

УДК 004.021

Галузинський Г.П., к.т.н.,
Городній О.В., к.т.н.

ІНТЕРАКТИВНА ПРОЦЕДУРА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана

galuzin@i.ua

Розглянуто процедуру, яка при наявності кількох критеріїв (без можливості апріорного встановлення серед них головного) дозволяє реалізувати людино-машинну взаємодію, направлену на вироблення інтерактивним шляхом одного або декілька компромісних рішень, що визначають допустимі з точки зору особи, що приймає рішення, значення критеріїв. Алгоритмічна реалізація запропонованої процедури дозволяє вирішувати задачі багатокритеріальної оптимізації, у яких альтернативи в явному вигляді не формуються

Ключові слова: людино-машинна взаємодія, інтерактивний режим, багатокритеріальна оптимізація, особа приймаюча рішення, процедура узгодження цілей, Парето-оптимальні рішення

Вступ

Охарактеризувати у прийнятній і зрозумілій формі усі наслідки, що становлять інтерес, за допомогою одного критерію, у більшості випадків, навряд чи можливо. Саме тому оцінювання ефективності прийнятих рішень щодо управління, навіть не дуже складною системою будь-якої фізичної природи, потребує, як правило, використання сімейства критеріїв (векторного критерію). Наявність такого сімейства критеріїв передбачає, крім усього іншого, виявлення ОПР (особою приймаючою рішення) суперечностей і можливостей збільшення взаємного узгодження цілей з метою досягнення певного компромісу. У загальному випадку це є завданням, формальне вирішення якого поза рамками самого процесу оптимізації часто є більш складною задачею, ніж отримання формально оптимального результату після її розв'язання. Це призводить до необхідності ОПР в самому процесі вироблення оптимального рішення уточнювати свої початкові і формувати більш реальні уподобання, а також виявляти можливості, які раніше були відкинуті, або невідомі.

Аналіз підходів до багатокритеріальної оптимізації, зроблений ще на початку 70-х років минулого століття, дозволив зробити висновок, що «майбутнє багатокритеріального програмування – в рішенні задач в інтерактивному режимі» [1], в якому оптимізація відбувається за участю експерта-людини, яка вибирає і приймає рішення на основі інформації, наданою системою підтримки прийняття рішень. Сутність інтерактивного підходу полягає в тому, щоб дозволити людині втручатись в процес пошуку рішення і розширити можливості його коригування за рахунок зворотного зв'язку між людиною і моделлю. Цей зв'язок повинен надавати ОПР можливість отримувати нові відомості про проблему, що стоїть перед нею, більш повно оцінювати взаємозамінність критеріїв та діапазон можливостей, що задається безліччю допустимих рішень. В ідеалі все це повинно дозволити ОПР краще розібратися, де шукати більш вдалі рішення і як розпізнати остаточне рішення, якщо його вдалося досягти. Суттєво, що це повинно досягатися за рахунок того, що людина робить краще за все (за наявністю нової інформації

виробляти поліпшені або виправлені судження).

Аналіз сучасних публікацій показує, що увага авторів переважно зосереджена на способах визначення розрахунковим шляхом вагових коефіцієнтів з метою заміни сукупності критеріїв певною скалярною функцією, яка й використовується як єдина основа для отримання оптимального рішення [2-4]. Такий підхід, що ґрунтується на визначених на науковій основі вагових коефіцієнтах, може бути ефективним лише для окремих класів задач. У більшості випадків чисто «об'єктивний» формалізований аналіз, що залишає поза увагою суб'єктивні цінності і можливості їхньої взаємної компенсації, не може дати правильних вказівок щодо доцільності прийняття тих чи інших рішень і результат такого аналізу часто буде неприйнятним. Тому такий підхід навряд чи може бути покладений в основу розробки програмних засобів для вирішення широкого класу задач багатокритеріальної оптимізації.

