

**Кучеров Д.П.**, д.т.н.,  
orcid.org/0000-0002-4334-4175,

**Перепеліцин С.О.**, к.т.н.,  
orcid.org/0000-0002-8435-2729,

**Пошивайло О.М.**,  
orcid.org/0000-0001-5456-0618,

**Мирошниченко І.В.**,  
orcid.org/0000-0002-7810-2678

## НАЛАШТУВАННЯ ПІД-РЕГУЛЯТОРА ГЕНЕТИЧНИМ АЛГОРИТМОМ ЗА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЮ ЦІЛЬОВОЮ ФУНКЦІЄЮ ДЛЯ КЕРУВАННЯ НЕСТІЙКИМ ОБ'ЄКТОМ

Національний авіаційний університет

d\_kucherov@ukr.net,  
sergpsa@inbox.lv,  
o.poshyvailo@gmail.com,  
ignat.mir@gmail.com

### **Вступ**

У керуючому контурі, який охоплений зворотним зв'язком для підвищення стабільності і точності дії технічної системи, знайшли поширене використання так звані пропорційно-інтегрально-диференціюючі (ПІД) пристрої, які формують потрібний сигнал керування. Вихідний сигнал ПІД-регулятора є сумою трьох доданків, перший з яких є пропорційним різниці вхідного сигналу і сигналу зворотного зв'язку (сигнал неузгодженості), другий визначається інтегралом сигналу неузгодженості, а третій відповідно похідній сигналу неузгодженості. Кожна складова відповідає за компенсацію помилок у статичному (пропорційна та інтегральна складові) та динамічному режимах (наприклад, збурення) перехідного процесу (диференційна складова).

Основною перевагою їх практичного застосування є незалежність від математичної моделі керованого об'єкта. Але при цьому виникає проблема щодо встановлення параметрів регулятора, вирішення якої вимагає тонкого налаштування системи керування в умовах нелінійної математичної моделі керованого об'єкта [1]. Для цього при налаштуванні параметрів ПІД регулятора, а саме встановленні коефіцієнтів пропорційальної, інтегральної

та диференційальної ланок вводяться обмеження на верхні та нижні границі діапазону припустимих значень цих параметрів, в межах яких забезпечується робота системи керування в лінійному діапазоні, який зараня не є відомим. Параметри є незалежними, але зміна одного коефіцієнта завжди впливає на інші, тому завдання налаштування ПІД-регулятора вирішується ітераційно за експериментальними методами, за якими здійснюється перевірка динаміки системи «регулятора-об'єкт управління» [2].

Сучасні системи автоматизації, як правило, будуються на базі програмованих логічних інтегральних схемах (ПЛІС), в іноземній літературі зустрічається термін *Field-Programmable Gate Array (FPGA)* – програмована користувачем вентилярна матриця. При цьому ПІД-регулятор реалізується як спеціалізований апаратний модуль, складовою якого є контролер, що керує за певною програмою, або можливе використання спеціалізованих бібліотек програмного забезпечення. При цьому виробники ПІД-контролерів розробляють власне спеціалізоване програмне забезпечення (тюнери) для налаштування коефіцієнтів регулятора.

Найбільш відомий в моделюванні тюнер для ПІД-регулятора, який

використовується в застосунку *Simulink* програмного середовища *Matlab*. Цей застосунок може бути корисним при порівнянні з розробленим власноруч програмним забезпеченням. Одним з підходів, що може бути використаним до налаштування системи ПІД-регулятор – об'єкт управління за мінімумом помилки системи керування можуть бути генетичні алгоритми (ГА) [3,4]. Ці алгоритми зазвичай використовуються в науці та техніці як адаптивні для вирішення практичних завдань. Вони особливо корисні, коли параметри керованого об'єкта змінюються в часі. На відміну від традиційних методів стохастичного пошуку, ГА вимагає популяції початкових наближень до рішення [5,6].

### **Характеристика об'єкта керування і регулятора**

Як об'єкт керування обрано нестійкий об'єкт, який у вільному стані може здійснювати нескінченні коливання з постійною або змінюваною амплітудою біля стану рівноваги або знаходитися в одному з кінцевих станів, що віддалені від стану рівноваги. Характеристичне рівняння математичної моделі такого об'єкта має нульові або уявні корені.

В інтересах моделювання можна користуватися математичною моделлю, що описується диференціальним рівнянням другого або третього порядку, що з достатньою точністю буде відтворювати динаміку керованого процесу.

