

## УПРАВЛІННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЮ БЕЗПЕКОЮ / INFORMATION SECURITY MANAGEMENT

### МЕТОД $n$ -КРАТНОГО ИНКРЕМЕНТИРОВАНИЯ ЧИСЛА ТЕРМОВ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА И ОЦЕНИВАНИЯ РИСКОВ

Александр Корченко<sup>1</sup>, Бахытжан Ахметов<sup>2</sup>, Светлана Казмирчук<sup>1</sup>,  
Майгуль Жекамбаева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний авіаційний університет, Україна

<sup>2</sup>Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева, Республика Казахстан



**КОРЧЕНКО Александр Григорьевич, д.т.н.**

*Год и место рождения:* 1961 год, г. Киев, Украина.  
*Образование:* Киевский институт инженеров гражданской авиации (с 2000 года - Национальный авиационный университет), 1983 год.  
*Должность:* заведующий кафедрой безопасности информационных технологий с 2004 года.  
*Научные интересы:* информационная и авиационная безопасность.  
*Публикации:* более 300 научных публикаций, среди которых монографии, словари, учебники, учебные пособия, научные статьи и патенты на изобретения.  
*E-mail:* [icaocentre@nau.edu.ua](mailto:icaocentre@nau.edu.ua)



**АХМЕТОВ Бахытжан Сражатдинович, д.т.н.**

*Год и место рождения:* 1954 год, Республика Казахстан.  
*Образование:* МВТУ имени Н.Э. Баумана, 1977 год.  
*Должность:* директор Института информационных и телекоммуникационных технологий с 2011 года.  
*Научные интересы:* автоматизация управления, информатизация образования, защита информации и энергосберегающие технологии.  
*Публикации:* автор 250 научных и учебно-методических трудов, в числе которых 7 монографий, 11 учебных пособий и 10 патентов.  
*E-mail:* [b\\_akhmetov@ntu.kz](mailto:b_akhmetov@ntu.kz)



**КАЗМИРЧУК Светлана Владимировна, к.т.н.**

*Год и место рождения:* 1985 год, г. Алматы, Республика Казахстан.  
*Образование:* Национальный авиационный университет, 2006 год.  
*Должность:* доцент кафедры безопасности информационных технологий с 2012 года.  
*Научные интересы:* информационная безопасность, системы менеджмента информационной безопасности, защита программного обеспечения, комплексные системы защиты информации, управления информационными рисками.  
*Публикации:* более 50 научных публикаций, среди которых монографии, учебные пособия, учебно-методические комплексы дисциплин, научные статьи и материалы и тезисы докладов на конференциях.  
*E-mail:* [sv.kazmirchuk@gmail.com](mailto:sv.kazmirchuk@gmail.com)

## ЖЕКАМБАЕВА Майгуль Несипалдиевна



Год и место рождения: 1978 год, Алматы, Республика Казахстан.  
Образование: Казахский национальный университет имени К.И.Сатпаева, 2008 год.  
Должность: докторант кафедры «Компьютерная и программная инженерия».  
Научные интересы: информационная безопасность.  
Публикации: 7 научных публикаций.  
E-mail: [maia.kz@mail.ru](mailto:maia.kz@mail.ru).

**Аннотация.** При решении задач анализа и оценивания рисков информационной безопасности чаще всего необходимо выполнять обработку данных в нечетких условиях. Для реализации такого процесса используют систему, в которой оценивание осуществляется на основе лингвистических переменных, которые базируются на эталонных параметрических трапециевидных нечетких числах с заданным количеством термов. Эталоны определяются экспертами на этапе инициализации базовых величин в процессе настройки системы. Эффективность ее использования повысится, если будет предусмотрена возможность коррекции эталонов без привлечения необходимых экспертов. Для решения такой задачи предлагается метод  $n$ -кратного инкрементирования числа термов с использованием экспертных оценок, сделанных на этапе настройки системы. Это упростит процедуру корректировки эталонов, за счет реализации процесса  $n$ -кратного инкрементирования числа термов для трапециевидных нечетких чисел.

**Ключевые слова:** риск, анализ рисков, оценивание рисков, система анализа и оценивание рисков, нечеткая переменная, функция трансформирования термов лингвистических переменных, однократное инкрементирование, трапециевидные нечеткие числа.

В работе [1] разработаны средства анализа и оценивания рисков, информационной безопасности (ИБ), которые основываются на нечеткой логике, используют лингвистические переменные (ЛП) с фиксированным количеством терм-множеств, определенных экспертами на этапе инициализации базовых величин при настройке системы. Для повышения эффективности функционирования таких систем в работах [4, 5] были представлены методы  $n$ -кратного декрементирования (понижения) числа термов ЛП для трапециевидных и треугольных нечетких чисел (НЧ), которые позволяют уменьшать порядок ЛП без привлечения экспертов соответствующей предметной области. Также были разработаны методы инкрементирования числа термов на один порядок для трапециевидных и треугольных нечетких чисел НЧ. Дальнейшее развитие этих методов является актуальной задачей, решение которой даст возможность обобщить процесс инкрементирования числа термов, что позволит усовершенствовать соответствующие системы оценивания рисков.

Исходя из актуальности, целью данной работы, является разработка метода, который позволяет эквивалентно переопределять порядок (число термов) ЛП с  $n$ -кратным инкрементированием, при решении задач анализа и оценивания рисков ИБ. Это будет способствовать дальнейшему развитию указанных систем и расширит их возможности. Метод состоит из трех этапов, связанных с формированием, расширением и частным расширением базы.

Этап 1 – Формирование базы. Для достижения поставленной цели будем использовать метод  $n$ -кратного инкрементирования числа термов ЛП на основе функции ее трансформирования на плюс один порядок [2], которая обозначается как  $FT^{+1}$  (ЛП). В качестве ЛП воспользуемся  $DR$  – «СТЕПЕНЬ

РИСКА» [1]. Для вывода базовой формулы воспользуемся последовательностью из  $n$ - членов повышения  $DR^{(m)}$  [2] ( $m$  – количество терм-множеств) на один порядок, т.е.:

$$\begin{cases} DR^{(m+1)} = FT^{+1}(DR^{(m)}); \\ DR^{(m+2)} = FT^{+1}(DR^{(m+1)}); \\ DR^{(m+3)} = FT^{+1}(DR^{(m+2)}); \\ \dots \\ DR^{(m+n)} = FT^{+1}(DR^{(m+n-1)}). \end{cases} \quad (1)$$

Выполняя соответствующие подстановки в формуле (1), получим:

$$\begin{cases} DR^{(m+2)} = FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(m)})); \\ DR^{(m+3)} = FT^{+1}(FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(m)}))); \\ \dots \\ DR^{(m+n)} = \underbrace{FT^{+1}(\dots FT^{+1}(FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(m)})))\dots)}_n. \end{cases} \quad (2)$$

Обозначим через  $FT^{+n}$   $n$ -кратную последовательность реализации функции инкрементирования ЛП  $FT^{+1}$ , тогда выражение (2) представим в следующем виде:

$$\begin{cases} DR^{(m+2)} = FT^{+2}(DR^{(m)}); \\ DR^{(m+3)} = FT^{+3}(DR^{(m)}); \\ \dots \\ DR^{(m+n)} = FT^{+n}(DR^{(m)}). \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, последнюю запись в формуле (3) представляемую как:

$$DR^{(m+n)} = FT^{+n}(DR^{(m)}), \quad (4)$$

определим в качестве базовой формулы (или базы) для инкрементирования ЛП на  $n$ -й ( $+n$ ) порядок.

Этап 2 – Расширение базы. С учетом того, что ЛП ( $DR^{(m)}$ ) состоит из набора термов [1], то выражение (1) можно представить в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} DR^{(m+1)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_m}, \underline{T}_{DR_{m+1}}) &= FT^{+1}(DR^{(m)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m-1}}, \underline{T}_{DR_m})); \\ DR^{(m+2)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+1}}, \underline{T}_{DR_{m+2}}) &= FT^{+1}(DR^{(m+1)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_m}, \underline{T}_{DR_{m+1}})); \\ DR^{(m+3)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+2}}, \underline{T}_{DR_{m+3}}) &= FT^{+1}(DR^{(m+2)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+1}}, \underline{T}_{DR_{m+2}})); \\ \dots & \\ DR^{(m+n)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+n-1}}, \underline{T}_{DR_{m+n}}) &= FT^{+1}(DR^{(m+n-1)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+n-2}}, \underline{T}_{DR_{m+n-1}})). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Выполнив соответствующие подстановки в выражении (5) получим:

$$\left\{ \begin{aligned} DR^{(m+2)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+1}}, \underline{T}_{DR_{m+2}}) &= FT^{+2}(DR^{(m)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m-1}}, \underline{T}_{DR_m})); \\ DR^{(m+3)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+2}}, \underline{T}_{DR_{m+3}}) &= FT^{+3}(DR^{(m)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m-1}}, \underline{T}_{DR_m})); \\ \dots & \\ DR^{(m+n)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+n-1}}, \underline{T}_{DR_{m+n}}) &= FT^{+n}(DR^{(m)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m-1}}, \underline{T}_{DR_m})). \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Таким образом последнее аналитическое выражение в формуле (6)

$$DR^{(m+n)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m+n-1}}, \underline{T}_{DR_{m+n}}) = FT^{+n}(DR^{(m)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \dots, \underline{T}_{DR_{m-1}}, \underline{T}_{DR_m})), \quad (7)$$

определим, как расширение базовой формулы (4).

