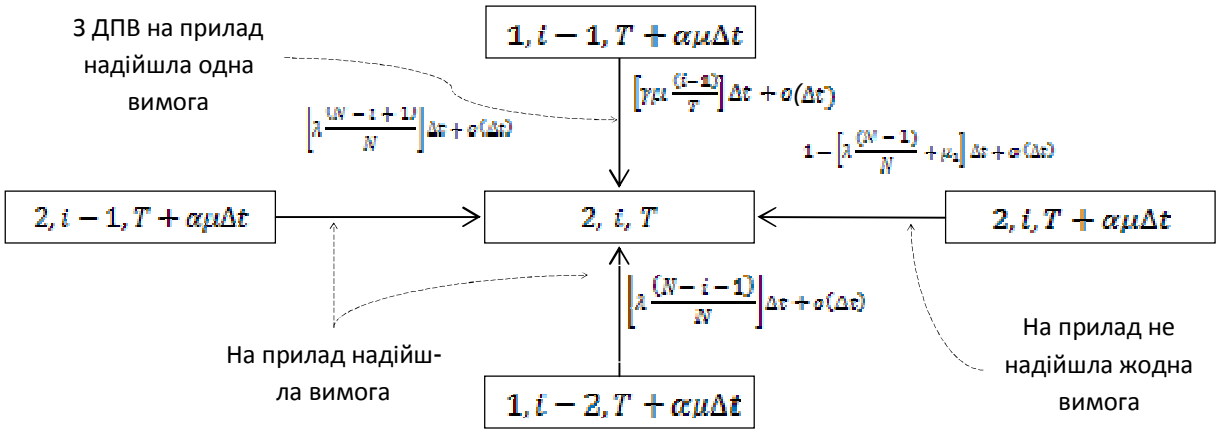

Рис.5. Можливі переходи системи за час Δt в стан $(2, i, T)$

В результаті отримаємо рівняння:

$$P_2(i,T,t+\Delta t)=\frac{l}{N}(N-i+1)\Delta tP_1(i-2,T+am\Delta t,t)+\frac{l}{N}(N-i+1)\Delta tP_2(i-1,T+am\Delta t,t)+$$
$$+gm\frac{(i-1)}{T}\Delta tP_1(i-1,T+am\Delta t,t)+\left[1-(\frac{l}{N}(N-i)+m_1)\Delta t\right]P_2(i,T+am\Delta t,t)+o(\Delta t). \quad (4)$$

Враховуючи (2-4) отримаємо систему рівнянь:

$$P_0(i,T,t+\Delta t)=m\Delta tP_1(i,T+am\Delta t,t)+m_1\Delta tP_2(i,T-b,t)+\left[1-(\frac{l}{N}(N-1)+gm\frac{i}{T})\Delta t\right]P_0(i,T+am\Delta t,t)+o(\Delta t),$$

$$P_1(i,T,t+\Delta t)=\frac{l}{N}(N-1)\Delta tP_O(i,T+am\Delta t,t)+gm\frac{i+1}{T}\Delta t*P_0(i+1,T+am\Delta t,t)+$$
$$+\left[1-(\frac{l}{N}(N-i-1)+gm\frac{i}{T}+m)\Delta t\right]*P_1(i,T+am\Delta t,t)+o(\Delta t),$$

$$P_2(i,T,t+\Delta t)=\frac{l}{N}(N-i+1)\Delta tP_1(i-2,T+am\Delta t,t)+\frac{l}{N}(N-i+1)\Delta tP_2(i-1,T+am\Delta t,t)+$$
$$+gm\frac{i-1}{T}\Delta tP_1(i-1,T+am\Delta t,t)+\left[1-(\frac{l}{N}(N-i)+m_1)\Delta t\right]P_2(i,T+am\Delta t,t)+o(\Delta t).$$