Мета статті

Метою статті є розробка інтерактивної процедури пошуку ОПР компромісного рішення при розв'язанні задач багатокритеріальної оптимізації, в яких альтернативи в явному вигляді не формулюються – замість цього в явному вигляді формулюються обмеження, що накладаються на можливі рішення. Її проведення повинно полегшувати для ОПР процес усвідомлення, який саме курс дій в даних конкретних умовах слід вибирати для узгодження своїх цілей, і гарантувати, що при досягненні компромісного рішення воно буде Парето-оптимальним (ефективним). При цьому реалізація такої процедури повинна передбачати використання комерційних програм однокритеріальної оптимізації як робочого математичного забезпечення.

Основна частина

Нехай якість об'єкта управління оцінюється вектор-функцією

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)), \quad (1)$$

компонентами якої є задані функції $f_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, k$) вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. На змінні x_j ($j = 1, n$) накладаються обмеження вигляду:

$$g_j \geq x_j \leq u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

$$d_l \geq q_l(x) \leq b_l \quad (l = 1, 2, \dots, m). \quad (3)$$

Потрібно знайти таку допустиму точку x^* , котра буде Парето-оптимальною і забезпечить отримання таких компромісних значень z_1, z_2, \dots, z_k критеріїв $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$, що вони будуть задовольняти суб'єктивним вимогам ОПР.

Для вирішення поставленого завдання в складі інтерактивної процедури, орієнтованої на досягнення експериментальним шляхом компромісу на основі локальних уподобань, необхідно мати, щонайменше, два механізми, почергове застосування яких у належній послідовності дозволить або виробити узгоджене рішення, або прийти до висновку про неможливість його досягнення. Це механізми пошуку і переналагодження.

Механізм пошуку – це механізм, за допомогою якого отримується нове ефективне рішення після чергового переналагодження моделі. Це рішення пропонується визначати у пронормованому просторі окремих критеріїв шляхом мінімізації відстані від цього рішення до «ідеальної» точки, визначеної шляхом оптимізації кожного з критеріїв окремо і яка у загальному випадку є недосяжною. Величина відстані оцінюється сумою квадратів відхилень кожного з критеріїв від свого оптимального значення.

Суттєво, що кількісне значення цієї відстані не несе змістовного навантаження щодо оцінки отриманого рішення ОПР і не є інформацією, яку треба надавати ОПР в процесі вироблення узгодженого рішення.

Механізм переналагодження – це механізм, котрий з урахуванням результатів попередніх пошуків, перш за все – поточного і попереднього, створює нові умови для розкриття суперечливості критеріїв та визначення на цій основі поточних модифікацій моделі. Останні можуть включати в себе:

- корегування коефіцієнтів «узгодження», у відповідності з якими змінюються масштаби кількісної оцінки відстані окремих критеріїв до їхніх «ідеальних» значень, корегуючи таким чином їх «силу тяжіння» до цих значень. Таке перенормування простору критеріїв створює передумови для зсуву поточного рішення у напрямку, заданому змінами коефіцієнтів узгодження;

- додавання критеріїв в нежорсткі обмеження з заданими величинами їхніх найгірших значень. При максимізації критерія задана величина обмежує найгірше значення цього критерія з відношенням « \geq », а при мінімізації – з відношенням « \leq ». Якщо хоча б в одному з критеріїв буде задана величина

найгіршого значення, яка буде конфліктувати з тією, до якої її буде тягнути «сила тяжіння», то це призведе до відповідного зсуву ефективного рішення;

- корегування множини вихідних обмежень (3). Ефективність такого способу модифікації моделі залежить від наочності множини звітів, що видаються комерційним програмним забезпеченням, яке застосовується для однокритеріальної оптимізації, та відповідної кваліфікації ОПР щодо їхнього використання, і тому далі він не розглядається.

Алгоритм запропонованої процедури, яку можна назвати процедурою зсуву точки суб'єктивної ефективності, складається з наступних кроків.