Этап 3 – Частное расширение базы. Так как, ЛП  $DR^{(m)}$  представляется НЧ с различными функциями принадлежности (ФП)  $\mu(dr)$  [3], а для целей компактного описания такие ФП удобно

описывать трапециевидными НЧ вида  $\underline{X}_{DR_j} = (a_j, b_{1j}, b_{2j}, c_j)_{LR}$ , где  $a_j$  и  $c_j$  – абсциссы нижнего основания, а  $b_{1j}$  и  $b_{2j}$  – абсциссы верхнего основания трапеции [3] (при  $j = \overline{1, m}$ ), то выражение (7) представим в виде:

$$DR^{(m+n)}((a_1, b_{11}, b_{21}, c_1), (a_2, b_{12}, b_{22}, c_2), \dots, (a_{m+n-1}, b_{1m+n-1}, b_{2m+n-1}, c_{m+n-1}), (a_{m+n}, b_{1m+n}, b_{2m+n}, c_{m+n})) = FT^{+n}(DR^{(m)}((a_1, b_{11}, b_{21}, c_1), (a_2, b_{12}, b_{22}, c_2), \dots, (a_{m-1}, b_{1m-1}, b_{2m-1}, c_{m-1}), (a_m, b_{1m}, b_{2m}, c_m))), \quad (8)$$

и назовем его первым частным расширением базы.

Рассмотрим работу метода на конкретном примере, при этом положим в основу первое частное расширение базы. В качестве исходных данных, с учетом возможности дальнейшей верификации,

будем использовать эталонные трапециевидные НЧ с равномерным, неравномерным, возрастающим и убывающим типом распределения при  $m=3$  (см. табл. 1).

Таблица 1

Пример эталонных трапециевидных НЧ при  $m=3$

Тип распределения НЧ ЛП DR	НЧ $\underline{T}_{DR_j}, = (a_j, b_{1j}, b_{2j}, c_j)_{LR} (j = \overline{1,3})$		
	$\underline{T}_{DR_1}$	$\underline{T}_{DR_2}$	$\underline{T}_{DR_3}$
Равномерный	$(0; 0; 20; 40)_{LR}$	$(20; 40; 60; 80)_{LR}$	$(60; 80; 100; 100)_{LR}$
Неравномерный	$(0; 0; 18; 35)_{LR}$	$(18; 35; 60; 85)_{LR}$	$(60; 85; 100; 100)_{LR}$
Возрастающий	$(0; 0; 3; 16)_{LR}$	$(3; 16; 33; 65)_{LR}$	$(33; 65; 100; 100)_{LR}$
Убывающий	$(0; 0; 28; 51)_{LR}$	$(28; 51; 71; 87)_{LR}$	$(71; 87; 100; 100)_{LR}$

Так как реализация функции  $FT^{+1}(DR^{(m)})$  рассматривалась в [2], то осуществим соответствующие преобразования при  $n = \overline{2,3}$ .

Поскольку вычислить обобщенную функцию достаточно сложно, реализуем такие преобразования

$$DR^{(5)} = FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(3)})),$$

а формула (7) будет иметь следующий вид:

$$DR^{(5)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \underline{T}_{DR_3}, \underline{T}_{DR_4}, \underline{T}_{DR_5}) = FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(3)}(\underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \underline{T}_{DR_3}))),$$

где

$$\underline{T}_{DR}^{(3)} = \left\{ \bigcup_{j=1}^3 \underline{T}_{DR_j} \right\} = \left\{ \underline{T}_{DR_1}, \underline{T}_{DR_2}, \underline{T}_{DR_3} \right\} = \left\{ \underline{PH}, \underline{PC}, \underline{PB} \right\}, j = \overline{1,3}, \quad (9)$$

а PH – «Степень риска нарушения ИБ низкая», PC –

в виде итераций. Поэтому целесообразно воспользоваться выражением (2). Пусть  $n=2$ , а  $m=3$  ( $m$  – количество термов в ЛП), тогда выражение (2) принимает вид:

«Степень риска нарушения ИБ средняя», PB – «Степень риска нарушения ИБ высокая», при этом

$$T_{DR}^{(5)} = \left\{ \bigcup_{j=1}^5 T_{DR_j} \right\} = \left\{ T_{DR_1}, T_{DR_2}, T_{DR_3}, T_{DR_4}, T_{DR_5} \right\} = \left\{ \underline{HP}, \underline{PH}, \underline{PC}, \underline{PB}, \underline{PP} \right\}, \quad (10)$$

а HP - «Незначительный риск нарушения информационной безопасности (ИБ)», PH - Степень риска нарушения ИБ низкая», PC - «Степень риска нарушения ИБ средняя», PB - «Степень риска

нарушения ИБ высокая», PP - «Предельный риск нарушения ИБ». Исходя из этого выражение (8) можно представим в следующем виде:

$$DR^{(5)}((a_1, b_{11}, b_{21}, c_1), (a_2, b_{12}, b_{22}, c_2), (a_3, b_{13}, b_{23}, c_3), (a_4, b_{14}, b_{24}, c_4), (a_5, b_{15}, b_{25}, c_5)) = FT^{+1}(FT^{+1}(DR^{(3)}((a_1, b_{11}, b_{21}, c_1), (a_2, b_{12}, b_{22}, c_2), (a_3, b_{13}, b_{23}, c_3))))). \quad (11)$$

**Пример 1 - равномерный тип распределения.** Пусть ЛП  $DR^{(3)}$  определяется термами из (9). Для определения числовых значений  $T_{DR_j}$ ,  $j = \overline{1,3}$  воспользуемся данными из табл. 1 с

равномерным типом распределения НЧ, т.е. для которых будет истинным условие равномерности (см. (6) в [4]):

$\Omega_p = (b_{21} - b_{11} = b_{22} - b_{12}) \wedge (b_{22} - b_{12} = b_{23} - b_{13}) \wedge (b_{12} - b_{21} = b_{13} - b_{22}) = (20 - 0 = 60 - 40) \wedge (60 - 40 = 100 - 80) \wedge (40 - 20 = 80 - 60) = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$ . Как видно условие равномерности истинно ( $\Omega_p = 1$ ), следовательно НЧ ЛП  $DR^{(3)}$  соответствует равномерному типу распределения (см. рис. 1, а, б и табл. 1-3)).

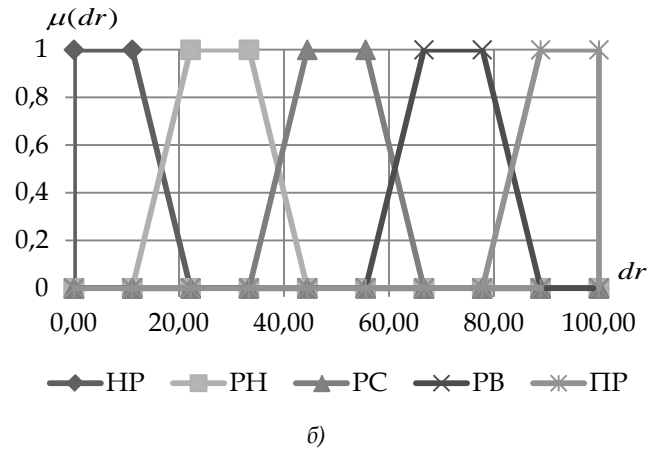
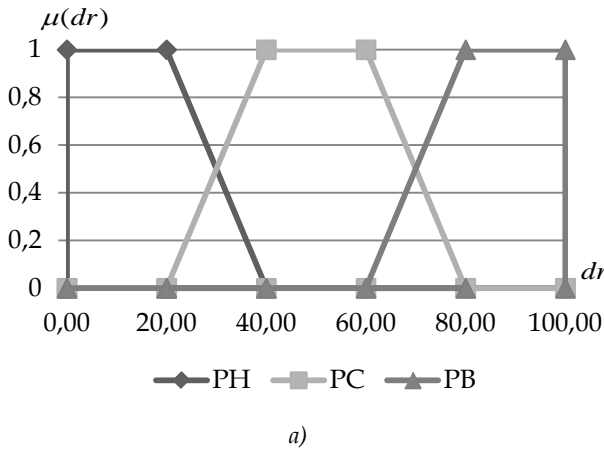


Рис. 1. Термы эталонных значений равномерно распределенных НЧ для ЛП  $DR^{(3)}$ : а)  $T_{DR}^{(3)}$ ; б)  $T_{DR}^{(5)}$

Для реализации функции (8) посредством выполнения необходимых этапов (см. [2]) осуществим n-кратное инкрементирование заданной в (11) ЛП  $DR^{(3)}$  при n=2. Инкрементирование на 2-порядка будем осуществлять с помощью 2-кратной итерации.