Для дослідження динаміки процесу, описуваного такою моделлю, звичайно вводять простір станів, прив'язаних до фазових координат динамічної системи [7]. При цьому диференціальне рівняння моделі об'єкта представляється системою диференціальних рівнянь, яку для стаціонарного об'єкта, зручно подавати в матричному вигляді

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), y(t) = Cx(t). \quad (1)$$

де  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $u(t)$  – вектори фазових змінних, вихідних координат та управління відповідно, що залежать від часу  $t$ . Розмірність векторів  $x \in R^n$ ,  $y \in R^m$ ,  $u \in R^p$ . Матриці  $A$ ,

$B$  та  $C$  мають вигляд  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times p}$ ,  $C \in R^{m \times n}$ .

Задана динаміка об'єкта забезпечується системою зі зворотним зв'язком, в прямій ланці якого послідовно з об'єктом встановлюється ПІД-регулятор.

Завдання ПІД-регулятора становить в забезпеченні перехідного процесу з мінімальними перерегулюванням, помилкою і часом встановлення вихідної величини, які є взаємозалежними характеристиками, на які повинні впливати параметри ПІД-регулятора.

Налаштування ПІД-регулятора є складним завданням, коефіцієнти якого по-різному впливають на перехідний процес. Так збільшення коефіцієнта пропорційної ланки зменшує помилку, але призводить до коливального процесу та збільшення перерегулювання, коефіцієнт інтегральної ланки хоча і впливає на зменшення помилки, але призводить до затягування перехідного процесу. Коефіцієнт диференційної ланки впливає на зменшення помилки, але збільшує вплив шуму та коливальності. В такому разі виникає завдання багатопараметричної оптимізації (наперед невідомих параметрів ПІД-регулятора) для розв'язання багатокритеріальної задачі (одночасного забезпечення показників перехідного процесу), яке не можливо вирішити класичними підходами та стають доречними евристичні методи, до яких відноситься процедура генетичного алгоритму (ГА).

### **Особливості реалізації генетичного алгоритму**

На першому кроці застосування процедури ГА вводиться випадковий хромосомний набір, які пов'язують з параметрами ПІД-регулятора, ефект дії яких на систему надалі оцінюється. Після завершення моделювання маніпулювана змінна автоматично повертається до ГА, а вибраний критерій помилки використовується для оцінки продуктивності та визначення значення придатності цієї хромосоми для подальшого пошуку параметрів ПІД-регулятора, що здатні задовольнити конструктора системи.

Продуктивність ГА оцінюється за цільовою функцією  $I$ , яка враховує перегулювання, мінімальне значення середнього квадрата помилки ( $MSE$ ) відпрацювання вхідного завдання і тривалості перехідного процесу, яку можна подати виразом:

$$I = \alpha \cdot OS + \beta \cdot MSE + \gamma \cdot T_p, \quad (2)$$

де  $OS$  – перегулювання, яке розраховується за формулою:

$$OS = \frac{y_{вст}^{max}}{y_{вст}}, \quad (3)$$

$MSE$  (*mean squared error*) – середній квадрат помилки, який розраховується так:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{вст})^2, \quad (4)$$

де  $T_p$  – тривалість процесу регулювання, тобто коли вихідна величина у досягне встановленого значення  $y_{вст}$ . Інші позначення:  $y_{max}$  – максимальне значення вихідної величини;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – вагові коефіцієнти, що визначають вклад кожного доданку у загальну продуктивність ГА.

Традиційно ГА включає такі етапи: відбір або селекцію, схрещування, мутацію, оцінювання якості отриманого хромосомного набору  $i$ , якщо критерій зупинки не задовольняється, процедура ГА повторюється визначену кількість разів.

В розробленому алгоритмі встановлена максимальна кількість генерацій нового покоління  $P$ . Велика кількість ітерацій призводить до невиправданого зростання часу роботи алгоритму при отриманні повторного результату, що можна трактувати як зациклення у локальному мінімумі.

Після ініціалізації набору хромосом, що складаються з  $N$  особин обраних випадковим чином, відбувається селекція. Ця операція виконується для відбору найбільш вдалого покоління особин за цільовою функцією (2). Оскільки вихідні дані задані дійсними числами, у новий хромосомний набір попадають ті особини, які відповідають мініимальному значенню цільової функції округленого до найближчого більшого цілого. Це дозволяє зберегти

найкраще покоління параметрів і гарантує асимптотичну збіжність ГА.