Крок 1. Будується таблиця екстремальних рішень, колонки якої відображають значення елементів критеріальних векторів $z^{(i)}$ ($i=1,2, \dots, k$), отриманих оптимізацією кожного критерію окремо. Елементи z_{ii} уздовж головної діагоналі цієї таблиці дорівнюють оптимальним значенням цих критеріїв, утворюючи ідеальний критеріальний вектор z^* з елементами, $z^*_1 = z_{11}, z^*_2 = z_{22}, \dots, z^*_k = z_{kk}$, одночасне досягнення яких у загальному випадку неможливе:

	$z^{(1)}$	$z^{(2)}$...	$z^{(k)}$
z_1	z_{11}	z_{12}	...	z_{1k}
z_2	z_{21}	z_{22}	...	z_{2k}
...
z_k	z_{k1}	z_{k2}	...	z_{kk}

Крок 2. Обчислюються початкові значення коефіцієнтів узгодження. Спочатку вони обчислюються за абсолютною величиною за формулою (4), де z_{max} – це максимальний, а z_{min} –

мінімальний елемент i -ого рядка таблиці екстремальних рішень, а потім з метою спрощення подальшого їхнього порівняння та коригування масштабуються за формулою (5).

$$\rho_i = \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^k \text{abs}(z_{ij})} \text{abs} \left(\frac{z_{max} - z_{min}}{\sum_{j=1}^k \text{abs}(z_{ij})} \right) \right)^2, \quad (4)$$

$$\beta_i = \rho_i / \sum_{j=1}^k \rho_j. \quad (5)$$

У цих формулах i – номер рядка, а j – номер колонки таблиці екстремальних рішень, r_{max} – максимальне ρ_i . ($i = 1, \dots, k$). СENS першого множника у формулі (4) – згладити різномірність критеріїв та довільність вибору масштабів їхніх оцінок у квадратичній функції (6). СENS другого – збільшити вагу критеріїв з більшими відносними межами значень. *Крок 3.* Оптимізація окремих критеріїв не дає гарантії, що отримані рішення $z^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, k$) є ефективними. Тобто немає гарантії, що не можна покращити

значення деяких критеріїв без погіршення інших. Цей крок, який може бути й пропущеним, дозволяє гарантувати, що всі екстремальні рішення будуть доведені до Парето-оптимальних. Він складається з k -а послідовних мінімізацій квадратичної цільової функції (6) з накладанням обмежень (2) і (3), до яких на кожній ітерації додається один з критеріїв як $m+1$ обмеження: $f_i(x) = z^*_i$.

Якщо цей крок не пропускається, бажано перерахувати коефіцієнти узгодження за формулами (4) та (5).

$$F(x) = \beta_1 (z^*_1 - f_1(x))^2 + \beta_2 (z^*_2 - f_2(x))^2 + \dots + \beta_k (z^*_k - f_k(x))^2 \quad (6)$$

Крок 4. Отримується нове рішення мінімізацією квадратичної цільової функції (6) з накладанням лише обмежень (2) і (3).

Наступні кроки (в необмеженій кількості) направлені на те, щоб в процесі інтерактивного цілеспрямованого експерименту дослідити область можливих рішень і знайти серед них більш гарні (з точки зору ОПР) рішення. На кожному з цих кроків мінімізується квадратична цільова функція $F(x)$ після корегування одного чи декількох коефіцієнтів узгодження β_i .

Корегування цих коефіцієнтів дозволяє змінити масштаби кількісної оцінки відстані критеріїв до їхніх «ідеальних» значень, що, як правило, призводить при мінімізації функції $F(x)$ до отримання нового ефективного рішення.

Крім того, нове рішення може бути отримане мінімізацією функції $F(x)$ навіть

при тих же самих коефіцієнтах після накладання обмежень на найгірше значення одного чи декількох критеріїв, якщо хоча б одне з цих значень буде краще поточного значення відповідного критерію. Зрозуміло, що накладання неадекватних умов призведе до неможливості отримання нового рішення через протиріччя з обмеженнями (3). Процес узгодження можна продовжувати, поки одні з компонентів критеріального вектора z менш прийнятні, ніж інші і поточну ситуацію можна поліпшити за рахунок компромісів.

Якщо ОПР не хоче йти на компроміс, збільшуючи чи зменшуючи деякі компоненти вектора z за рахунок інших, то процес завершується.

