УДК 517.521(045)

Солодка Д. М.
Національний авіаційний університет, Київ

ПОНЯТТЯ ЧАСОВОГО РЯДУ, ЙОГО ПАМ'ЯТІ В ТЕХНІЧНОМУ АНАЛІЗІ

У статті детально розглядаються часові ряди та їх основі поняття, проаналізовано методи та моделі їх графічної побудови для наглядного аналізу трендів. Подано детальний розгляд типів показника Херста та, на його основі, розкрито поняття пам'яті часового ряду..

Показники багатьох явищ і процесів в економіці змінюються в часі. Цей розвиток має назву ***економічної динаміки***. Характерним для економічної динаміки є те, що рівень показників у наступному часовому періоді значною мірою залежить від їхнього рівня в минулому. Крім того, чим довший часовий інтервал між двома явищами, тим суттєвіша різниця як у кількісному, так і в якісному їхньому стані. В основу сучасних методів аналізу покладений пошук моделей нелінійного поводження часових рядів. Часовим рядом зазвичай називається послідовність подій, спостережуваних через деякі, як правило, рівні інтервали часу.

Часовий ряд записують як послідовність членів (рівнів): y_1, y_2, … y_t, … y_n, де n — кількість членів ряду; або скорочено: ряд y_t, $t = \overline{1,n}$, де t є порядковий номер рівня ряду, який набуває значень від 1 до n. Під ***довжиною*** ряду розуміють ***час*** від початкового рівня спостереження y_1 до останнього y_n. Довжина ряду складається з певної кількості рівнів ряду.

Динамічні ряди, характер яких не змінюється з часом, мають назву ***стаціонарних***.

Якщо ряд вважається стаціонарним, то середнє, дисперсія і значення варіації ряду дисперсії y_{t+m} мають бути такими ж, як і для y_t. Якщо ж ці показники змінюватимуться з часом, то ряд буде ***нестаціонарним***. Його легко зводять до стаціонарного, застосовуючи певні математичні перетворення, наприклад оператор різниць.

За допомогою побудови математичної моделі ряду можна пояснити поведінку ряду і здійснити прогноз на майбутні періоди.

Аналіз часового ряду починається з побудови і вивчення його графіка. Якщо нестаціонарність часового ряду очевидна, то першою справою треба виділити нестаціонарну складову ряду. Процес виділення тренду та інших компонент ряду, що призводять до порушення стаціонарності, може проходити в декілька етапів. На кожному з них розглядається ряд залишків, отриманий у результаті вирахування з вихідного ряду підібраної моделі тренду, або результат різницевих і інших перетворень ряду. Крім графіків, ознаками нестаціонарності часового ряду можуть служити автокореляційна функція, що прямує не до нуля (за винятком дуже великих значень лагів) і наявність яскраво виражених піків на низьких частотах у періодограмі. За допомогою автокореляційної функції досліджують також внутрішні зв'язки між елементами часових рядів.

Математично автокореляційна функція визначається як:

$$R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f^*(t-\tau)dt,$$

де функція $f(t)$ інтегрується у добутку з комплексно спряженою та зміщеною на певну величину τ (часто τ це час) функцією.

У вибіркових дослідженнях найпростіші числові характеристики описової статистики (середнє, медіана, дисперсія, стандартне відхилення, коефіцієнти асиметрії й ексцесу) звичайно дають достатньо інформативне уявлення про вибірку. Графічні методи уявлення й аналізу вибірок при цьому грають лише допоміжну роль, дозволяючи краще зрозуміти локалізацію і концентрацію даних, їхній закон розподілу.

Роль графічних методів при аналізі часових рядів цілком інша. Табличне уявлення тимчасового ряду й описових статистиків чаші усього не дозволяє зрозуміти характер процесу, у той час як за графіком тимчасового ряду можна зробити досить багато висновків.

Оцінка наявності тренда в досліджуваному часовому ряду здійснюється за допомогою методів Фостера-Стюарта і середніх відповідно до методики. У разі суперечності їх висновків перевага надається першому методу.

