УДК 519.852.35:004.7

[1]Жуков И.А., д.т.н., проф.,
[1]Печурин Н.К., д.т.н., проф.,
[2]Кондратова Л.П., к.т.н.,
[1]Печурин С.Н., к.т.н.

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В БЕСПРОВОДНОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ

[1]Национальный авиационный университет
[2]Национальный технический университет Украины «КПИ»
zhuia@ukr.net
pechnk@mail.ru
ljupav@yandex.ua
pechnk@mail.ru

Исследуется возможность решения задачи распределения вычислительных ресурсов в беспроводной компьютерной сети с использованием двухуровневой декомпозиции Данцига-Вулфа. Путем приведения матрицы ограничений математической модели рассматриваемой задачи к виду с блочно-диагональной структурой с выделением независимых блоков ограничений данный способ позволяет получить решение для задачи меньшей размерности, которое обеспечивает сопоставимость с результатом выполнения классических потоковых алгоритмов.

Ключевые слова: ориентированная сеть; поток заданной величины; модель линейного программирования; двухуровневая декомпозиция

Введение

В беспроводной компьютерной сети в соответствии с принятой стандартом IEEE 802.11 сотовой архитектурой осуществляется между базовыми станциями как точками доступа, взаимодействующими через распределительную систему [1]. Вычислительные ресурсы компьютерной сети представляют возможности, в частности, пропускную способность, обеспечиваемую компонентами сети в процессе ее функционирования. Для повышения степени использования радиоканала пакетной радиосети в широком диапазоне значений трафика в работе [2] предлагается использовать интегральный адаптивный протокол случайного множественного доступа с набором специальных процедур. В [3] рассматривается задача повышения живучести и производительности транспортной сети пакетной радиосвязи путем оптимизации топологии. Проблему пропускной способности компьютерной сети решает задача распределения потоков. В задачах распределения потоков сеть представляется ориентированным графом, заданным множествами узлов и связывающих их дуг с поставленными им в соответствие некоторыми положительными весами, характеризующими пропускные способности и стоимости. Для решения задач распределения однопродуктовых и многопродуктовых потоков известны алгоритмы Форда-Фалкерсона, Басакера-Гоуэна, Клейна, Гомори-Ху, в основе которых используется теорема Форда-Фалкерсона, определяющая связь величин максимального потока, который может протекать из узла, называемого источником, в узел, называемый стоком, и минимального разреза, определяемого суммой пропускных способностей дуг, образующих разрез между указанными узлами [4-5]. Выполнение указанных алгоритмов за конечное число шагов обеспечивается для целых положительных значений пропускных способностей дуг.

Задачи распределения потоков чаще описываются в классе математических моделей линейного программирования и имеют достаточно большую размерность. В данной статье предлагается использовать для решения данной задачи декомпозиционный алгоритм Данцига-Вулфа, основанный на блочном программировании [6].

Постановка задачи

Рассмотрим задачу распределения вычислительных ресурсов в беспроводной компьютерной сети с обеспечением минимальной стоимости в следующей формулировке. В общем случае станции базовой зоны обслуживания в беспроводной компьютерной сети связаны ориентированным двухнаправленным графом с множеством узлов V для обмена информационно-вычислительными ресурсами. Множество V дополняется множеством рабочих станций, характеризующих пары $(s_i, t_i) | i \in V$ соответственно источников и стоков. Имеется также рабочая станция, характеризующая общий источник s_0 для передачи вычислительных ресурсов в узлы s_i. Базовые и рабочие станции сети связаны дугами множества E. Каждой дуге $(i, j) \in E$ соответствуют веса f_{ij} потока по дуге (i, j), U_{ij} пропускной способности дуги (i, j), c_{ij} стоимости транспортировки единицы потока по дуге (i, j). Множество потоков в графе обозначим F и будем называть распределением вычислительных ресурсов. Задача заключается в определении минимальной стоимости транспортировки вычислительных ресурсов заданной величины $\sum_{i \in V} f_{s_0 s_i} = v$ между узлами s_0 и $s_i \mid i \in V$, характеризующими соответственно общий источник и источники узлов множества V.

Математическая модель задачи

Математическую модель задачи представляют целевая функция, ограничения сохранения потока, его неотрицательности и ограниченности. Целевую функцию представляет соотношение, минимизирующее суммарную стоимость распределения дуговых потоков:

$$[MIN]Z = C^T \cdot F, \tag{1}$$

где C^T - транспонированный вектор стоимостей транспортировки единицы дуговых потоков.