Процес досягнення узгодженого ефективного рішення проілюструємо на такому прикладі [1]: знайти вектор $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$, що максимізує чотири функції

$$f_1(x) = 15x_1 + 5x_2 + 12x_3 - 8x_4 + 2x_5 + 7x_6 - 17x_7 - 1x_8 - 14x_9 + 9x_{10}$$

$$f_2(x) = -17x_1 - 19x_2 - 1x_3 + 3x_4 - 4x_5 - 18x_6 + 14x_7 + 4x_8 - 16x_9 - 11x_{10}$$

$$f_3(x) = -3x_1 + 3x_2 + 13x_3 + 8x_4 + 15x_5 + 18x_6 + 17x_7 - 19x_8 + 14x_9 - 19x_{10}$$

$$f_4(x) = -x_1 + 2x_4 + 8x_5 - 4x_6 + 7x_7 + 9x_8$$

і задовольняє обмеженням

$$18x_1 + 11x_6 + 2x_7 + 6x_8 + 3x_{10} \leq 100,$$

$$4x_1 + 19x_3 + 15x_4 + 1x_5 + 11x_6 + 13x_7 \leq 100,$$

$$8x_2 + 3x_4 + 11x_8 \leq 100,$$

$$12x_5 + 2x_6 + 5x_7 + 3x_9 + 4x_{10} \leq 100,$$

$$13x_1 + 4x_3 + 9x_5 + 7x_6 + 3x_7 + 13x_8 + 12x_9 + 3x_{10} \leq 100,$$

$$4x_3 + 19x_5 + 8x_9 + 9x_{10} \leq 100,$$

$$8x_1 + 3x_2 + 18x_3 + 3x_5 + 2x_7 + 2x_9 + 5x_{10} \leq 100,$$

$$1x_2 + 9x_4 + 13x_9 + 19x_{10} \leq 100,$$

при $x_i \geq 0$.

Оскільки задача визначена без певного змістовного навантаження, яке б стимулювало проведення процедури узгодження, будемо вважати, що для ОПР важливо, щоб в узгодженому рішенні критерії мали максимально можливі але близькі за величиною значення. Розглянемо декілька кроків вирішення цієї задачі з використанням розглянутого алгоритму:

Крок 1. Оптимізується окремо кожен критерій і отриманні результати заносяться в таблицю екстремальних рішень (таб.1).

Данні в колонках цієї таблиці відображають суперечливості критеріїв.

Таблиця 1

	$z^{(1)}$	$z^{(2)}$	$z^{(3)}$	$z^{(4)}$
z_1	183,4	-137	-108	-116
z_2	-429	131,4	-208	90,44
z_3	117,3	18,34	270,8	157,9
z_4	-4,04	107,1	81,48	114,4

Крок 2. За формулами (4) і (5) обчислюються початкові значення коефіцієнтів «узгодження» $\beta = \{0,296; 0,146; 0,159; 0,399\}$.

Крок 3. Оскільки ні одне з екстремальних рішень не є задовільним і всі вони дуже далекі від того, щоб служити відправною точкою для

З них видно, що оптимізація першого може призвести до суттєвого погіршення четвертого і, особливо, другого. Оптимізація другого – до суттєвого погіршення першого і третього. Оптимізація третього – до суттєвого погіршення першого та другого. Оптимізація четвертого – до суттєвого погіршення першого. Оптимізовані значення критеріїв, що знаходяться на головній діагоналі, таб. 1 утворюють ідеальний критеріальний вектор $z^* = \{183,4; 131,4; 270,8; 114,4\}$, який, із-за суперечливості критеріїв, є недосяжним.

вироблення компромісного рішення, то крок, щодо гарантування забезпеченості їхньої ефективності (Парето-оптимальності), опускається.