Відповідно до методу перевірки істотності різниці середніх початковий часовий ряд розбивається на дві однакові (або майже однакові) частини, після чого перевіряється гіпотеза про істотність різниці середніх для цих частин. Недолік методу полягає в неможливості правильно визначити наявність тренда у тому випадку, коли часовий ряд містить точку зміни тенденції в районі середини ряду.

У методі Форстера-Стюарта гіпотеза про відсутність тренда перевіряється за допомогою допоміжних функцій:

$$L = \sum_{t=2}^{T} It, \ I_t = U_t - V_t$$

$$u_t = \begin{cases} 1, \text{якщо } Y_t < Y_{t-1}, ..., Y_1 \\ 0 \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} 1, \text{якщо } Y_t < Y_{t-1}, ..., Y_1 \\ 0 \end{cases}.$$

Перевіряється гіпотеза про те, що L=0. Для перевірки будується t-статистика:

$$t_L = \frac{L}{L}, \text{ де } L^2 = 2\sum_{t=2} 1/t,$$

яка має розподіл Стьюдента з Т-1 ступенями свободи. Гіпотеза про відсутність тенденції не приймається, якщо розрахункове *t*-значення більше табличного на вибраному рівні значеннєвості 0,95.

В основу сучасних методів аналізу покладений пошук моделей нелінійного поводження часових рядів. Це пояснюється тим, що нелінійні моделі можуть уловлювати дуже складні патерни в часових рядах.

Головна ідея застосування методів хаотичної динаміки до аналізу часових рядів полягає в тому, що основна структура хаотичної системи, що містить у собі всю інформацію про систему, а саме атрактор динамічної системи (підмножина фазового простору, що притягує траєкторії в межі нескінченного часу), може бути відновлена через вимірювання тільки однієї спостережуваної характеристики цієї динамічної системи, фіксованої як часовий ряд. Відповідно до методу Грасбергера і Прокаччі процедура реконструкції фазового простору та відновлення хаотичного атрактора системи при динамічному аналізі часового ряду зводиться до побудови так званого фазового простору.

Головна ідея застосування методів хаотичної динаміки до аналізу часових рядів полягає в наступному. Виявляється, основна структура хаотичної системи, що містить у собі всю інформацію про систему, а саме, її атрактор (підмножина фазового простору, що притягає траєкторії в межі нескінченного часу), може бути відновлена через вимірювання тільки одного спостережуваного параметру цієї динамічної системи, фіксованого як часовий ряд.

Детерміновані динамічні системи описують еволюцію системи із часом у деякому фазовому просторі.

Часові ряди потім можна розглядати як послідовність спостережень $\{S_n = S(x_n)\}$. Тому що послідовність (звичайно скалярна) $\{S_n\}$ сама по собі не породжує багатомірний фазовий простір динамічної системи, необхідно використовувати деякий технічний прийом, щоб розкрити багатомірну структуру, використовуючи тільки наявні дані.

Відповідно до методу Грасбергера і Прокаччі, процедура реконструкції фазового простору і відновлення хаотичного атрактора системи при динамічному аналізі часового ряду, зводиться до побудови так званого лагового або відновленого простору за допомогою методу затримки (method of delays). Вектори в новому просторі, просторі вкладення, сформовані зі значень часового ряду скалярних вимірів з часовим запізнюванням:

$$S_n = (S_{n\_(m\_1)r}, S_{n\_(m\_2)r}, ..., S_n).$$

Число елементів m називається розмірністю вкладення, час ф зазвичай називається затримкою або лагом.

Одним із понять, що використовується для характеризування часових рядів та для перевірки гіпотези про довгострокову пам’ять часових рядів – це показник Херста. Обчислення показника Херста проводиться за допомогою методу нормованого розмаху (Rescaled Range (R/S) Analysis). Основною метою обчислення показника Херста є визначення довгострокової кореляції в часовому ряді, і виявлення його фрактальної структури. Крім того, відзначимо, що за допомогою R/ S-аналізу можна виявити існуючі в динаміці системи статистичні цикли.

У відповідності зі значенням показника Херста Н, всі часові ряди можуть бути класифіковані на три типи:

– антиперсистентні часові ряди (0<Н<0,5);
– випадкові часові ряди (Н = 0,5);
– персистентні часові ряди (0,5<Н<1).