Ограничения сохранения потока в сети записываются для каждого из узлов R_1-R_6, S_1-S_6, T_1-T_6, S_0. Коэффициенты переменных распределения вычислительных ресурсов в данных ограничениях представляются в виде блочной матрицы $A = \|A_{ij}\| i, j = \overline{R_1, R_6}, \overline{S_1, S_6}, \overline{T_1, T_6}, S_0$. Каждый элемент $A_j = \|a_{ijk}\| k = |i, j = \overline{R_1, R_6}, \overline{S_1, S_6}, \overline{T_1, T_6}, S_0$ матрицы является вектором-строкой коэффициентов $a_{ijk} = 1 \vee 0$ потоков для i-го узла $F_j = \{f_{jk} | j, k = |i, j = \overline{R_1, R_6}, \overline{S_1, S_6}, \overline{T_1, T_6}, S_0\}$. Ограничения имеют вид:

$$A_{11} \cdot F_1 - A_{12} \cdot F_2 - A_{14} \cdot F_4 - A_{15} \cdot F_5 - A_{1,s_1} \cdot F_{s_1} = 0, \tag{2}$$

$$-A_{21} \cdot F_1 + A_{22} \cdot F_2 - A_{23} \cdot F_3 - A_{24} \cdot F_4 - A_{26} \cdot F_6 - A_{2,s_2} \cdot F_{s_2} = 0, \tag{3}$$

$$-A_{32} \cdot F_2 + A_{33} \cdot F_3 - A_{35} \cdot F_5 - A_{3,s_3} \cdot F_{s_3} = 0, \tag{4}$$

$$-A_{41} \cdot F_1 - A_{42} \cdot F_2 + A_{44} \cdot F_4 - A_{4,s_4} \cdot F_{s_4} = 0, \tag{5}$$

$$-A_{51} \cdot F_1 - A_{52} \cdot F_2 - A_{53} \cdot F_3 - A_{54} \cdot F_4 + A_{55} \cdot F_5 - A_{5,s_5} \cdot F_{s_5} = 0, \tag{6}$$

$$-A_{62} \cdot F_2 - A_{63} \cdot F_3 - A_{65} \cdot F_5 + A_{66} \cdot F_6 - A_{6,s_6} \cdot F_{s_6} = 0, \tag{7}$$

$$A_{s_1 s_1} \cdot F_{s_1} - A_{s_1 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{8}$$

$$-A_{t_1 1} \cdot F_1 = -v, \tag{9}$$

$$A_{s_2 s_2} \cdot F_{s_2} - A_{s_2 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{10}$$

$$-A_{t_2 2} \cdot F_2 = -v, \qquad (11)$$

$$A_{s_3 s_3} \cdot F_{s_3} - A_{s_3 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \qquad (12)$$

$$-A_{t_3 3} \cdot F_3 = -v, \qquad (13)$$

$$A_{s_4 s_4} \cdot F_{s_4} - A_{s_4 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \qquad (14)$$

$$-A_{t_4 4} \cdot F_4 = -v, \qquad (15)$$

$$A_{s_5 s_5} \cdot F_{s_5} - A_{s_5 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \qquad (16)$$

$$-A_{t_5 5} \cdot F_5 = -v, \qquad (17)$$

$$A_{s_6 s_6} \cdot F_{s_6} - A_{s_6 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \qquad (18)$$

$$-A_{t_6 6} \cdot F_6 = -v, \qquad (19)$$

$$A_{s_0 s_0} \cdot F_{s_0} = v. \qquad (20)$$

Ограничения неотрицательности и ограниченности дуговых потоков имеют вид

$$0 \le F \le U\ , \qquad (21)$$

где U характеризует вектор пропускных способностей дуг множества E.

