

УДК 629.7.06

Антонов В.К., д.т.н.

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ В БОКОВОЙ ПЛОСКОСТИ С ЗАДАНЫМ КАЧЕСТВОМ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Показана возможность построения алгоритмов управления с использованием вспомогательной дифференциальной системы, интегральное многообразие которой касается или пересекается с интегральным многообразием исследуемой управляемой системы

Ключевые слова: алгоритм, управление, траектория движения, боковое движение самолета

Вступление

В связи со сложившейся традицией законы управления самолетами в боковой плоскости конструируются согласно принципу построения регуляторов «по отклонению» [1]. Покажем, что законы управления этого назначения могут быть построены на основе применения идей интегральных многообразий и метода сравнения, содержащихся в работе Н.Е. Жуковского [2]. В этой работе примеры

графического представления траекторий движения оформлены в виде содержательных информативных рисунков, подобных рис.2 данной статьи. Таким образом, Н.Е. Жуковского следует считать основоположником взаимосвязанных концепций интегральных многообразий и метода сравнения.

Боковое движение самолета описываются системой уравнений (1)

$$\dot{\Psi} = \frac{g}{V} \operatorname{tg} \Psi; \quad \dot{Z} = V \sin \Psi; \quad \dot{X} = V \cos \Psi; \quad \dot{y} = k_y d_y, \quad (1)$$

где:

Ψ - угол поворота траектории;

g - ускорение свободного падения;

V - путевая скорость; θ - угол крена;

Z - боковое отклонение от линии заданного пути (ЛЗП);

X - пройденный путь;

$k_y < 0$ - коэффициент, учитывающий инерционность влияния отклонения элеронов на угол крена;

d_y - отклонение элеронов.

Постановка задачи

В отличие от традиционной постановки задачи стабилизация заданного пути, когда угол крена используется в качестве промежуточного («между элеронами и самолетом») управления, иначе - управляющей функции, управляемой (на более низком (иерархическом) уровне) элоро-

нами, для решения задачи воспользуемся общими представлениями метода сравнения, и введем вспомогательные линейное дифференциальное уравнение, описывающее желаемое поведение во времени бокового отклонения

$$\ddot{Z} + a_1 \dot{Z} + a_2 Z + a_3 Z = 0; \quad (2)$$

где:

Z - боковое отклонение от ЛЗП;

a_1, a_2, a_3 - действительные коэффициенты.

Эти коэффициенты определим из характеристического уравнения

$$(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3) = 0 \quad (3)$$

где:

p_1, p_2, p_3 - заданные собственные числа.

Зададим их действительными отрицательными для обеспечения желаемого апериодического характера изменения

бокового уклонения согласно уравнению (2). Коэффициенты уравнения (2), согласно (3), имеют вид

$$a_1 = -(p_1 + p_2 + p_3); \quad a_2 = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3; \quad a_3 = -p_1 p_2 p_3 \quad (4)$$

Уравнение (2) используем как систему сравнения для исследуемой системы (1). В отличие от обычного понимания системы сравнения как задающей желаемое поведение во времени некоторой вспомогательной функции фазовых координат, в нашем случае роль такой вспомогательной функции выполняет одна координата – боковое отклонение. Именно ее аperiodический характер является ведущим требованием к замкнутой системе. Одновременно упрощается постановка задачи, поскольку отпадает необходимость изошренного и плохо формализуемого построения вспомогательной функции (например квадратичной формы). Итак, боковое отклонение у нас является ведущей координатой формально, поскольку объединяет объект управления и систему сравнения в одну дифференциальную систему, и естественно является таковой безотносительно к системе сравнения, поскольку качество стабилизации ЛЗП полностью оценивается быстрым и

не колебательным поведением отклонения.

Схема решения состоит: - в нахождении производных бокового отклонения по времени второго и третьего порядка в силу уравнений объекта (1); - их подстановке в (2); - нахождении выражения для управления, т.е. разрешения таким образом получаемого подстановками уравнения относительно отклонения элеронов. При этом уравнение системы сравнения (2) обращается в тождество на решениях системы уравнений объекта управления (1). Этим обеспечивается совместность (1) и (2), и удовлетворение (2), ведущее к решению задачи.