Операція схрещування проводилася за найбільш вдалим для пошуку оптимуму функції багатьох дійсних змінних принципом арифметичного схрещування. За цим принципом за значеннями генів хромосом-батьків  $h1$  та  $h2$  створюються два нащадки  $h1n$  й  $h2n$ . Значення генів нащадків  $h1ni$  та  $h2ni$  розраховуються за формулами:

$$h_{1ni} = kh_{1i} + (1 - k)h_{2i}, \quad (5)$$

$$h_{2ni} = kh_{2i} + (1 - k)h_{1i}, \quad (6)$$

де  $k \in [0; 1]$  – деякий дійсний коефіцієнт. Геометрична інтерпретація цього процесу подана на рис. 1.

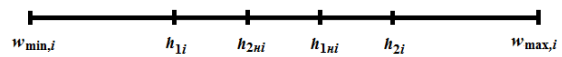


Рис. 1. Геометрична інтерпретація арифметичного схрещування

На рис. 1  $w_{min,i}$  та  $w_{max,i}$  позначають мінімальне й максимальне значення  $i$ -го параметра.

Мутація обраних хромосом полягає в зміні значень генів на деякі домішки  $\Delta h_{ij}$  за правилом:

$$h'_{ij} = h_{ij} + \Delta h_{1i}, \quad (7)$$

де  $h_{ij}$  – ген до мутації;  $h'_{ij}$  – ген після мутації.

В алгоритмі використана нерівномірна мутація для  $i$ -го гена. Згідно [5], нові значення генів при нерівномірній мутації розраховуються за формулою:

$$h'_{ij} = \begin{cases} h_{ij} + \Delta h(t, w_{max,i} - h_{ij}), & \text{якщо } r \leq 0.5; \\ h_{ij} - \Delta h(t, h_{ij} - w_{min,i}), & \text{якщо } r > 0.5 \end{cases} \quad (8)$$

де  $\Delta h(t, y) = y \left(1 - r^{(1-p/P)^k}\right)$ ;  $r$  – випадкове число з інтервалу  $[0; 1]$ ;  $p$  – номер поточної ітерації;  $k$  – параметр нерівномірності. Мутації підлягають всі хромосоми, які не задовольняють зазначеному рівню цільової функції.

На останньому етапі алгоритму відбувається формування нового покоління. Щоб не втрачилися найкращі хромосоми, вони гарантовано входять до нової популяції.

Зазначена послідовність операцій повторюється, доки алгоритм не буде вважатися збіжним. Дія алгоритму припиняється, якщо буде задоволена визначена продуктивність або, якщо будуть виконано усі призначені генерації поколінь. В останньому випадку обирається хромосомний набір з найкращою продуктивністю.

**Приклад застосування**

**а) Опис системи**

Як нестійкий об'єкт управління обрано подвійний інтегратор, що має двократний нульовий корінь і описується системою диференційних рівнянь першого порядку виду

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t); \dot{x}_2(t) = ku(t), \quad (9)$$

де  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  – фазові змінні інтегратора, що мають зміст його виходу та похідної,  $u(t)$  – сигнал управління,  $k$  – коефіцієнт підсилення сигналу управління. Змінна  $t$  – має зміст часу. На початку управління інтегратор ( $t=0$ ) знаходиться у незбудженому стані, тобто  $x_1(0)=x_2(0)=0$ .

Об'єкт може бути стабілізований шляхом застосування певного пристрою, що керує. Таким пристроєм виступає ПІД-регулятор, який у просторі фазових змінних може бути поданий системою рівнянь

$$u(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t),$$

$$y_1(t) = k_p e(t), y_2(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau, y_3(t) = k_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (10)$$

В (10)  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  і  $y_3(t)$  – виходи пропорційної, інтегральної та диференційної ланок відповідно. Величини  $k_p$ ,  $k_i$  і  $k_d$  – параметри відповідних ланок ПІД-регулятора,  $e(t)$  – сигнал помилки на вході ПІД-регулятора. На параметри ПІД-регулятора накладені обмеження

$$\underline{k}_p \leq k_p \leq \bar{k}_p, \quad \underline{k}_i \leq k_i \leq \bar{k}_i, \quad \underline{k}_d \leq k_d \leq \bar{k}_d. \quad (11)$$

В (11)  $\underline{k}$  і  $\bar{k}$  позначають нижню та верхню границю параметрів.

На вхід системи подається стандартизований одиничний сигнал у вигляді сходинок, тобто  $r(t)=1(t)$ .