Антиперсистентні тимчасові ряди відповідають типу систем, часто званих «повернення до середнього» - якщо система демонструє зростання у попередньому інтервалі часу, то найімовірніше, що в наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо відбувалося зниження, то ймовірний близький підйом. Стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки близько значення Н до нуля. Антиперсистентний ряд більш мінливий, ніж ряд випадковий, тому що складається із частих змін фаз піднесення і спаду.

Персистентні або трендостійкі ряди характеризуються наступним типом поведінки: якщо ряд зростає (спадає) у попередній період, то, ймовірно, що він буде зберігати цю тенденцію якийсь час у майбутньому, тобто система в середньому зберігає свій тренд. Сила персистентності збільшується при наближенні показника Херста до одиниці, тобто стовідсоткової кореляції.

Херст показав, що більшість природних явищ, включаючи річкові стоки, температури, опади, сонячні плями слідують «зміщеному випадковому блуканню» – тренду з шумом. Сила тренду і рівень шуму можуть бути оцінені тим, як змінюється нормований розмах з часом, або, іншими словами, наскільки величина Н перевершує 0,5. Метод Херста можна застосувати при вивченні тимчасових рядів природних явищ на та перекладення їх на тимчасові ряди в економіці і на ринках капіталу, щоб з'ясувати, чи є ці ряди також зміщеними випадковими блуканнями.

Для порівняння різних типів тимчасових рядів Херст розділив нормований розмах на стандартне відхилення вихідних спостережень. Цей «нор-мований розмах» має збільшуватися з часом.

Відповідно до статистичної механіки показник Н повинен був дорівнювати 0,5, якщо ряд представляє собою випадкове блукання. Іншими словами, розмах накопичених відхилень повинен збільшуватися пропорційно квадратному кореню з часу N. Коли Херст застосував свою статистику до запису стоків Нілу, він знайшов Н = 0,90. Він випробував інші річки. Значення Н було зазвичай більше 0,50. І для інших природних явищ, у всіх випадках Херст отримував Н-більше ніж 0,50. Що це означало?

Коли Н відрізняється від 0,50, то це означає, що спостереження є незалежними. Кожне спостереження несе пам'ять про всіх попередніх подіях. Це не короткочасна пам'ять, яку часто називають «марківською». Це інша пам'ять – довготривала, теоретично вона зберігається назавжди. Недавні події мають вплив більший, ніж події віддалені, але залишкове вплив цих останніх завжди відчутно. У довготривалому масштабі система, яка дає статистику Херста, є результат довгого потоку взаємопов'язаних подій. Те, що трапляється сьогодні, впливає на майбутнє. Те, де ми знаходимося тепер, визначається тим де ми були в минулому. Час виявляється важливим чинником. Подібно до того як галька захоплюється поточної водою сьогоднішні події спрямовуються в майбутнє. Сила цього прагнення поступово слабшає – до тих пір, поки всі його цілі і наміри не зведуться до нуля.

Включення «стріли часу» неможливо в стандартній економетриці, яка передбачає інваріантні ряди по відношенню до часу. На противагу цьому ми знаходимо, що час – ітеративний процес, подібний грі хаоса. Вплив сьогодення на майбутнє може бути виражено кореляційним співвідношенням:

$$C = 2^{2H-1} - 1,$$

де C – міра кореляції, H – показник Херста.

H, рівне 0,5, вказує на випадковий ряд. Події випадкові й некоррельовані. Права частина рівняння перетворюється в нуль. Сьогодення не впливає на майбутнє. Функція щільності ймовірності може бути нормальною кривою, однак це не обов'язкова умова. R/S –аналіз може класифікувавши довільний ряд, безвідносно до того, який вид розподілу йому відповідає. У курсах статистики нам кажуть що природа слідує нормальному розподілу. Відкриття Херста це положення спростовує.