Дифференцированием по времени второго уравнения системы (1), вычислим вторую производную от бокового уклонения

$$\ddot{Z} = V \dot{\Psi} \sin \Psi + V \cos \Psi \dot{\Psi}^2 \quad (5)$$

Повторным дифференцированием (5) вычислим третью производную бокового уклонения

$$\dddot{Z} = V \ddot{\Psi} \sin \Psi + 2V \dot{\Psi} \cos \Psi \dot{\Psi} - V \sin \Psi \dot{\Psi}^2 + V \cos \Psi \dot{\Psi}^3 \quad (6)$$

Для выражения (6) из первого уравнения системы (1) вычислим вторую производную от угла поворота траектории

$$\ddot{\Psi} = -\frac{g}{V^2} \operatorname{tg} g \dot{V} + \frac{g}{V} \frac{1}{\cos^2 g} \dot{g} = -\frac{g}{V^2} \operatorname{tg} g \dot{V} + \frac{g}{V} \frac{1}{\cos^2 g} k_y \dot{d}_y \quad (7)$$

Подставим (7) в (6), подставим $\dot{\Psi}$ из (1) в (5), и затем (5) и (6) подставим в (2).

$$\begin{aligned} & V \ddot{\Psi} \sin \Psi + 2V \dot{\Psi} \cos \Psi \frac{g}{V} \operatorname{tg} g - V \sin \Psi \frac{g^2}{V^2} \operatorname{tg}^2 g + V \cos \Psi \left(-\frac{g}{V^2} \operatorname{tg} g \dot{V} + \frac{g}{V} \frac{1}{\cos^2 g} \dot{g} \right) + \\ & + a_1 \left(V \dot{\Psi} \sin \Psi + V \cos \Psi \frac{g}{V} \operatorname{tg} g \right) + a_2 V \sin \Psi + a_3 Z = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнении (8) производную от угла крена определим в силу (1), обнулим производные от путевой скорости, считая движение неускоренным (это снижает

маневренность, но обеспечивает предпочитаемую стационарность работы двигателей, и упрощает расчет), тогда (8) принимает вид

$$-\frac{g^2}{V} \sin \Psi t g^2 g + g \frac{\cos \Psi}{\cos^2 g} k_y d_y + a_1 g \cos \Psi t g g + a_2 V \sin \Psi + a_3 Z = 0 \quad (9)$$

найдем выражение для управляющего воздействия – управление элеронов

$$d_y = \frac{1}{g k_y} \frac{\cos^2 g}{\cos \Psi} \left(\frac{g^2}{V} \sin \Psi t g^2 g - a_1 g \cos \Psi t g g - a_2 V \sin \Psi - a_3 Z \right) \quad (10)$$

Регулятор (10) обращает систему сравнения (2) в тождество на решениях системы (1), поэтому боковое отклонение удовлетворяет системе сравнения. Регулятор (10) является универсальным, и по форме не зависит от маневренных характеристик самолета. При обеспечении аperiodичности требование повышения быстродействия реализуется увеличением абсолютных значений собственных чисел в характеристическом уравнении (3). При этом возрастают перегрузки, крен и расход элеронов. Возможно применение дополнительных ограничителей отклонения элеронов и крена. Их действие не приво-

дит к потере устойчивости, поскольку в зоне ограничений эквивалентно непрерывным переходам на новые экспоненциально затухающие многообразия. Поэтому состоятельна постановка задачи о максимальном быстродействии в классе аperiodических решений, когда поисковыми являются собственные числа в характеристическом уравнении (3).

Проведем численное моделирование системы (1), замкнутой управлением (10). На рис. 1 приведены графики изменения во времени бокового отклонения при действии регулятора (10) для трех наборов собственных чисел уравнения (2).