В інтересах моделювання і щоб запобігти складним алгоритмам інтегрування представимо розглянуту систему в

розширеному фазовому просторі  $X_p \in R^5$ , який враховує фазові координати розглянутих об'єктів, що дозволяє подати системи у вигляді матричного диференційного однорідного рівняння першого порядку виду

$$\dot{X}_p(t) = A_p X_p(t) \quad (12)$$

з початковим вектором:

$$X_p(0) = (0, 0, 0, 0, 1)^T.$$

Система рівнянь в (12) має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -k(k_p + 1)x_1 - kx_3 + kx_4 + k(k_p + 1)x_5, \\ \dot{x}_3 &= k_d x_1 - k_2 x_3 + k_d x_5, \\ \dot{x}_4 &= -k_i x_1 + k_3 x_5, \\ \dot{x}_5 &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

В (13)  $x_1$  і  $x_2$  – фазові координати, що збігаються з (9),  $x_3$  і  $x_4$  – виходи диференціальної і інтегральної ланок ПІД-регулятора відповідно,  $x_5$  – вхідний сигнал.

Граничні параметри (11) ПІД-регулятора задані нерівностями:

$$10^{-5} \leq k_p \leq 1, \quad 10^{-5} \leq k_i \leq 1, \quad 10^{-5} \leq k_d \leq 1.$$

**б) Параметри ГА**

Параметри ГА надані в табл. 1.

Таблиця 1. Параметри генетичного алгоритму

Параметр	Значення
Коефіцієнти цільової функції $\alpha, \beta, \gamma$	0.1
Кількість генерацій нового покоління	10
Початковий хромосомний набір	20
Коефіцієнт арифметичного кросовера	1/3
Коефіцієнт мутації $r$	Медіана згенерованого випадкового ряду

Початкові та кінцеві параметри ПІД-регулятора наведені в табл. 2. Параметри ПІД-регулятора, на початку дослідження обрані за методом Зіглера-Нікольса.

Таблиця 2. Параметри налаштування ПІД-регулятора

Параметр	Значення	
	до ГА	після ГА
$k_p$	0.001	0.1883
$k_d, c$	0.3	0.5044
$k_i, c^{-1}$	0.0004	0.0181
$k, (B \cdot c)^{-1}$	2	2
$I$	8.3561	7.8674

### в) Результати моделювання

Перехідні процеси в системі за даними табл. 2 подані на рис. 2, 3.

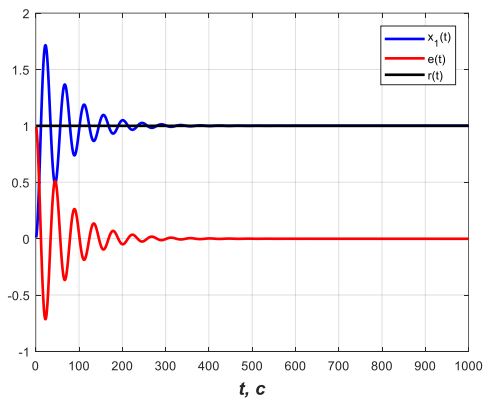


Рис. 2. Графіки функцій  $x_1(t)$ ,  $e(t)$  і  $r(t)$  до початку ГА

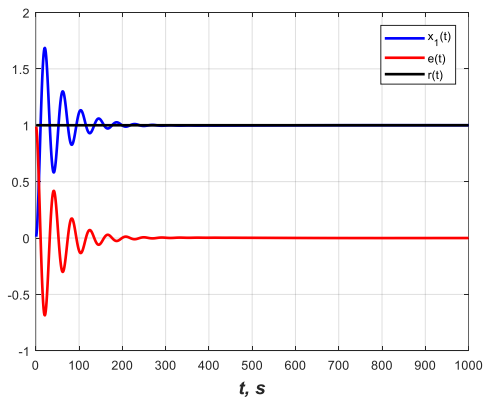


Рис. 3. Графіки функцій  $x_1(t)$ ,  $e(t)$  і  $r(t)$  після оптимізації ГА

Аналіз рис. 2, 3 показує загальне зменшення кількості коливань та перегулювання перехідного процесу. Показник продуктивності системи підвищено приблизно на 6%.

### Висновки

В статті представлено технологію реалізації ГА для налаштування параметрів ПІД-регулятора для нестійкого об'єкта, що має кратні нульові корені характеристичного рівняння. Як цільова функція використана багатопараметрична функція, яка включає перегулювання, середній квадрат помилки та тривалість перехідного процесу. Загальне підвищення налаштування порівняно з алгоритмом Зіглера-Нікольса складає 6%.