**Этап 1.** Для определения корректирующих параметров воспользуемся выражениями (3) и (4) из [2].

Первая итерация:  $k_1^{(4)} = (b_{21}^{(3)} - b_{11}^{(3)} + b_{22}^{(3)} - b_{12}^{(3)} + b_{23}^{(3)} - b_{13}^{(3)}) / 3 = (20 - 0 + 60 - 40 + 100 - 80) / 3 = 20$ ,  $k_2^{(4)} = (b_{12}^{(3)} - b_{21}^{(3)} + b_{13}^{(3)} - b_{22}^{(3)}) / 2 = (40 - 20 + 80 - 60) / 2 = 20$ ,  $k^{(4)} = k_1^{(4)} + k_2^{(4)} = 20 + 20 = 40$ ,  
 $l_1^{(4)} = (a_2^{(3)} - a_1^{(3)} + a_3^{(3)} - c_1^{(3)} + c_3^{(3)} - c_2^{(3)}) / 3 = (20 - 0 + 60 - 40 + 100 - 80) / 3 = 20$ ,  $l_2^{(4)} = (c_1^{(3)} - a_2^{(3)} + c_2^{(3)} - a_3^{(3)}) / 2 = (40 - 20 + 80 - 60) / 2 = 20$ ,  $l^{(4)} = l_1^{(4)} + l_2^{(4)} = 20 + 20 = 40$ .

Вторая итерация:  $k_1^{(5)} = (b_{21}^{(4)} - b_{11}^{(4)} + b_{22}^{(4)} - b_{12}^{(4)} + b_{23}^{(4)} - b_{13}^{(4)} + b_{24}^{(4)} - b_{14}^{(4)}) / 4 = (14,29 - 0 + 42,86 - 28,57 + 71,43 - 57,16 + 100,0 - 85,71) / 4 = 14,29$ ,  
 $k_2^{(5)} = (b_{12}^{(4)} - b_{21}^{(4)} + b_{13}^{(4)} - b_{22}^{(4)} + b_{14}^{(4)} - b_{23}^{(4)}) / 3 = (28,57 - 14,29 + 57,14 - 42,86 + 85,71 - 71,43) / 3 = 14,29$ ,  
 $k^{(5)} = k_1^{(5)} + k_2^{(5)} = 14,29 + 14,29 = 28,58$ ,

$$l_1^{(5)} = (a_2^{(4)} - a_1^{(4)} + a_3^{(4)} - c_1^{(4)} + a_4^{(4)} - c_2^{(4)} + c_4^{(4)} - c_3^{(4)}) / 4 = (14,29 - 0 + 42,86 - 28,57 + 71,43 - 57,14 + 100,0 - 85,71) / 4 = 14,29$$
,  
 $l_2^{(5)} = (c_1^{(4)} - a_2^{(4)} + c_2^{(4)} - a_3^{(4)} + c_3^{(4)} - a_4^{(4)}) / 3 = (28,57 - 14,29 + 57,14 - 42,86 + 85,71 - 71,43) / 3 = 14,29$ ,  
 $l^{(5)} = l_1^{(5)} + l_2^{(5)} = 14,29 + 14,29 = 28,58$ .

**Этап 2.** Определение номера расширяющей вершины осуществим с помощью (5) из [2], т.е.:

первая итерация -  $x_1 = b_{21}^{(3)} - b_{11}^{(3)} = 20 - 0 = 20$ ,  
 $x_2 = b_{22}^{(3)} - b_{12}^{(3)} = 60 - 40 = 20$ ,  $x_3 = b_{23}^{(3)} - b_{13}^{(3)} = 100 - 80 = 20$ .

Как видно  $s=1$  при  $(x_1 \leq k_1^{(4)} \leq x_2) \Rightarrow (20 \leq 20 \leq 20)$ ,  $s=2$

при  $(x_2 \leq k_1^{(4)} \leq x_3) \Rightarrow (20 \leq 20 \leq 20)$ , и т.д. Поскольку тип распределения НЧ равномерный, то расширяющих вершин будет несколько и, таким образом, в качестве s можно использовать любую из j ( $j = \overline{1,3}$ ). Исходя из этого, например, встраивание дополнительного терма осуществим после первой вершины, т.е. между первым и вторым термом  $T_{DR}^{(3)}$ ;

вторая итерация -  $x_1 = b_{21}^{(4)} - b_{11}^{(4)} = 14,29 - 0 = 14,29$ ,  $x_2 = b_{22}^{(4)} - b_{12}^{(4)} = 42,86 - 28,57 = 14,29$ ,  $x_3 = b_{23}^{(4)} - b_{13}^{(4)} = 71,43 - 57,14 = 14,29$ ,  $x_4 = b_{24}^{(4)} - b_{14}^{(4)} = 100,0 - 85,71 = 14,29$

14,29. Как видно  $s=1$  при  $(x_1 \leq k_1^{(5)} \leq x_2) \Rightarrow (14,29 \leq 14,29 \leq 14,29)$ ,  $s=2$  при  $(x_2 \leq k_1^{(5)} \leq x_3) \Rightarrow (14,29 \leq 14,29 \leq 14,29)$ , и т.д. По аналогии с первой итерацией в качестве  $s$  можно использовать любую из  $j$  ( $j = \overline{1,4}$ ). Исходя из этого, например, встраивание дополнительного терма осуществим после первой вершины, т.е. между первым и вторым термом  $\underline{I}_{DR}^{(4)}$ .

**Этап 3.** Согласно выражений (6) и (7) из [2], вычислим значения абсцисс верхнего и нижнего основания трапеции т.е.:

первая итерация -  $b_{11}^{(4)'} = b_{11}^{(3)} = 0$  при  $1 < 2$ ,  
 $b_{21}^{(4)'} = b_{21}^{(3)} = 20$  при  $1 < 2$ ,  $b_{12}^{(4)'} = b_{21}^{(3)} + k_2^{(4)} = 20 + 20 = 40$   
 при  $2 = 2$ ,  $b_{22}^{(4)'} = b_{12}^{(4)'} + k_1^{(4)} = 40 + 20 = 60$  при  $2 = 2$ ,  
 $b_{13}^{(4)'} = b_{12}^{(4)'} + k_2^{(4)} = 40 + 40 = 80$  при  $3 > 2$ ,  $b_{23}^{(4)'} = b_{22}^{(4)'} + k_1^{(4)}$   
 $= 60 + 40 = 100$   $3 > 2$ ,  $b_{14}^{(4)'} = b_{13}^{(4)'} + k_2^{(4)} = 80 + 40 = 120$  при  
 $4 > 2$ ,  $b_{24}^{(4)'} = b_{23}^{(4)'} + k_1^{(4)} = 100 + 40 = 140$  при  $4 > 2$ .

Аналогично вычислим абсциссы нижнего основания, т.е.:  $a_1^{(4)'} = a_1^{(3)} = 0$  при  $1 < 3$ ,  $a_2^{(4)'} = a_2^{(3)} = 20$   
 при  $2 < 3$ ,  $c_1^{(4)'} = a_2^{(3)} + l_2^{(4)} = 20 + 20 = 40$  при  $1 = 1$ ,  
 $a_3^{(4)'} = c_1^{(4)'} + l_1^{(4)} = 40 + 20 = 60$  при  $3 = 3$ ,  $c_2^{(4)'} = c_1^{(3)} + l^{(4)} =$   
 $40 + 20 = 60$  при  $2 > 1$ ,  $a_4^{(4)'} = a_3^{(3)} + l^{(4)} = 60 + 40 = 100$   
 при  $4 > 3$ ,  $c_3^{(4)'} = c_2^{(3)} + l^{(4)} = 80 + 40 = 120$  при  $3 > 1$ ,  
 $c_4^{(4)'} = c_3^{(3)} + l^{(4)} = 100 + 40 = 140$  при  $4 > 1$ ;

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)'} = b_{11}^{(4)} = 0$  при  $1 < 2$ ,  
 $b_{21}^{(5)'} = b_{21}^{(4)} = 14,29$  при  $1 < 2$ ,  $b_{12}^{(5)'} = b_{21}^{(4)} + k_2^{(5)} = 14,29 +$   
 $14,29 = 28,58$  при  $2 = 2$ ,  $b_{22}^{(5)'} = b_{12}^{(5)'} + k_1^{(5)} = 28,58 + 14,29 =$   
 $42,87$  при  $2 = 2$ ,  $b_{13}^{(5)'} = b_{12}^{(5)'} + k_2^{(5)} = 28,58 + 28,58 = 57,16$   
 при  $3 > 2$ ,  $b_{23}^{(5)'} = b_{22}^{(5)'} + k_1^{(5)} = 42,87 + 28,58 = 71,45$   $3 > 2$ ,  
 $b_{14}^{(5)'} = b_{13}^{(5)'} + k_2^{(5)} = 57,16 + 28,58 = 85,74$  при  $4 > 2$ ,  
 $b_{24}^{(5)'} = b_{23}^{(5)'} + k_1^{(5)} = 71,45 + 28,58 = 100,03$  при  $4 > 2$ ,  
 $b_{15}^{(5)'} = b_{14}^{(5)'} + k_2^{(5)} = 85,74 + 28,55 = 114,32$  при  $5 > 2$ ,  
 $b_{25}^{(5)'} = b_{24}^{(5)'} + k_1^{(5)} = 100,03 + 28,58 = 128,61$  при  $5 > 2$ .