Розклавши $P_k(i\pm m,T+am\Delta t)$ по Δt де m може приймати значення 0, 1, 2, і виконавши необхідні перетворення для стаціонарного розподілу $P_k(i,T,t)=P_k(i,T)$, отримаємо систему рівнянь:

$$\left[r(1-\frac{i}{N})+g\frac{i}{T}\right]P_0(i,T)=P_1(i,T)+\frac{1}{n}P_2(i,T-b)+a\frac{dP_0(i,T)}{dT},$$

$$\left[r(1-\frac{i+1}{N})+g\frac{i}{T}+1\right]P_1(i,T)=r(1-\frac{i}{N})P_0(i,T)+g\frac{i+1}{T}P_0(i+1,T)+a\frac{dP_1(i,T)}{dT},$$

$$\left[r(1-\frac{i}{N})+\frac{1}{n}\right]P_2(i,T)=r(1-\frac{i-1}{N})P_2(i-1,T)+r(1-\frac{i-1}{N})P_1(i-2,T)+g\frac{i-1}{T}P_1(i-1,T)+a\frac{dP_2(i,T)}{dT}.$$

Стаціонарний розподіл повинен також задовільнити крайовим умовам при $i=0,N$ і умові нормування

$$\sum_{k=0}^{2}\sum_{i=k}^{N}\int_0^{\infty}P_k(i,T)aT=1$$

Оскільки маємо скінчену множину станів $0\le i\le N$ при цільовій поведінці адаптера стаціонарний режим у розглядуваній СМО існує для будь - яких значень навантаження r.

Основною характеристикою таких мереж є продуктивність S яка визначається як середнє число повідомлень успішного переданих за одиницю часу. Як одиниця часу береться середній час передачі одного повідомлення.

При дослідженні даної СМО в асимптоматичній умові $N \to \infty$ [8], маємо наступні твердження:

Твердження 1. Нехай $\frac{b}{a} > g$, позначимо $g = \frac{1+\sqrt{1-g+\frac{b}{a}}}{\frac{b}{a}-g}$ і нехай $r > max\left\{\frac{g}{gg^2+2g+1}\right\} = \frac{1}{2(1+\sqrt{g})}$, тоді продуктивність S мережі зв'язку, що управляється адаптивним протоколом випадкового множинного доступу з скінченим числом АС, визначається рівністю: $S = \frac{g}{gg^2+2g+1}$.

Твердження 2. Розподіл імовірності r_k станів каналу має вигляд:

$$r_0 = \frac{g+1}{h}, r_1 = \frac{1}{h}, r_2 = \frac{gg^2}{h}; h = gg^2+2g+1.$$

Твердження 3. При $\frac{b}{a} = 2g\frac{1+\sqrt{g}}{\sqrt{g}}$ адаптивний протокол реалізує максимальну продуктивність $S^* = \frac{1}{2(\sqrt{g}+1)}$ мережі зв'язку і мінімальне середнє $a^* = 1 - \frac{1}{2r(\sqrt{g}+1)}$ числа активних АС.

Висновки

Використовуючи методи СМО з повторенням заявок, побудовано математичну модель функціонування комп'ютерної мережі з адаптивним протоколом множинного доступу. Використовуючи схеми переходів із стану в стан, побудовано систему рівнянь для стаціонарних станів та вказано її розв'язок. Як результат отримано такий показник функціонування мережі, як її продуктивність (середнє число успішно переданих повідомлень за одиницю часу). Отриманий результат може бути використаний при проектуванні комп'ютерної мережі.

Список літератури

1. Artalejo J. A classified bibliography of research in retrial queueing. Progress in 1990-1999 // Top. – 1999. – №7– P.187-211.

2. Таненбаум Э., Уэзеролл Д. Компьютерные сети. – СПб.: Издат. дом "Питер", 2016. – 960 с.

3. Олифер В., Олифер Н. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. – СПб.: Издат. дом "Питер", 2016. – 992 с.

4. Artalejo J. A classified bibliography of research in retrial queueing. Progress in 2000-2009 //Mathematical and Computer Modeling. – 2010, Vol 51. – P.1071-1081.

5. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – Москва: Техносфера, 2003. – 251с.

6. Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Исследования сетей связи с конечным числом абонентских станций, управляемых адаптивными протоколами случайного множественного доступа в условиях перегрузки // Автоматика и телемеханика. – 1999. - №12. – с.99-113.

7. Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Исследование немарковских моделей сетей связи с адаптивными протоколами случайного множественного доступа // Автоматика и телемеханика. – 2001. - №5. – с. 124 - 146.

8. Назаров А.А. Асимптотический анализ многолинейных систем массового обслуживания с повторными вызовами // Автоматика и вычислительная техника. – 1990. - №3. – с. 38-45.

Статтю подано до редакції 07.12.2015