Існує випадок, коли 0<H<0,5. Цей діапазон відповідає антиперсистентним, або ергодичним рядам. Такий тип системи часто називають «повернення до середнього». Якщо система демонструє зростання в попередній період, то швидше за все в наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо йшло знижений то ймовірний близький підйом. Стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки Н близько до нуля. Чим ближче його значення до нуля, тим ближче стійкість в рівнянні до -0,5, або негативної кореляції. Такий ряд більше мінливий, або волатильним, ніж ряд випадковий, тому що складається із частих реверсів спад-підйом. Незважаючи на широке поширення концепції повернення до середнього в економічній і фінансовій літературі, до цих пір було знайдено мало антиперсистентних рядів.

При 0,5<H<1.0 ми маємо персистентні, або тренд-стійкі ряди. Якщо ряд зростає (убуває) у попередній період, то ймовірно, що він буде зберігати цю тенденцію якийсь час у майбутньому. Тренди очевидні. Тренд-стійкість поведінки, або сила персистентності, збільшується при наближенні H до одиниці, або 100 % кореляції. Чим ближче H до 0,5, тим більше зашумлений ряд і тим менш виражений його тренд. Персистентий ряд – це узагальнення броунівський рух, або зміщені випадкові блукання. Сила цього зміщення залежить від того, наскільки Н більше 0,5.

Персистентні тимчасові ряди являють собою більш цікавий клас, так як виявилося, що вони не лише у достатку виявляються в природі, – це відкриття належить Херсту, – але і властиві ринків капіталу. Це можливо побачити в імітаторі Херста, коли він проводив експеримент з колодою.

У імітаторі Херста випадкова подія (початкове зняття колоди карт) визначає ступінь зміщення. Інша випадкова подія (поява джокера) обумовлює довжину зміщеного пробігу. Проте два цих випадкових події мають межі. Ступінь зсуву обмежена екстремумами +7 і -7. Зсув в цій системі змінюється в середньому після 27 зняти колоди, тому що в зміщеною колоді міститься 27 карт. Знову комбінація випадкових подій створює впорядковану структуру. Проте на противагу грі хаосу це статистична структура, і вона вимагає уважної перевірки: якщо ринки капіталу утворюють статистики Херста (а це так і є), то тоді їх імовірнісні розподілу не є нормальними. Якщо випадкове блукання не застосовується, багато методи кількісного аналізу руйнуються, особливо це відноситься до моделі оцінки капітальних активів (CAPM – Capital Asset Pricing Model) і концепції ризику як стандартного відхилення або волатильності.

Неважко зрозуміти, яким чином статистика Херста може виникати в структурі ринку капіталу. Зсув генерується інвесторами, які реагують на поточну економічну обстановку. Цей зсув триває до тих пір, поки не з’явиться нова випадкова інформація (економічний еквівалент джокера) і не змінить зміщення за величиною, напрямом або в тому і в іншому плані.

Показник Херса має також фрактальну природу. Персистентний часовий ряд, визначений для 0б5<Н<1б0 є фракталом, оскільки може бути описаний як узагальнене броунівський рух.

В узагальненому броунівському русі існує кореляція між подіями на часовій шкалі.

Внаслідок цього ймовірність двох подій, йдуть одне за іншим, не 50/50. Показник Херста *H* описує таку ймовірність, при якій дві відбуваються послідовно події можуть бути однаковими. Якщо М = 0,6, існує, в принципі, велика ймовірність того, що якщо попереднє рух був позитивним, то воно і залишиться позитивним ще якийсь час. Це не справжня ймовірність, це просто захід «зсуву».

Оскільки точки (події) тимчасового ряду не різновірогідні (зважаючи на те що породжуються випадковим блуканням), фрактальна розмірність імовірнісного розподілу не дорівнює 2, її величина лежить в діапазоні від 1 до 2 – Мандельброт (1972) показав, що величина, зворотна *H*, є фрактальна розмірність. Випадкове блукання при *H* = 0,5 повинно мати фрактальну розмірність рівну 2. Якщо *H* = 0,7 – фрактальна розмірність дорівнює 1/0,7 або 1,43. Відмітимо, що випадкове блукання в дійсності двомірне і цілком заповнює площину.

Список літератури

1. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов: Прогноз и управление. //Вып. – М.: Мир, 1974.

2. *Федер Е.* Фракталы, // – М.: Мир, 1991.

3. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. // – М.: Мир, 2000.

Науковий керівник – Лещинський О.Л., канд. фіз.-мат. наук, доц.