Аналогично вычислим абсциссы нижнего основания, т.е.:  $a_1^{(5)'} = a_1^{(4)} = 0$  при  $1 < 3$ ,  $a_2^{(5)'} = a_2^{(4)} =$   
 $14,285$  при  $2 < 3$ ,  $c_1^{(5)'} = a_2^{(4)} + l_2^{(5)} = 14,285 + 14,285 =$   
 $28,57$  при  $1 = 1$ ,  $a_3^{(5)'} = c_1^{(4)} + l_1^{(5)} = 28,57 + 14,29 = 42,86$   
 при  $3 = 3$ ,  $c_2^{(5)'} = c_1^{(4)} + l^{(5)} = 28,57 + 28,57 = 57,14$  при  $2 >$   
 $1$ ,  $a_4^{(5)'} = a_3^{(4)} + l^{(5)} = 42,86 + 28,57 = 71,43$  при  $4 > 3$ ,  
 $c_3^{(5)'} = c_2^{(4)} + l^{(5)} = 57,14 + 28,57 = 85,71$  при  $3 > 1$ ,  
 $a_5^{(5)'} = a_4^{(4)} + l^{(5)} = 71,43 + 28,57 = 100,0$  при  $5 > 3$ ,  
 $c_4^{(5)'} = c_3^{(4)} + l^{(5)} = 85,71 + 28,57 = 114,29$  при  $4 > 1$ ,  
 $c_5^{(5)'} = c_4^{(4)} + l^{(5)} = 100,00 + 28,57 = 128,57$  при  $5 > 1$ .

**Этап 4.** С помощью выражений (8)-(11) в [2], на основе двухшаговой последовательности (при  $b_{dr} = c_{dr} = 100$ ) осуществим нормирование полученных эталонных значений.

Первая итерация:

Шаг 1. Вычисляем нормирующие коэффициенты по выражениям (8) и (9) из [2]:  
 $k_3^{(4)} = b_{dr} / b_{25}^{(4)'} = 100 / 140 = 0,71$ ,  $l_3^{(4)} = c_{dr} / c_5^{(4)'} = 100 /$   
 $140 = 0,71$ .

Шаг 2. Нормируем полученные на этапе 3 эталонные значения с помощью выражений (10) и (11) из [2]:  $b_{11}^{(4)} = b_{11}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 0 \times 0,71 = 0$ ,  $b_{21}^{(4)} = b_{21}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 20$   
 $\times 0,71 = 14,29$ ,  $b_{12}^{(4)} = b_{12}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 40 \times 0,71 = 28,57$ ,  
 $b_{22}^{(4)} = b_{22}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 60 \times 0,71 = 42,86$ ,  $b_{13}^{(4)} = b_{13}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 80 \times$   
 $0,71 = 57,14$ ,  $b_{23}^{(4)} = b_{23}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 100 \times 0,71 = 71,43$ ,  
 $b_{14}^{(4)} = b_{14}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 120 \times 0,71 = 85,71$ ,  $b_{24}^{(4)} = b_{24}^{(4)'} \times k_3^{(4)} = 140$   
 $\times 0,71 = 100$ ,

$a_1^{(4)} = a_1^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 0 \times 0,71 = 0$ ,  $a_2^{(4)} = a_2^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 20 \times 0,71 =$   
 $14,29$ ,  $a_3^{(4)} = a_3^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 60 \times 0,71 = 42,86$ ,  $a_4^{(4)} = a_4^{(4)'} \times l_3^{(4)} =$   
 $100 \times 0,71 = 71,43$ ,  $c_1^{(4)} = c_1^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 40 \times 0,71 = 28,57$ ,  
 $c_2^{(4)} = c_2^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 80 \times 0,71 = 57,14$ ,  $c_3^{(4)} = c_3^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 120 \times$   
 $0,71 = 85,71$ ,  $c_4^{(4)} = c_4^{(4)'} \times l_3^{(4)} = 140 \times 0,71 = 100$ .

Вторая итерация:

Шаг 1. Вычисляем нормирующие коэффициенты по выражениям (8) и (9) в [2]:  
 $k_3^{(5)} = b_{dr} / b_{25}^{(5)'} = 100 / 128,57 = 0,78$ ,  $l_3^{(5)} = c_{dr} / c_5^{(5)'} = 100 /$   
 $128,57 = 0,78$ .

Шаг 2. Нормируем полученные на этапе 3 эталонные значения с помощью выражений (10) и (11) из [2]:  $b_{11}^{(5)} = b_{11}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 0 \times 0,78 = 0$ ,  $b_{21}^{(5)} = b_{21}^{(5)'} \times k_3^{(5)} =$   
 $14,29 \times 0,78 = 11,11$ ,  $b_{12}^{(5)} = b_{12}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 28,57 \times 0,78 = 22,22$ ,  
 $b_{22}^{(5)} = b_{22}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 42,86 \times 0,78 = 33,33$ ,  $b_{13}^{(5)} = b_{13}^{(5)'} \times k_3^{(5)} =$   
 $57,14 \times 0,78 = 44,44$ ,  $b_{23}^{(5)} = b_{23}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 71,43 \times 0,78 = 55,55$ ,  
 $b_{14}^{(5)} = b_{14}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 85,71 \times 0,78 = 66,66$ ,  $b_{24}^{(5)} = b_{24}^{(5)'} \times k_3^{(5)} =$   
 $100,00 \times 0,78 = 77,77$ ,  $b_{15}^{(5)} = b_{15}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 114,29 \times 0,78 =$   
 $88,88$ ,  $b_{25}^{(5)} = b_{25}^{(5)'} \times k_3^{(5)} = 128,57 \times 0,78 = 100$ ,

$a_1^{(5)} = a_1^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 0 \times 0,78 = 0$ ,  $a_2^{(5)} = a_2^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 14,29 \times 0,78$   
 $= 11,11$ ,  $a_3^{(5)} = a_3^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 42,86 \times 0,78 = 33,33$ ,  
 $a_4^{(5)} = a_4^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 71,43 \times 0,78 = 55,55$ ,  $a_5^{(5)} = a_5^{(5)'} \times l_3^{(5)} =$   
 $100,0 \times 0,78 = 77,77$ ,  $c_1^{(5)} = c_1^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 28,57 \times 0,78 = 22,22$ ,  
 $c_2^{(5)} = c_2^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 57,14 \times 0,78 = 44,44$ ,  $c_3^{(5)} = c_3^{(5)'} \times l_3^{(5)} =$   
 $85,71 \times 0,78 = 66,66$ ,  $c_4^{(5)} = c_4^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 114,29 \times 0,78 = 88,88$ ,  
 $c_5^{(5)} = c_5^{(5)'} \times l_3^{(5)} = 128,57 \times 0,78 = 100$ .

В результате трансформирования термов ЛП получим, например, для  $\underline{I}_{DR}^{(5)}$  лингвистические

значения из (10) с соответствующими числовыми эквивалентами, значения которых определены на шаге 2 этапа 4 и занесены в таблицу 2.

Далее вычислим условие равномерности для  $T_{DR}^{(5)}$  (6) из [4]:  $\Omega_p = (11,11 - 0 = 33,33 - 22,22) \wedge (33,33 - 22,22 = 55,55 - 44,44) \wedge (55,55 - 44,44 = 77,77 - 66,66) \wedge (77,77 - 66,66 = 100 - 88,88) \wedge (22,22 - 11,11 = 44,44 - 33,33) \wedge (44,44 - 33,33 = 66,66 - 55,55) \wedge (66,66 - 55,55 = 88,88 - 77,77) = 1$ .

Как видим  $T_{DR}^{(5)}$  также, как и  $T_{DR}^{(3)}$  имеет  $\Omega_p = 1$ ,

что говорит об эквивалентности выполненных преобразований. Графическая интерпретация исходных и преобразованных эталонов равномерно распределенных НЧ  $T_{DR}^{(3)}$  и  $T_{DR}^{(5)}$  приведена на рис. 1

(а, б).

Таблица 2

Инкрементированные эталонные трапециевидные НЧ

Тип распределения НЧ ЛП DR	НЧ $T_{DR_j} = (a_j, b_{1j}, b_{2j}, c_j)_{LR} (j = \overline{1,5})$				
	$T_{DR_1}$	$T_{DR_2}$	$T_{DR_3}$	$T_{DR_4}$	$T_{DR_5}$
Равномерный	(0; 0; 11,11; 22,22) <sub>LR</sub>	(11,11; 22,22; 33,33; 44,44) <sub>LR</sub>	(33,33; 44,44; 55,55; 66,66) <sub>LR</sub>	(55,55; 66,66; 77,77; 88,88) <sub>LR</sub>	(77,77; 88,88; 100; 100) <sub>LR</sub>
Неравномерный	(0; 0; 9,97; 19,37) <sub>LR</sub>	(9,97; 21,59; 32,29; 44,83) <sub>LR</sub>	(32,21; 41,7; 55,54; 67,16) <sub>LR</sub>	(55,54; 67,16; 77,86; 91,7) <sub>LR</sub>	(77,86; 91,7; 100; 100) <sub>LR</sub>
Возрастающий	(0; 0; 1,65; 8,81) <sub>LR</sub>	(1,65; 8,81; 18,17; 30,55) <sub>LR</sub>	(18,17; 30,55; 40,64; 53,03) <sub>LR</sub>	(40,64; 53,03; 63,12; 80,73) <sub>LR</sub>	(63,12; 80,73; 100; 100) <sub>LR</sub>
Убывающий	(0; 0; 15,58; 26,44) <sub>LR</sub>	(15,58; 26,44; 37,76; 48,61) <sub>LR</sub>	(37,76; 48,61; 59,93; 72,73) <sub>LR</sub>	(59,93; 72,73; 86,92; 92,76) <sub>LR</sub>	(83,86; 92,76; 100; 100) <sub>LR</sub>