Крок 4. Мінімізується квадратична функція (7) з обчисленими в п. 2 значеннями коефіцієнтами узгодження, що дає такі результати:

$$x = \{0; 0; 4,81; 0; 4,251; 0; 0,336; 0; 0; 0\}, z = \{60,51; -17,11; 131,99; 36,35\}$$

$$F(x) = \beta_1(183,4 - f_1(x))^2 + \beta_2(131,4 - f_2(x))^2 + \beta_3(270,8 - f_3(x))^2 + \beta_4(114,4 - f_4(x))^2 \quad (7)$$

Крок 5. В отриманому рішенні особливо неприйнятним є значення другого критерія, яке потребує значного підвищення. Виходячи із вище визначеної суб'єктивної точки зору ОПР («максимальні значення критеріїв з мінімальними відхиленнями між собою») це бажано зробити, в першу чергу, за рахунок 3-ього критерію. І як видно зі значень 3-ьої колонки таб.1, зменшення коефіцієнта узгодження 3-ього критерію, може посприяти підвищенню значення 2-ого.

Дані 2-ої колонки таб. 1 вказують на те, що підвищення значення 2-ого критерію може суттєво зменшити

значення 1-ого, отже коефіцієнт узгодження останнього потрібно збільшити.

Зрозуміло, що наведений аналіз носить лише якісний і дуже наближений характер. Оцінити дійсний вплив конкретних значень коефіцієнтів узгодження на значення критеріїв можна лише після проведення експерименту, змінивши значення коефіцієнтів узгодження у відповідному напрямі, наприклад так, як показано в таб. 2. У цьому разі вектор змінних x буде мати значення $\{0; 0; 4,08; 0; 4,4; 0; 1,39; 2,34; 0; 0\}$.

Таблиця 2

	Коефіцієнти узгодження			Рішення		
	поточ.	попер.	зміни	зміни	поточ.	попер.
z_1	0,31	0,296	0,014	-28,71	31,80	60,51
z_2	0,47	0,146	0,324	24,22	7,11	-17,11
z_3	0,11	0,159	-0,049	-33,65	98,34	131,99
z_4	0,399	0,399	0	29,64	65,99	36,35

Крок 6. Аналізуючи загалом позитивні результати попереднього експерименту виникає питання про проведення наступного з приблизно такими ж змінами перших трьох коефіцієнтів узгодження та додатковою зміною четвертого у напрямі його

зменшення. В результаті мінімізації функції (7) з коефіцієнтами узгодження $\beta = \{0,324; 0,794; 0,061; 0,2\}$ буде отримано вектор $x = \{0; 0; 3,98; 0; 1,923; 0; 1,727; 4,738; 0; 0\}$ і значення критеріїв, наведені в таб. 3.

Таблиця 3

	Коефіцієнти узгодження			Рішення		
	поточ.	попер.	зміни	зміни	поточ.	попер.
z_1	0,324	0,31	0,014	-14,30	17,5	31,80
z_2	0,794	0,47	0,324	24,35	31,46	7,11
z_3	0,061	0,11	-0,05	-78,41	19,93	98,34
z_4	0,2	0,399	-0,199	4,12	70,11	65,99

Крок 7. З отриманих даних впливає доцільність зменшення коефіцієнтів β_2 та β_4 . Можливий результат наведено в

таб. 4. Значення змінних x дорівнюють $\{0; 0; 4,295; 0; 2,823; 0; 1,197; 4,14; 0; 0\}$.

Таблиця 4

	Коефіцієнти узгодження			Рішення		
	поточ.	попер.	зміни	зміни	поточ.	попер.
z_1	0,324	0,324	0	15,2	32,7	17,5
z_2	0,065	0,794	-0,144	-13,73	17,73	31,46
z_3	0,061	0,061	0	19,96	39,89	19,93
z_4	0, 1	0,2	-0,1	-1,89	68,23	70,11

Крок 8. Порівняння даних трьох останніх кроків вказує на наявність коливань значень перших трьох критеріїв навколо деяких середніх значень. Цим можна скористатися, встановивши обмеження на граничні (найгірші) значення. З іншого боку, значення четвертого критерія досить стабільне, незважаючи на суттєве зменшення коефіцієнта узгодження β_4 . Тому цей коефіцієнт можна прирівняти до нуля, унеможлививши різкий спад критерія

обмеживши його найгірше значення. Оскільки було прийнято, що для ОПР важливо, щоб в узгодженому рішенні критерії мали максимально можливі значення однакової величини, то в даному випадку для всіх критеріїв можна встановити обмеження однакової величини. Результат мінімізації функції (7) при встановленні на всі критерії обмеження «не менше 25» і значення $\beta_4 = 0$ вектор $x = \{0; 0; 4,291; 0; 0; 0; 1,42; 2,352; 0; 0\}$ наведено в таб. 5.