Применение двухуровневой декомпозиции для решения задачи распределения вычислительных ресурсов в беспроводной компьютерной сети

Система (2-20) линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с 361 переменными, характеризующими распределение F информационных ресурсов, и $|V|+|E|$ ограничениями и представляется в виде блочно-диагональной структуры. На первом уровне декомпозиции в СЛАУ выделяются 7 независимых блоков: уравнения (9), (11), (13), (15), (17), (19) представляют соответственно 6 блоков ограничений, содержащих по одной переменной F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6; 7-й блок ограничений включает уравнения (8), (10), (12), (14), (16), (18), (20), содержащие переменные F_{s_1}, F_{s_2}, F_{s_3}, F_{s_4}, F_{s_5}, F_{s_6}, F_{s_0}. Уравнения (2)-(7), связывающие переменные $F_1 - F_6$, $F_{s_1} - F_{s_6}$, F_{s_0} распределения F, представляют совокупность координирующих ограничений задачи с возможностью сведения их к одному ограничению. Решение задачи (1) – (21) предусматривает применение алгоритма Данцига-Вулфа двухуровневой декомпозиции [6]. На первом уровне декомпозиции определяются переменные, представленные в независимых блоках, на втором уровне решается координирующая задача с переменными, характеризующими весовые коэффициенты допустимых базисных решений подзадач с ограничений независимых блоков. Рассматривается два варианта координирующей задачи. Первый вариант предполагает представление совокупности ограничений независимых блоков единым выпуклым многогранным множеством; число ограничений сокращается до 2. Распределение вычислительных ресурсов представляется линейной выпуклой комбинацией допустимых решений 7-ми подзадач с ограничениями независимых блоков:

$$F_0 = \sum_{j=1}^{7} F_j \cdot b_j\ , \text{ где } \sum_{j=1}^{7} b_j = 1,\ b_j \ge 0\,. \qquad (22)$$

Во втором варианте ограничения каждого независимого блока рассматриваются отдельным выпуклым многогранником; число ограничений координирующей задачи включает ограничение, связывающее переменные независимых блоков, и определяется числом независимых блоков. Здесь определяются распределения вычислительных ресурсов в узлах линейными выпуклыми комбинациями допустимых базисных решений для распределений F_j:

$$F_j = \sum_k F_{jk} \cdot b_{jk}\ , \ \sum_k b_{jk} = 1,\ b_{jk} \geq 0,\ ,\ j = \overline{R_1, R_6}, \overline{S_1, S_6}, \overline{T_1, T_6}, S_0\ , \tag{23}$$

где F_{jk} - k-е базисное решение для распределения F_j.

На рис. 1 и рис. 2 отображается распределение вычислительных ресурсов в беспроводной компьютерной сети базовых и рабочих станций, полученное с использованием соответствующих вариантов декомпозиции, с указанными значениями дуговых потоков, пропускных способностей и стоимостей транспортировки единицы потока в дугах сети.

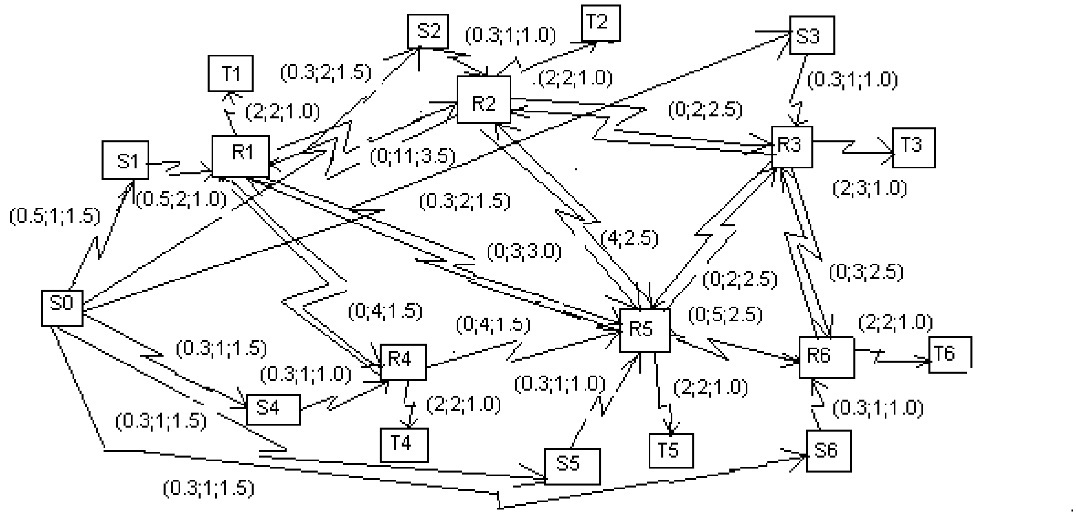

Рис. 1. Распределение потоков в беспроводной компьютерной сети базовых и рабочих станций по первому варианту декомпозиции