### Література

1. Astrom K.J., Hagglund T. PID controllers: theory, design, and tuning. ISA: The Instrumentation, Systems, and Automation Society; USA, 1995. 343 p.
2. Kucherov D., Kozub A., Tkachenko V., Rosinska G., Poshyvailo O. PID controller machine learning algorithm applied to the mathematical model of quadrotor lateral motion. *2021 IEEE 6th International Conference on Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development (APUAVD)* / Kyiv, Ukraine, 2021. P. 86–89.
3. O'Mahony T., Downing C.J., Fatla K. Genetic Algorithms for PID Parameter Optimisation: Minimising Error Criteria. 2002. 6 p.
4. Mirzal A., Yoshii S., Furukawa M. PID Parameters Optimization by Using Genetic Algorithm. URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1204/1204.0885.pdf>
5. Субботін С.О., Олійник А.О., Олійник О.О. Ітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія. Запоріжжя : ЗНТУ, 2009. 375 с.
6. Кучеров Д.П. Налаштування ПІД-регулятора за допомогою генетичного алгоритму. *Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2023)*: Шістнадцята міжнародна науково-практична конференція 23-24 травня 2023 р. / НАУ. Київ, Україна, 2023. С. 212–213.
7. Ogata K. Modern control engineering. Prentice Hall, Pearson, 2009.

Кучеров Д.П., Перепеліцин С.О., Пошивайло О.М., Мирошніченко І.В.

## НАЛАШТУВАННЯ ПІД-РЕГУЛЯТОРА ГЕНЕТИЧНИМ АЛГОРИТМОМ ЗА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЮ ЦІЛЬОВОЮ ФУНКЦІЄЮ ДЛЯ КЕРУВАННЯ НЕСТІЙКИМ ОБ'ЄКТОМ

*Розглядається задача налаштування регулятора промислового типу, а саме ПІД-регулятора, який має декілька параметрів, а саме коефіцієнти пропорційної, інтегральної та диференційної ланок. В дослідженні ПІД-регулятор застосовується для керування нестійким об'єктом з нелінійною динамікою. Ставиться задача відстеження вхідного сигналу з мінімальними перерегулюванням, помилкою та часом встановлення. При цьому виникає задача оптимального налаштування багатопараметричного об'єкту для задоволення багатокритеріальної цільової функції. Класичні підходи щодо оптимізації функції декількох змінних стикаються з необхідністю знаходження часткових похідних за кожною змінною. В той же час існують ефективні евристичні рішення, які базуються на генетичному алгоритмі, за яким створюється початкова популяція, яка потім оновлюється шляхом збереження кращих потомків і пошуку нових можливих варіантів. В статті досліджено такий алгоритм для стабілізації нестійкого об'єкта, характеристичне рівняння якого має кратні нульові корені. В статті наводяться параметри алгоритму та результати моделювання з використання сучасної техніки моделювання систем автоматичного управління у фазовому просторі.*

**Ключові слова:** ПІД-регулятор, генетичний алгоритм, фазовий простір, об'єкт управління, цільова функція.

Kuchеров D.P., Perepelitsyn S.O., Poshivaylo O.M., Miroshnichenko I.V.

## TUNING OF PID-CONTROLLER BY GENETIC ALGORITHM ACCORDING TO MULTI-CRITERIA OBJECTIVE FUNCTION FOR CONTROLLING AN UNSTABLE OBJECT

*The task of adjusting an industrial-type regulator, namely a PID regulator, which has several parameters, namely the coefficients of proportional, integral, and differential links, is considered. In this study, the PID controller is used to control an unstable object with nonlinear dynamics. The task is to track the input signal with minimal overshoot, error, and settling time. At the same time, the problem of the optimal setting of a multi-parameter object to satisfy a multi-criteria objective function arises. Classical approaches to the optimization of several variable functions are faced with the need to find partial derivatives for each variable. At the same time, there are effective heuristic solutions that are based on a genetic algorithm, which creates an initial population, which is then updated by saving the best descendants and searching for new possible options. The article examines such an algorithm for stabilizing an unstable object whose characteristic equation has multiple zero roots. The paper presents the parameters of the algorithm and the results of modeling using modern techniques for modeling automatic control systems in phase space.*

**Keywords:** PID controller, genetic algorithm, phase space, control object, objective function.