Таблиця 5

	Коефіцієнти узгодження			Рішення		
	поточ.	Попер.	Зміни	зміни	поточ.	Попер.
Z_1	0,324	0,324	0	15,2	25	32,7
z_2	0,065	0,065	-0,144	-13,73	25	17,73
z_3	0,061	0,061	0	19,96	35,25	39,89
z_4	0	0, 1	-0,1	-1,89	31,11	68,23

Крок 7. При встановленні на всі критерії обмеження «не менше 26» і тих самих коефіцієнтах узгодження отримуємо вектор $x = \{0; 0; 4,2331; 0; 0; 0; 1,362; 2,814; 0; 0\}$, а вектор $z = \{26; 25,996; 26; 34,86\}$

Хоча у наведеному прикладі уподобання ОПР носять дещо штучний характер («максимальні значення критеріїв, які повинні якомога менше відрізнятися між собою»), цей прилад достатньо повно ілюструє процес вироблення компромісного рішення при

використанні запропонованої процедури.

Висновки

1. Запропонована інтерактивна процедура вироблення компромісів при вирішенні безперервних задач багатокритеріальної оптимізації є евристичною, оскільки на питання, що потребують відповіді для просування в напрямку вироблення компромісу (які вибирати коефіцієнти узгодження та які накласти обмеження на критерії і на які саме?) не можна відповісти абсолютно чітко. Проте розуміння рішення,

відомостей, які створюють передумови отримання суб'єктивно кращого не викликає труднощів. На кожному етапі видно, ціною яких програшів в одних показниках набувається вииграш в інших і яким чином це було досягнуто. Неправильно вибрані коефіцієнти узгодження можуть бути скореговані на наступних кроках і призводять не до зупинення процесу, а лише до зростання кількості ітерацій. Отже, цю процедуру можна розглядати як слабоструктурований підхід послідовного вироблення кращого рішення, який може бути застосований у тих багатьох випадках, коли чисто «об'єктивний» аналіз просто не здатен дати вірних вказівок щодо доцільності прийняття формально виробленого рішення.

2. Оскільки запропонована процедура орієнтована на використання комерційних пакетів однокритеріальної оптимізації, то розмірність чи інші особливості задачі, яку можна вирішити, не лімітуються її багатокритеріальною природою. Вони лімітуються лише можливостями відповідного комерційного пакету, складністю його використання в діалоговому режимі з багаторазовими перебудовами параметрів цільової функції та обмежень, а також наочністю відображення відомостей, котрі бажано довести до ОПР на кожному етапі вироблення компромісу. Враховуючи це, можна стверджувати, що практичне застосування процедури можливе лише після розробки програмної оболонки для роботи з відповідним комерційним пакетом, котра буде забезпечувати користувачів зручним інтерфейсом, необхідним для реалізації розглянутої людино-машинної взаємодії.

Список літератури

1. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.

2. Чибісов Ю. В., Шульга Ю. С. застосування методів багатокритеріальної

оптимізації для вирішення задачі розподілу вагонів по вантажним фронтам [Текст] / Ю. В. Чибісов, Ю. С. Шульга // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. — 2014. — Вип7. — С. 134-138.

3. Божанова Т. А. Про узагальнені розв'язки однієї задачі векторної оптимізації на транспортних мережах [Електр. ресур] / Т. А. Божанова, П. І. Когут // Динамические системы: зб. наук. праць. — 2010. — Вип. 28. — С. 48-62. — Режим доступу : http://www.dynsys.crimea.edu/issue/28/dynsys_28_bozhanova.pdf Вісник

4. Прус Н. В. Можливості застосування багатокритеріальної оптимізації при плануванні витрат промислового підприємства [Текст] / Н. В. Прус // Вісник Хмельницького національного університету 2009, — № 3, Т. 1. — С. 219 – 222.

Статтю подано до редакції 12.12.2016