

Федій Олександр 

кандидат педагогічних наук, доцент,
заступник директора Ліцею № 14 «Здоров'я»
Полтавської міської ради
м. Полтава, Україна
fedyi.alexander@gmail.com

Міщенко Лариса,
вчитель математики Ліцею № 14 «Здоров'я»
Полтавської міської ради
м. Полтава, Україна
larisamischenko72@gmail.com

ФОРМУВАННЯ КАРТОГРАФІЧНИХ ПОНЯТЬ НА УРОКАХ ГЕОГРАФІЇ ШЛЯХОМ ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ

Анотація: У статті розглядаються ключові аспекти формування картографічних понять на уроках географії з використанням математичного апарату, розкриті особливості застосування математичної термінології для пояснення здобувачам освіти на уроках географії сутності понять «широта», «довгота», «прямокутні координати», «картографічна проєкція».

Ключові слова: географічні координати, прямокутні координати, двогранний кут, широта точки, довгота точки, картографічна проєкція.

Annotation. The article discusses key aspects of forming cartographic concepts in geography lessons using mathematical tools, reveals the peculiarities of applying mathematical terminology to explain the essence of the concepts of «latitude», «longitude», «rectangular coordinates», and «cartographic projection» to students in geography lessons.

***Key words:** geographic coordinates, rectangular coordinates, dihedral angle, latitude of a point, longitude of a point, map projection.*

Вступ. У формуванні пізнавальної діяльності здобувачів освіти на уроках географії значну роль відіграють практичні навички у роботі із засобами навчання. Одним з пріоритетних таких засобів, що під час вивчення забезпечує поєднання різних дидактичних інструментів (методів, методичних прийомів, засобів та форм організації навчання), є географічна карта. Під час формування компетентностей у природничій галузі географічна карта сприяє візуалізації теоретичного матеріалу та перенесення отриманих знань у практичну площину. Для здобувачів освіти на уроках географії з теми «Географічна карта» важливо знати математичні основи розробки самої карти, здійснювати найпростіші розрахунки відстаней, площ, географічних і прямокутних координат точок, азимутів напрямків руху з допомогою математичних інструментів, осмислювати інтеграційну сутність взаємодії шкільних предметів географії та математики. Вивчення географічної карти забезпечує перехід розумових здібностей здобувачів освіти від конкретно-образного до абстрактного мислення.

Мета статті – розкрити інтеграційні властивості географічної карти як засобу навчання та довести про необхідність знань з математики при формуванні картографічних понять на уроках географії.

Результати дослідження. Картографічні знання є пріоритетними в сучасній географічній освіті. Електронні носії інформації витісняють способи відображення об'єктів та процесів на паперових носіях, але уміння користуватися географічною картою не втратили свого значення як під час проведення уроків, так і в позаурочний час в гуртковій та факультативній роботі. Сучасні методики навчання передбачають формування компетентностей, зокрема, картографічних, як одне з пріоритетних напрямів в освітньому процесі [5, с. 47]. Географічна карта спрямовує навчальний процес

на розвиток у здобувачів освіти просторового уявлення та мислення, реалізацію практичних навичок у самонавчанні.

Картографічні компетентності являють собою комбінацію знань, вмінь і практичних навичок, способів мислення, які сприяють здатності здобувачам освіти успішно розуміти просторові закономірності розвитку природи і суспільства за допомогою географічних карт, здійснювати на їхній основі аналіз подій та фактів шляхом розв'язування задач.

Опанування тем з картографії потребує дедалі більшої уваги інтегрованих підходів до вивчення змісту предмету через володіння математичним апаратом. Сутність географічної карти розкривається у її визначенні – це математично обґрунтоване, зменшене, генералізоване, зображення земної поверхні у системі прийнятих умовних знаків [4; 8, с. 5]. Географічна карта – це математична, образно-знакова модель, яка придатна для вимірювань зображення на площині земної поверхні [6, с. 112].

Картографічна мова двовимірна, включаючи математичну. Відомі багатовимірні математичні формалізації не мають топографічних параметрів реального простору і відтак є одновимірними мовними засобами. Географічні карти являють собою формалізовані моделі простору, а математична основа закладає підвалини саме практичного використання їх у багатьох сферах, особливо навчанні. Щоб зрозуміти значення математичної основи карти, слід уявити собі трансформацію, яку повинна здійснити кожна точка земної поверхні від її справжньої локалізації до зображення на папері.

Перше знайомство здобувачів освіти з картографічними поняттями відбувається в 6-му класі, але ґрунтовно продовжується у 8-му класі. На курси за 6-й і 8-й класи покладено завдання сформулювати фундаментальні поняття: «географічна карта», «масштаб», «географічні координати», «широта», «довгота», «паралелі», «меридіани», «орієнтування на місцевості», «компас», «азимут» тощо. Із більшості зазначених понять основу складають знання з математики. Практичні дії передбачають пошук елементів карти (паралелі, меридіани), розрахунок на їх основі географічних координат, виконання вправ

по переведенню числового масштабу в іменований тощо. Елементарні навички по роботі з масштабом діти отримують на уроках математики і реалізують їх на уроках географії.