**Пример 2 - неравномерный тип распределения.** Пусть ЛП DR<sup>(3)</sup> также, как и в примере 1, определяется термами из (9). Рассмотрим работу метода на примере неравномерно распределенных по оси dr НЧ с их числовыми эквивалентами  $T_{DR_j}, j = \overline{1,3}$  из табл. 1, т.е. для

которых будет истинным условие неравномерности (см. (9) в [4]):  $\Omega_n = (b_{21} - b_{11} \neq b_{22} - b_{12}) \vee (b_{22} - b_{12} \neq b_{23} - b_{13}) + (b_{12} - b_{21} \neq b_{13} - b_{22}) = (18 - 0 \neq 60 - 35) \vee (60 - 35 \neq 100 - 85) + (35 - 18 \neq 85 - 60) = 1 \vee 1 + 1 = 1$ . Как видим условие неравномерности истинно ( $\Omega_n = 1$ ). Это говорит о соответствии НЧ ЛП DR<sup>(3)</sup> такому типу распределения, как неравномерный.

Далее выполним, в соответствии с этапами 1-4 из [2], n-кратное инкрементирование ЛП DR<sup>(3)</sup> по выражению (8).

**Этап 1.** Реализуем поиск корректирующих параметров по выражениям (3) и (4) из [2] т.е.:

первая итерация -  $k_1^{(4)} = 19,33, k_2^{(4)} = 21, k^{(4)} = 40,33, l_1^{(4)} = 19,33, l_2^{(4)} = 21, l^{(4)} = 40,33$ ;

вторая итерация -  $k_1^{(5)} = 13,78, k_2^{(5)} = 14,96, k^{(5)} = 28,74, l_1^{(5)} = 13,78, l_2^{(5)} = 14,94, l^{(5)} = 28,74$ .

**Этап 2.** Здесь осуществим определение номера расширяющей вершины по формуле (5) из [2], т.е.:

первая итерация -  $x_1 = 18, x_2 = 25, x_3 = 15$ , тогда  $s=2$  при  $(x_2 \geq k_1^{(4)} \geq x_3) \Rightarrow (25 \geq 19,33 \geq 15)$ . В этом примере встраивание дополнительного термина будем осуществлять после второй вершины, т.е. между вторым и третьим термом  $T_{DR}^{(3)}$ ;

вторая итерация -  $x_1 = 12,83, x_2 = 17,81, x_3 = 13,78, x_4 = 10,69$ , тогда  $s=1$  при  $(x_1 \leq k_1^{(5)} \leq x_2) \Rightarrow (12,83 \leq 13,78 \leq 17,81)$ . Здесь встраивание дополнительного термина будем осуществлять после

первой вершины, т.е. между первым и вторым термом  $T_{DR}^{(4)}$ .

**Этап 3.** Реализуем вычисление значений абсцисс верхнего и нижнего основания трапеции с помощью выражений (6) и (7) из [2], т.е.:

первая итерация -  $b_{11}^{(4)'} = b_{11}^{(3)} = 0, b_{21}^{(4)'} = b_{21}^{(3)} = 18$ ,

$b_{12}^{(4)'} = b_{12}^{(3)} = 35, b_{22}^{(4)'} = b_{22}^{(3)} = 60, b_{13}^{(4)'} = b_{13}^{(3)} + k_2^{(4)} = 81$ ,

$b_{23}^{(4)'} = b_{23}^{(3)} + k_1^{(4)} = 100,33, b_{14}^{(4)'} = b_{13}^{(3)} + k^{(4)} = 125,33$ ,

$b_{24}^{(4)'} = b_{23}^{(3)} + k^{(4)} = 140,33$ ,

$a_1^{(4)'} = a_1^{(3)} = 0, a_2^{(4)'} = a_2^{(3)} = 18, a_3^{(4)'} = a_3^{(3)} = 60$ ,

$a_4^{(4)'} = c_2^{(4)'} + l_1^{(4)} = 100,33, c_1^{(4)'} = c_1^{(3)} = 35, c_2^{(4)'} = a_3^{(3)} + l_2^{(4)}$

$= 81, c_3^{(4)'} = c_2^{(3)} + l^{(4)} = 125,33, c_4^{(4)'} = c_3^{(3)} + l^{(4)} = 140,33$ ;

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)'} = b_{11}^{(4)} = 0, b_{21}^{(5)'} = b_{21}^{(4)} =$

$12,83, b_{12}^{(5)'} = b_{12}^{(4)} = 27,79, b_{22}^{(5)'} = b_{22}^{(4)} = 41,57$ ,

$b_{13}^{(5)'} = b_{22}^{(4)} + k_2^{(5)} = 53,68, b_{23}^{(5)'} = b_{13}^{(4)} + k_1^{(5)} = 71,50$ ,

$b_{14}^{(5)'} = b_{13}^{(4)} + k^{(5)} = 86,46, b_{24}^{(5)'} = b_{23}^{(4)} + k^{(5)} = 100,24$ ,

$b_{15}^{(5)'} = b_{14}^{(4)} + k^{(5)} = 118,05, b_{25}^{(5)'} = b_{24}^{(4)} + k^{(5)} = 128,74$ ,

$a_1^{(5)'} = a_1^{(4)} = 0, a_2^{(5)'} = a_2^{(4)} = 12,83, a_3^{(5)'} = a_3^{(4)} =$

$42,76, a_4^{(5)'} = c_2^{(5)'} + l_1^{(5)} = 71,50, a_5^{(5)'} = a_4^{(4)} + l^{(5)} = 100,24$ ,

$c_1^{(5)'} = c_1^{(4)} = 24,94, c_2^{(5)'} = a_3^{(4)} + l_2^{(5)} = 57,72, c_3^{(5)'} = c_2^{(4)} + l^{(5)}$

$= 86,46, c_4^{(5)'} = c_3^{(4)} + l^{(5)} = 118,05, c_5^{(5)'} = c_4^{(4)} + l^{(5)} = 128,74$ .

**Этап 4.** С помощью выражений (8)-(11) из [2] в 2 шага осуществим нормирование полученных значений.

**Шаг 1.** Находим нормирующие коэффициенты с помощью формул (8) и (9) [2]:

первая итерация -  $k_3^{(4)} = 0,71, l_3^{(4)} = 0,71$ ;

вторая итерация -  $k_3^{(5)} = 0,78, l_3^{(5)} = 0,78$ .

**Шаг 2.** Реализуем нормирование полученных эталонов согласно выражениям (10) и (11) из [2], т.е.:

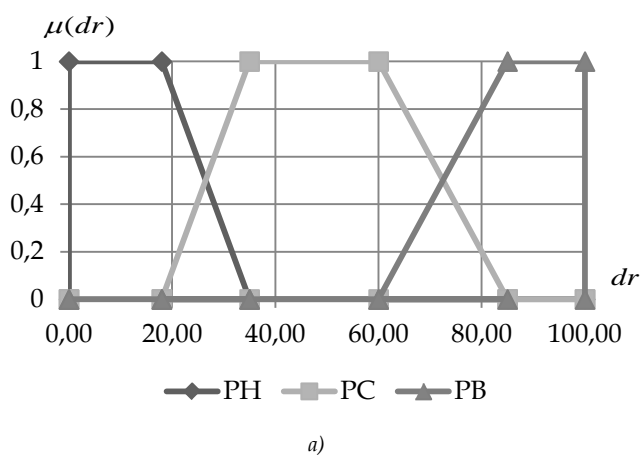
первая итерация -  $b_{11}^{(4)} = 0, b_{21}^{(4)} = 12,83, b_{12}^{(4)} = 24,94, b_{22}^{(4)} = 42,76, b_{13}^{(4)} = 57,72, b_{23}^{(4)} = 71,5, b_{14}^{(4)} = 89,31, b_{24}^{(4)} = 100,$

$a_1^{(4)} = 0, a_2^{(4)} = 12,83, a_3^{(4)} = 42,76, a_4^{(4)} = 71,5, c_1^{(4)} = 24,94, c_2^{(4)} = 57,72, c_3^{(4)} = 89,31, c_4^{(4)} = 100,$

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)} = 0, b_{21}^{(5)} = 9,96, b_{12}^{(5)} = 21,59, b_{22}^{(5)} = 32,29, b_{13}^{(5)} = 41,7, b_{23}^{(5)} = 55,54, b_{14}^{(5)} = 67,16, b_{24}^{(5)} = 77,86, b_{15}^{(5)} = 91,7, b_{25}^{(5)} = 100,$

$a_1^{(5)} = 0, a_2^{(5)} = 9,96, a_3^{(5)} = 33,21, a_4^{(5)} = 55,54, a_5^{(5)} = 77,86, c_1^{(5)} = 19,37, c_2^{(5)} = 44,83, c_3^{(5)} = 67,16, c_4^{(5)} = 91,7, c_5^{(5)} = 100.$

В результате однократного инкрементирования получим, например, для  $T_{DR}^{(5)}$



значения термов (10), а их числовые эквиваленты отобразим в табл. 2.