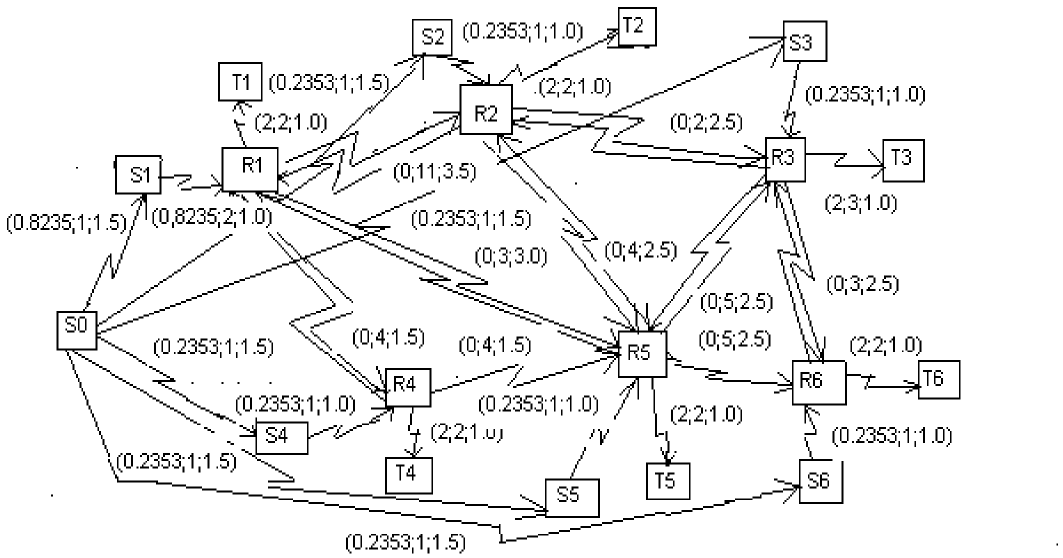

Рис. 2. Распределение потоков в беспроводной компьютерной сети базовых и рабочих станций по второму варианту декомпозиции

Значения $F_0 = 2$ общего распределения вычислительных ресурсов в сети стоимостью транспортировки $C_0 = 3$ с весовыми коэффициентами $b = \{0;0,1;0,1;0,1;0,1;0,1;0,5\}$

и распределений $F_j = 2 \;\; \forall j = \overline{1,7}$ вычислительных ресурсов в узлах стоимостью транспортировки $C_j = \{2;2;2;2;2;2;5\}$ с весовыми коэффициентами $b = \{0;1,0;1,0;1,0;1,0;1,0;1,0;1,0\}$, полученные для первого и второго вариантов декомпозиции с использованием соотношений (22), (23), соответствуют заданному числу единиц потока $v = 2$ для транспортировки между общим источником s_0 и источниками $s_1 - s_6$.

Выводы

Математическая модель задачи распределения вычислительных ресурсов в беспроводной компьютерной сети с системой линейных алгебраических уравнений, характеризующих сохранение потоков в узлах, приводится к виду с блочно-диагональной структурой. Применение двухуровневой декомпозиции Данцига-Вулфа для определения допустимого потока минимальной стоимости с возможностью выделения независимых блоков ограничений на первом уровне декомпозиции позволяет получить решение, сопоставимое с результатом выполнения классических потоковых алгоритмов. Варианты декомпозиции предполагают представление совокупности ограничений независимых блоков единым выпуклым многогранником, а также представление отдельным выпуклым многогранником ограничений каждого независимого блока.

Список литературы

1. Кааринен Х. Сети UMTS. Архитектура, мобильность, сервисы / [Кааринен Х., Ахтиайнен А., Лаитинен Л., Найан С., Ниеми В.]. – М.:Техносфера, 2007. – 464 с.
2. Бунин С.Г., Войтер А.П., Корж Ю.В. Интегральный адаптивный протокол случайного множественного доступа // Проблемы управления и информатики. – 1999. - №6. – С.82-91.
3. Драч Н.Д., Красиловец Л.В., Кондратова Л.П., Печурин Н.К. Система автоматизированного расчета параметров транспортной сети пакетной радиосвязи // УСиМ. – 1990. – №6. – С.48-52.
4. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / Нечипуренко М.И., Попков В.К.,.Майнагашев С.М и др.–Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 515 с.
5. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций.– Минск: БГУ, 2003.– 199 с.
6. Жариков А.В. Исследование скорости сходимости некоторых алгоритмов блочного линейного программирования // Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – С.100-105.

Статтю представлено в редакцию 24.07.2015