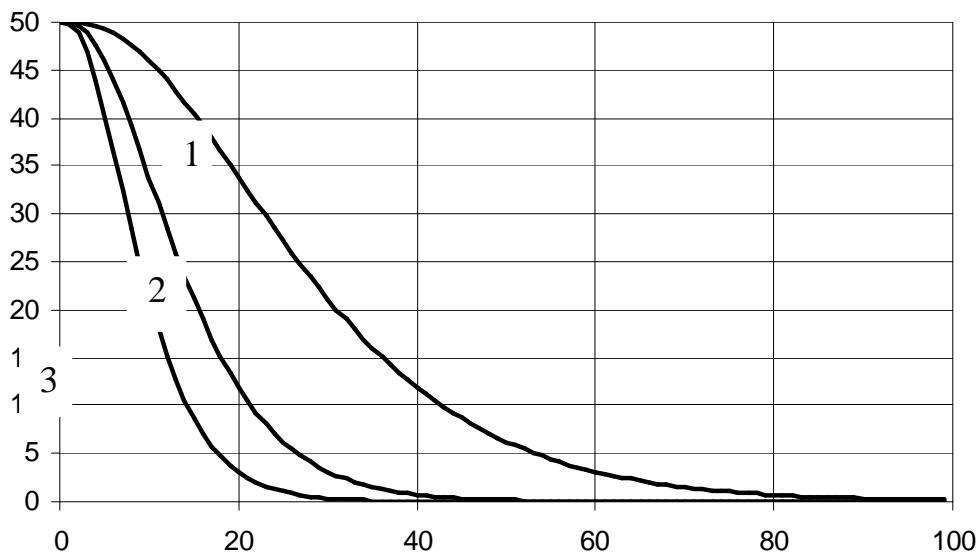


Рис.1. Графики изменения во времени (сек) бокового отклонения (м) для трех наборов значений собственных чисел вспомогательного уравнения: **1:** P1=-.1; P2=-.1; P3=-.1; **2:** P1=-.2; P2=-.2; P3=-.2; **3:** P1=-.3; P2=-.3; P3=-.3

Из рисунка видно, что при удалении собственных чисел (выбранных кратными) от мнимой оси в отрицательную сторону графики переходных процессов по боковому уклону показывают естественное увеличение скорости быстрого действия замкнутой системы ((1) + (10)).

Рассмотрим два обобщения изложенного способа построения регуляторов.

Первое обобщение: на рис. 2 схематически представлены два интегральных многообразия двух дифференциальных систем они касаются, и область касания является интегральное подмножество общее для двух систем (оно показано жирной линией).

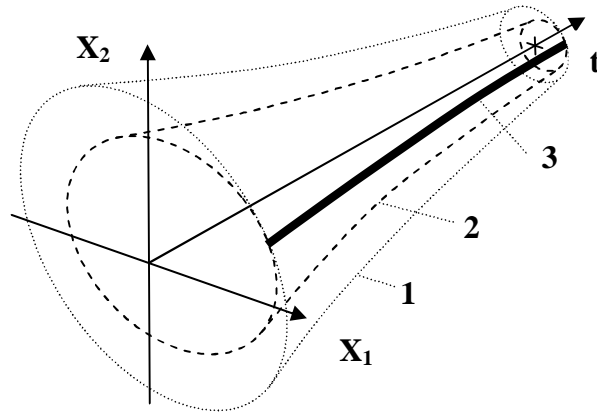


Рис. 2. Касающиеся (пересекающиеся) интегральные многообразия двух дифференциальных систем (в общем случае – с разными размерностями фазовых пространств).

- 1 – многообразие первой системы;
- 2 – многообразие второй системы;
- 3 – область касания многообразий

Область касания (пересечения) интегральных многообразий является интегральным многообразием искомого решения. Этот случай соответствует заданию вспомогательной функции, подчиняющейся системе сравнения, в виде некоторой комбинации координат объекта

управления (первой системы), и координат системы сравнения (второй системы).