После проведенных преобразований вычислим  $\Omega_n$  для  $T_{DR}^{(5)}$ :  $\Omega_n = (9,96 - 0 \neq 32,29 - 21,59)$

$\vee (32,29 - 21,59 \neq 55,54 - 41,7) \vee (55,54 - 41,7 \neq 77,86 - 67,16) \vee (77,86 - 67,16 \neq 100 - 91,7) + (21,59 - 9,96 \neq 41,7 - 32,29) \vee (41,7 - 32,29 \neq 67,16 - 55,54) \vee (67,16 - 55,54 \neq 91,7 - 100) = 1.$  Условие неравномерности  $T_{DR}^{(5)}$

так же, как и  $T_{DR}^{(3)}$  является истинно  $\Omega_n = 1$ , что говорит об эквивалентности выполненных преобразований.

Графическая интерпретация исходных и преобразованных эталонов неравномерно распределенных НЧ  $T_{DR}^{(3)}$  и  $T_{DR}^{(5)}$  приведена на рис. 2

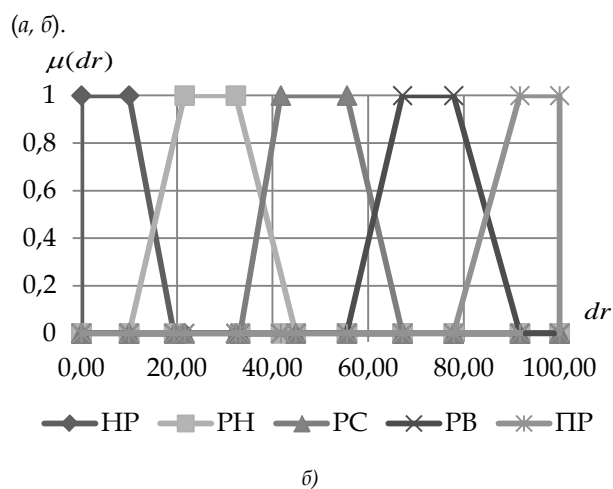


Рис. 2. Термы эталонных значений неравномерно распределенных НЧ для ЛП DR: а)  $T_{DR}^{(3)}$ ; б)  $T_{DR}^{(5)}$

**Пример 3 - возрастающий тип распределения.** Покажем работу представленного метода для ЛП  $DR^{(3)}$  с термами из (9), числовые значения которых  $T_{DR}, j=1,3$  из табл. 1 имеют

возрастающий тип распределения по оси  $dr$ , т.е. для которого истинным является условие возрастания (см. (10) в [4]):  $\Omega_e = (b_{21} - b_{11} < b_{22} - b_{12}) \wedge (b_{22} - b_{12} < b_{23} - b_{13}) \wedge (b_{12} - b_{21} < b_{13} - b_{22}) = (3 - 0 < 33 - 15,48) \wedge (33 - 16 < 100 - 65) \wedge (16 - 3 < 100 - 65) = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1.$  Как видно, условие  $\Omega_e = 1$  истинно, что говорит о соответствии НЧ ЛП  $DR^{(3)}$  возрастающему типу распределения.

По аналогии с примером для равномерно распределенных НЧ произведем, в соответствии с этапами 1-4 из [2] преобразования (8).

**Этап 1.** Реализуем поиск корректирующих параметров по выражениям (3) и (4) из [2] т.е.:

первая итерация -  $k_1^{(4)} = 18,33, k_2^{(4)} = 22,5, k^{(4)} = 40,83, l_1^{(4)} = 18,33, l_2^{(4)} = 22,5, l^{(4)} = 40,83;$

вторая итерация -  $k_1^{(5)} = 13,02, k_2^{(5)} = 15,98, k^{(5)} = 28,99, l_1^{(5)} = 13,02, l_2^{(5)} = 15,98, l^{(5)} = 28,99.$

**Этап 2.** Теперь определим номер расширяющей вершины по формуле (5) из [2], т.е.:

первая итерация -  $x_1 = 3, x_2 = 17, x_3 = 35,$  тогда  $s=2$  при  $(x_2 \leq k_1^{(4)} \leq x_3) \Rightarrow (17 \leq 18,33 \leq 35).$  Здесь встраивание дополнительного терма будем осуществлять после второй вершины, т.е. между вторым и третьим термом  $T_{DR}^{(3)}$ ;

вторая итерация -  $x_1 = 2,13, x_2 = 12,07, x_3 = 13,02, x_4 = 24,85,$  тогда  $s=2$  при  $(x_2 \leq k_1^{(5)} \leq x_3) \Rightarrow (12,07 \leq 13,02 \leq 13,02).$  Здесь встраивание дополнительного терма будем осуществлять после второй вершины, т.е. между вторым и третьим термом  $T_{DR}^{(4)}$ .

**Этап 3.** С помощью выражений (6) и (7) в [2], реализуем вычисление значений абсцисс верхнего и нижнего основания трапеции, т.е.:

первая итерация -  $b_{11}^{(4)'} = 0, b_{21}^{(4)'} = 3, b_{12}^{(4)'} = 16, b_{22}^{(4)'} = 33, b_{13}^{(4)'} = 55,5, b_{23}^{(4)'} = 73,83, b_{14}^{(4)'} = 105,83, b_{24}^{(4)'} = 140,83,$

$a_1^{(4)'} = 0, a_2^{(4)'} = 3, a_3^{(4)'} = 33, a_4^{(4)'} = 73,83, c_1^{(4)'} = 16, c_2^{(4)'} = 55,5, c_3^{(4)'} = 105,83, c_4^{(4)'} = 140,83;$

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)'} = 0, b_{21}^{(5)'} = 2,13, b_{12}^{(5)'} = 11,36, b_{22}^{(5)'} = 23,43, b_{13}^{(5)'} = 39,41, b_{23}^{(5)'} = 52,43, b_{14}^{(5)'} = 68,4, b_{24}^{(5)'} = 81,42, b_{15}^{(5)'} = 104,14, b_{25}^{(5)'} = 128,99, a_1^{(5)'} = 0, a_2^{(5)'} = 2,13, a_3^{(5)'} = 23,43, a_4^{(5)'} = 52,43, a_5^{(5)'} = 81,42, c_1^{(5)'} = 11,36, c_2^{(5)'} = 39,41, c_3^{(5)'} = 68,4, c_4^{(5)'} = 104,14, c_5^{(5)'} = 128,99.$

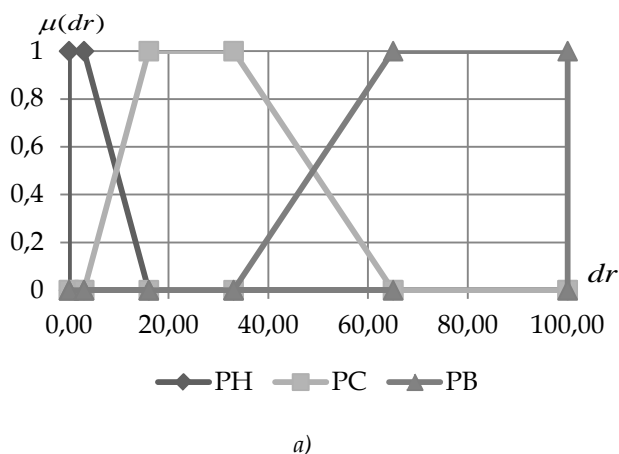
**Этап 4.** Далее нормируем полученные результаты с помощью выражений (8)-(11) из [2] в два шага.

Шаг 1. Вычисляем нормирующие коэффициенты (см. (8) и (9) в [2]):

первая итерация -  $k_3^{(4)} = 0,71, l_3^{(4)} = 0,71;$

вторая итерация -  $k_3^{(5)} = 0,78, l_3^{(5)} = 0,78.$

Шаг 2. Нормируем полученные на этапе 3 эталоны (см. (10) и (11) в [2]):



первая итерация -  $b_{11}^{(4)} = 0, b_{21}^{(4)} = 2,13, b_{12}^{(4)} = 11,36, b_{22}^{(4)} = 23,43, b_{13}^{(4)} = 39,41, b_{23}^{(4)} = 52,43, b_{14}^{(4)} = 75,15, b_{24}^{(4)} = 100,$

$a_1^{(4)} = 0, a_2^{(4)} = 2,13, a_3^{(4)} = 23,43, a_4^{(4)} = 52,43, c_1^{(4)} = 11,36, c_2^{(4)} = 39,41, c_3^{(4)} = 75,15, c_4^{(4)} = 100;$

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)} = 0, b_{21}^{(5)} = 1,65, b_{12}^{(5)} = 8,81, b_{22}^{(5)} = 18,17, b_{13}^{(5)} = 30,55, b_{23}^{(5)} = 40,64, b_{14}^{(5)} = 53,03, b_{24}^{(5)} = 63,12, b_{15}^{(5)} = 80,73, b_{25}^{(5)} = 100,$

$a_1^{(5)} = 0, a_2^{(5)} = 1,65, a_3^{(5)} = 18,17, a_4^{(5)} = 40,64, a_5^{(5)} = 63,12, c_1^{(5)} = 8,81, c_2^{(5)} = 30,55, c_3^{(5)} = 53,03, c_4^{(5)} = 80,73, c_5^{(5)} = 100.$

Для  $T_{DR}^{(5)}$  (см. (10)) получим значения термов,

числовые эквиваленты которых занесены в таблицу 2 (см. рис. 3 а, б).

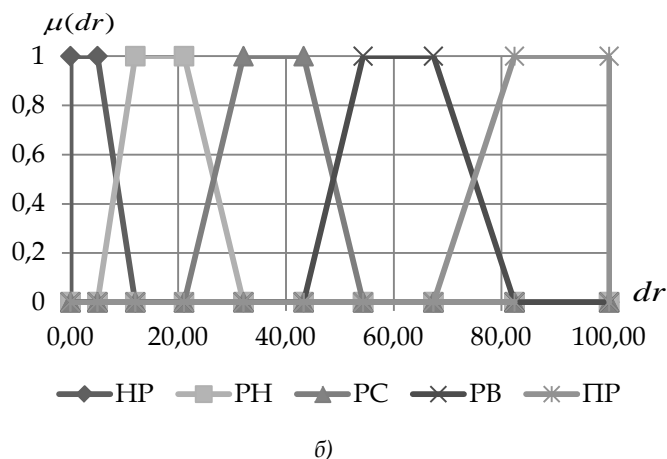


Рис. 3. Термы эталонных значений с возрастающим типом распределения НЧ для ЛП DR: а)  $T_{DR}^{(3)}$ ; б)  $T_{DR}^{(5)}$

Далее проверим условие возрастания для  $T_{DR}^{(5)}$ . Процесс n-кратного инкрементирования

подразумевает добавление дополнительных термов и формирование их на тех суждениях экспертов, которые уже существуют, поэтому значения дополнительных термов могут совпадать, следовательно, необходимо сформировать частный случай условия возрастания, т.е.:  $\Omega_6 = \bigwedge_{j=1}^{m-1} (b_{2j} - b_{1j} \leq b_{2j+1} - b_{1j+1}) \bigwedge_{j=1}^{m-2} (b_{1j+1} - b_{2j} \leq b_{1j+2} - b_{2j+1}),$  следовательно для  $T_{DR}^{(5)}$

$\Omega_6 = (b_{21} - b_{11} \leq b_{22} - b_{12}) \wedge (b_{22} - b_{12} \leq b_{23} - b_{13}) \wedge (b_{23} - b_{13} \leq b_{24} - b_{14}) \wedge (b_{24} - b_{14} \leq b_{25} - b_{15}) \wedge (b_{12} - b_{21} \leq b_{13} - b_{22}) \wedge (b_{13} - b_{22} \leq b_{14} - b_{23}) \wedge (b_{14} - b_{23} \leq b_{15} - b_{24}) = (1,65 - 0 \leq 18,17 - 8,81) \wedge (18,17 - 8,81 \leq 40,64 - 30,55) \wedge (40,64 - 30,55 \leq 63,12 - 53,03) \wedge (63,12 - 53,03 \leq 100 - 80,73) \wedge (8,81 - 1,65 \leq 30,55 - 18,17) \wedge (30,55 - 18,17 \leq 53,03 - 40,64) \wedge (53,03 - 40,64 \leq 80,73 - 63,12) = 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1.$  Как видим, значения  $\Omega_6 = 1$  для  $T_{DR}^{(5)}$  является

истинным, что говорит об адекватности выполняемых преобразований.

**Пример 4 - убывающий тип распределения.** Реализуем трансформирование НЧ ЛП DR<sup>(3)</sup>,

которые принимают значения из (9) с их числовыми эквивалентами в табл. 1 и имеют убывающий тип распределения по оси dr, т.е. для которых истинным является условие убывания (см. (11) в [4]), т.е.:  $\Omega_7 = (b_{21} - b_{11} > b_{22} - b_{12}) \wedge (b_{22} - b_{12} > b_{23} - b_{13}) \wedge (b_{12} - b_{21} > b_{13} - b_{22}) = (28 - 0 > 71 - 51) \wedge (71 - 51 > 100 - 87) \wedge (51 - 28 > 87 - 71) = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1.$  Как видим условие  $\Omega_7 = 1$  истинно, значит НЧ ЛП DR<sup>(3)</sup> соответствует убывающему типу распределения.

Реализуем в соответствии с этапами 1-4 из [2] n-кратное инкрементирование (2) ЛП DR<sup>(3)</sup>.

**Этап 1.** Определим корректирующие параметры по выражениям (3) и (4) в [2], т.е.:

первая итерация -  $k_1^{(4)} = 20,33, k_2^{(4)} = 19,5, k^{(4)} = 39,83, l_1^{(4)} = 20,33, l_2^{(4)} = 19,5, l^{(4)} = 39,83;$

вторая итерация -  $k_1^{(5)} = 14,54, k_2^{(5)} = 13,95, k^{(5)} = 28,49, l_1^{(5)} = 14,54, l_2^{(5)} = 13,95, l^{(5)} = 28,49.$

**Этап 2.** Произведем поиск номера расширяющей вершины по формуле (5) из [2], т.е.:

первая итерация -  $x_1 = 28, x_2 = 20, x_3 = 13,$  тогда  $s=1$  при  $(x_1 \geq k_1^{(4)} \geq x_2) \Rightarrow (28 \geq 20,33 \geq 20).$  В этом

примере так же, как при неравномерном типе распределения, встраивание дополнительного терма



будем осуществлять после первой вершины, т.е. между первым и вторым термом  $T_{DR}^{(3)}$ ;

вторая итерация -  $x_1 = 20,02, x_2 = 14,54, x_3 = 14,3, x_4 = 9,3$ , тогда  $s=1$  при  $(x_1 \geq k_1^{(5)} \geq x_2) \Rightarrow (20,02 \geq 14,54 \geq 14,54)$ . Здесь встраивание дополнительного терма будем осуществлять после первой вершины, т.е. между первым и вторым термом  $T_{DR}^{(4)}$ .

**Этап 3.** Вычислим значения абсцисс верхнего и нижнего основания трапеции с помощью выражений (6) и (7) в [2], т.е.:

первая итерация -  $b_{11}^{(4)'} = 0, b_{21}^{(4)'} = 28, b_{12}^{(4)'} = 47,57, b_{22}^{(4)'} = 67,83, b_{13}^{(4)'} = 90,83, b_{23}^{(4)'} = 110,83, b_{14}^{(4)'} = 126,83, b_{24}^{(4)'} = 139,83,$

$a_1^{(4)'} = 0, a_2^{(4)'} = 28, a_3^{(4)'} = 67,83, a_4^{(4)'} = 110,83, c_1^{(4)'} = 47,5, c_2^{(4)'} = 90,83, c_3^{(4)'} = 126,83, c_4^{(4)'} = 139,83;$

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)'} = 0, b_{21}^{(5)'} = 20,02, b_{12}^{(5)'} = 33,97, b_{22}^{(5)'} = 48,51, b_{13}^{(5)'} = 62,46, b_{23}^{(5)'} = 77, b_{14}^{(5)'} = 93,44, b_{24}^{(5)'} = 107,75, b_{15}^{(5)'} = 119,19, b_{25}^{(5)'} = 128,49,$

$a_1^{(5)'} = 0, a_2^{(5)'} = 20,02, a_3^{(5)'} = 48,51, a_4^{(5)'} = 77, a_5^{(5)'} = 107,75, c_1^{(5)'} = 33,97, c_2^{(5)'} = 62,46, c_3^{(5)'} = 93,44, c_4^{(5)'} = 119,19, c_5^{(5)'} = 128,49.$

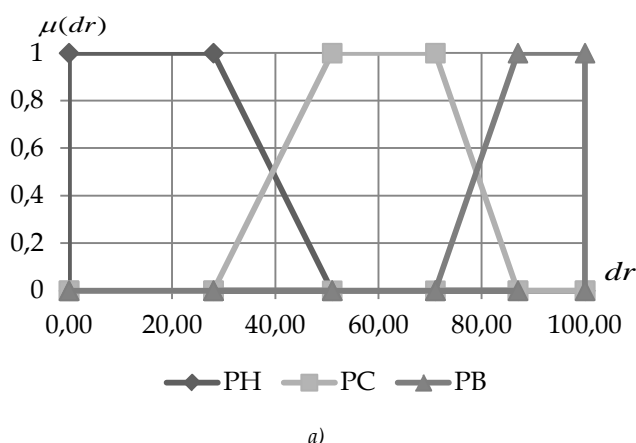
**Этап 4.** Нормируем полученные результаты с помощью выражений (8)-(11) из [2] в два шага.