Второе представление: на рис. 3 приведено изображение объединенного фазового пространства систем (1) и (2).

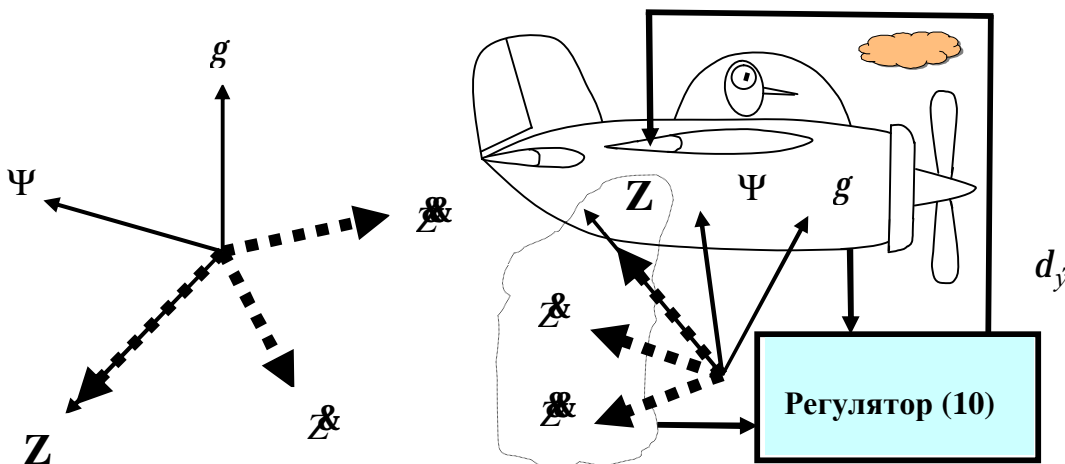


Рис. 3. Объединенное фазовое пространство объекта управления (тонкие сплошные оси фазовых координат) и системы сравнения (толстые штриховые оси) имеет общую ось Z .

Объект управления изображен физически, а система сравнения – в виде тонкого неровного контура.

Ось Z является множеством пересечения интегральных многообразий объекта управления и системы сравнения. Регулирующее воздействие d_y находится из условия обращения вспомогательного уравнения системы сравнения в тождество

во на решениях уравнений объекта управления.

Выводы

В качестве независимой переменной может быть выбран пройденный путь. В этом случае следует вычислить дифференцированием из третьего уравнения системы (1) дифференциалы времени через дифференциалы пройденного пути:

$$\dot{X} = V \cos \Psi \rightarrow dt = \frac{dX}{V \cos \Psi};$$

$$\ddot{X} = \dot{X} \cos \Psi - V \sin \Psi \dot{\Psi} \rightarrow dt^2 = \frac{d^2 X}{\dot{X} \cos \Psi - V \sin \Psi \dot{\Psi}};$$

$$\ddot{\ddot{X}} = \ddot{X} \cos \Psi - \dot{X} \sin \Psi \dot{\Psi} - \dot{X} \sin \Psi \dot{\Psi} - V \cos \Psi \dot{\Psi}^2 - V \sin \Psi \ddot{\Psi} \rightarrow dt^3 = \frac{d^3 X}{\ddot{X} \cos \Psi - 2\dot{X} \sin \Psi \dot{\Psi} - V \cos \Psi \dot{\Psi}^2 - V \sin \Psi \ddot{\Psi}};$$

подставить их в систему сравнения (2), и продолжить решение, например с использованием принципа максимума Понтрягина [3] – в постановке удовлетворения требования минимума пройденного пути в течение переходного процесса.

Список литературы

1. В.А.Бесекиерский, Е.П. Попов Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. - 759 с.
2. Н.Е.Жуковский Динамика аэропланов в элементарном изложении. Лекции для студентов МВТУ им. Баумана. ММ.: 1917. - 68 с.

3. Л.С.Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко Математическая теория оптимальных процессов М.: Наука, 1983. - 393 с.

Статью представлено в редакцию 29.10.2016