Шаг 1. Вычисляем нормирующие коэффициенты по выражениям (8) и (9) в [2]:

первая итерация -  $k_3^{(4)} = 0,72, l_3^{(4)} = 0,72;$

вторая итерация -  $k_3^{(5)} = 0,78, l_3^{(5)} = 0,78.$

Шаг 2. Нормируем полученные эталоны с помощью формул (10) и (11) в [2]:



первая итерация -  $b_{11}^{(4)} = 0, b_{21}^{(4)} = 20,02, b_{12}^{(4)} = 33,97, b_{22}^{(4)} = 48,51, b_{13}^{(4)} = 64,96, b_{23}^{(4)} = 79,26, b_{14}^{(4)} = 90,7, b_{24}^{(4)} = 100,$

$a_1^{(4)} = 0, a_2^{(4)} = 20,02, a_3^{(4)} = 48,51, a_4^{(4)} = 79,26, c_1^{(4)} = 33,97, c_2^{(4)} = 64,96, c_3^{(4)} = 90,7, c_4^{(4)} = 100;$

вторая итерация -  $b_{11}^{(5)} = 0, b_{21}^{(5)} = 15,58, b_{12}^{(5)} = 26,44, b_{22}^{(5)} = 37,76, b_{13}^{(5)} = 48,61, b_{23}^{(5)} = 59,93, b_{14}^{(5)} = 72,73, b_{24}^{(5)} = 83,86, b_{15}^{(5)} = 92,76, b_{25}^{(5)} = 100,$

$a_1^{(5)} = 0, a_2^{(5)} = 15,58, a_3^{(5)} = 37,76, a_4^{(5)} = 59,93, a_5^{(5)} = 83,86, c_1^{(5)} = 26,44, c_2^{(5)} = 48,61, c_3^{(5)} = 72,73, c_4^{(5)} = 92,76, c_5^{(5)} = 100.$

В результате чего для  $T_{DR}^{(5)}$  (см. (10)) получим значения термов, числовые эквиваленты которых занесены в таблицы 2 (см. рис. 4 а и б).

Проверим условие убывания для  $T_{DR}^{(5)}$ . Здесь по аналогии с возрастающим типом распределения, необходимо сформировать частный случай условия убывания, т.е.:  $\Omega_y = \bigwedge_{j=1}^{m-1} (b_{2j} - b_{1j} \geq b_{2j+1} - b_{1j+1}) \bigwedge_{j=1}^{m-2} (b_{1j+1} - b_{2j} \geq b_{1j+2} - b_{2j+1})$ , следовательно для  $T_{DR}^{(5)} - \Omega_y = (b_{21} - b_{11} \geq$

$b_{22} - b_{12}) \wedge (b_{22} - b_{12} \geq b_{23} - b_{13}) \wedge (b_{23} - b_{13} \geq b_{24} - b_{14}) \wedge (b_{24} - b_{14} \geq b_{25} - b_{15}) \wedge (b_{12} - b_{21} \geq b_{13} - b_{22}) \wedge (b_{13} - b_{22} \geq b_{14} - b_{23}) \wedge (b_{14} - b_{23} \geq b_{15} - b_{24}) = (15,58 - 0 \geq 37,76 - 26,44) \wedge (37,76 - 26,44 \geq 59,93 - 48,61) \wedge (59,93 - 48,61 \geq 83,86 - 72,73) \wedge (83,86 - 72,73 \geq 100 - 92,76) \wedge (26,44 - 15,58 \geq 48,61 - 37,76) \wedge (48,61 - 37,76 \geq 72,73 - 59,93) \wedge (72,73 - 59,93 \geq 92,76 - 83,86) = 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1.$

Как видно значения  $\Omega_y = 1$  для  $T_{DR}^{(5)}$ , как и для  $T_{DR}^{(3)}$  является истинным, что позволяет сделать вывод об адекватности преобразований.

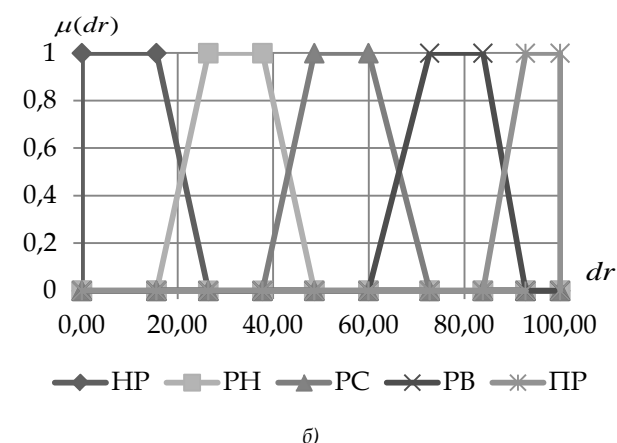


Рис. 4. Термы эталонных значений с убывающим типом распределения НЧ для ЛП DR: а)  $T_{DR}^{(3)}$ ; б)  $T_{DR}^{(5)}$

Таким образом, представленный метод реализации функции трансформирования эталонов ЛП позволяет повысить эффективность работы соответствующих систем анализа и оценивания рисков ИБ. Это осуществляется посредством решения задачи n-кратного инкрементирования числа термов трапециевидных НЧ без привлечения

экспертов соответствующей предметной области. При осуществлении n-кратного инкрементирования реализуется добавления n термов на основе суждений экспертов сформированных ранее. Таким образом, в отличие от однократного инкрементирования процесс n-кратного инкрементирования подразумевает добавление

дополнительных термов и формирование их на тех суждениях экспертов, которые уже существуют, поэтому значения дополнительных термов могут совпадать, следовательно, при проверке условий убывания и возрастания были сформированные частные случаи соответствующих условий. Для расширения возможностей функции по реализации процесса трансформирования термов, нужно осуществить разработку соответствующих методов, использующих другие классы параметрических НЧ, например, треугольных.

#### Литература

[1] Корченко А.Г. Анализ и оценивание рисков информационной безопасности / А.Г. Корченко, А.Е. Архипов, С.В. Казмирчук // Монография. – К.: ООО «Лазурит-Полиграф», 2013. – 275 с.

[2] Корченко А.Г. Метод реализации функции трансформирования эталонов в задачах анализа и

оценивания рисков / А.Г. Корченко, Б.С. Ахметов, С.В. Казмирчук, А.Ю. Гололобов // Безпека інформації. – 2015. – Т.21. – №1. – С. 104-112.

[3] Корченко А.Г. Построение систем защиты информации на нечетких множествах. Теория и практические решения / А.Г. Корченко – К.: «МК-Пресс», 2006. – 320с.

[4] Ахметов Б.С. Метод  $n$ -кратного понижения порядка лингвистических переменных на основе частного расширения базы / Б.С. Ахметов, С.В. Казмирчук, А.Ю. Гололобов, С.А. Гнатюк, Н.А. Сейлова // Безпека інформації. – 2014. – Т.20. – №3. – С. 306-311.

[5] Корченко А.Г. Метод  $n$ -кратного понижения числа термов лингвистических переменных в задачах анализа и оценивания рисков / А.Г. Корченко, Б.С. Ахметов, С.В. Казмирчук, А.Ю. Гололобов, Н.А. Сейлова // Захист інформації. – 2014. – Т.16. – №4, жовтень-грудень. – С. 284-291.

#### УДК 004.056.5 (045)

**Корченко О.Г., Ахметов Б.С., Казмирчук С.В., Жакамбаева М.Н. Метод  $n$ -кратного інкрементування кількості термів лінгвістичної змінної у задачах аналізу та оцінювання ризиків**

**Анотація.** При вирішенні задач аналізу та оцінювання ризиків інформаційної безпеки найчастіше необхідно виконувати обробку даних в нечітких умовах. Для реалізації такого процесу використовують систему, в якій оцінювання здійснюється на основі лінгвістичних змінних, які базуються на еталонних параметричних трапецієподібних нечітких числах із заданою кількістю термів. Еталони визначаються експертами на етапі ініціалізації базових величин в процесі налаштування системи. Ефективність її використання підвищиться, якщо буде передбачена можливість корекції еталонів без залучення необхідних експертів. Для вирішення такого завдання пропонується метод  $n$ -кратного інкрементування числа термів з використанням експертних оцінок, зроблених на етапі налаштування системи. Це спростить процедуру коригування еталонів, за рахунок реалізації процесу  $n$ -кратного інкрементування числа термів для трапецієподібних нечітких чисел.

**Ключові слова:** ризик, аналіз ризиків, оцінювання ризиків, система аналізу та оцінювання ризиків, нечітка змінна, функція трансформування термів лінгвістичних змінних, одноразове інкрементування, трапецієподібні нечіткі числа.

**Korchenko A., Akhmetov B., Kazmirchuk S., Zhakambayeva M. Method of  $n$ -fold incrementation the number of terms the linguistic variables in the tasks of analysis and risk assessment**

**Abstract.** For solving problems of information security assessment risk often need to perform data processing in fuzzy conditions. To implement such a process, uses a system, in which the estimation is based on the linguistic variables, that are based on standard parametric trapezoidal fuzzy numbers of a predetermined number of terms. Etalons are defined by experts on the step of basic units initialization during system settings. The efficiency of its use will increase if the correction of etalons will be provided without the involvement of appropriate experts. To solve this problem we propose a method of  $n$ -fold incrementation the number of terms using expert estimates made at the stage of system settings. This will simplify the procedure for adjustment of etalons, due to the implementation of the  $n$ -fold increment the number of terms for the trapezoidal fuzzy numbers.

**Key words:** risk, risk analysis, information security risk assessment system, fuzzy variable, function transformation terms of linguistic variables, a single incrementation, trapezoidal fuzzy numbers.

---

Отримано 15 червня 2015 року, затверджено редколегією 1 липня 2015 року

---