В завданнях, спрямованих на формування вміння визначати географічні координати, здобувачі освіти мають знаходити пункти по заданим координатам, а також визначати координати по картам, побудованих у різних проєкціях. Вміння визначати географічні координати необхідне і при обчисленні протяжності об'єкта за допомогою градусної сітки. В темі «Орієнтування на місцевості» називають різні способи орієнтування, користуються компасом для визначення сторін горизонту, визначають азимут та напрямки на різні об'єкти на місцевості. Якщо здобувачі освіти 6-х і 8-х класів не розуміють глибину «математичності» багатьох понять, а лише виконують певні навички по роботі з картою, то програмою 11-го класу передбачено ґрунтовне загальне повторення картографічних знань із введенням нових понять, до прикладу, «прямокутні координати точки».

Більшість картографічних понять при їх формуванні у здобувачів освіти потребують математичної інтерпретації. Всі карти створюються на основі картографічної проєкції – це математично відображена поверхня еліпсоїда або кола на площині. Результатом такої трансформації на карті передаються положення об'єктів, які картографуються. Закономірність, яка визначає картографічну проєкцію, може бути виражена її рівняннями, графічною побудовою, таблицею координат та іншими способами. Перед вивченням географічних координат обов'язково постає проблема розуміння кута між прямою і площиною та двогранного кута.

В підручниках з географії для здобувачів освіти поняття «географічна широта» визначають як відстань в градусах від екватора, а «географічна довгота» – від початкового меридіану [4; 7; 8]. Але цей спрощений варіант понять не відображає правильність самої сутності широти і довготи. Географічна система координат використовує сферичні (тобто тривимірні) кутові географічні координати (широту та довготу), що ґрунтуються на одному

з еліпсоїдів. Еліпсоїд (або сфероїд) – фігура, яка спрощено описує форму Землі, характеризується в першу чергу розмірами великої та малої піввісей, а також іншими додатковими параметрами (стиснення, ексцентриситет). З математичної точки зору географічною широтою точки (φ) на поверхні земного еліпсоїда називається кут між нормаллю до його поверхні в цій точці та площиною екватора і розраховується від екватора до полюсів від 0 до 90° [8, с. 10] (рис. 1).

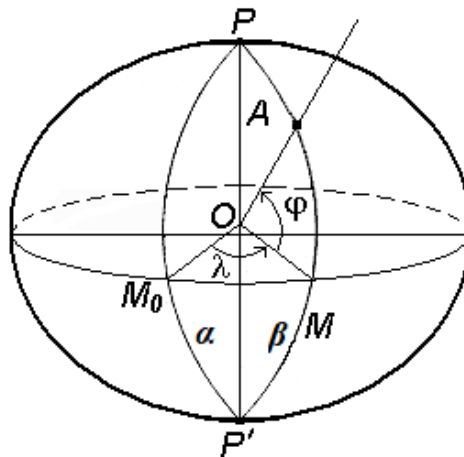


Рис. 1. Географічна широта і географічна довгота точки A на поверхні еліпсоїда

Кут між прямою та площиною є одним із ключових понять у стереометрії, яке дозволяє виміряти нахил прямої до цієї площини. Кутом між прямою та площиною називається кут між прямою та її проекцією на цю площину. На земному еліпсоїді можуть бути такі особливі випадки: 1) пряма паралельна площині або належить їй (кут $\varphi = 0^\circ$); 2) пряма перпендикулярна площині (кут $\varphi = 90^\circ$); 3) кут в діапазоні від 0° до 90° ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$) (рис. 2) [2, с. 173].

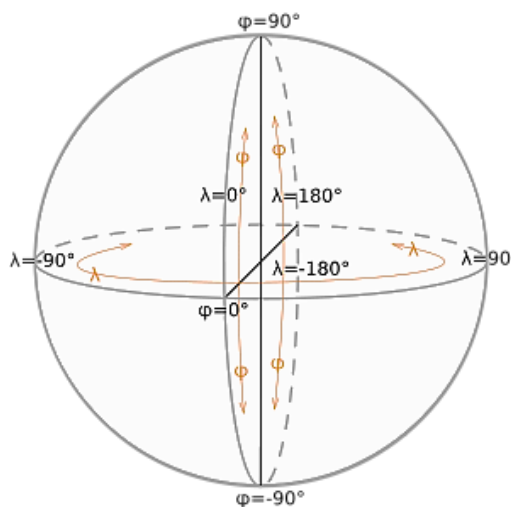


Рис. 2. Математична інтерпретація географічної широти і довготи

Розрахунок географічних довгот (λ) ведеться на схід та захід від Грінвічського меридіана від 0° до 180° . Довготою точки прийнято називати двогранний кут між площиною зазначеної точки на поверхні земного еліпсоїда та площиною нульового меридіану (рис. 1) [8, с. 10]. Двогранний кут є одним з ключових понять в стереометрії, яке дозволяє вимірювати нахил однієї площини до іншої. Двогранний кут – це частина простору, утворена двома півплощинами-гранями двогранного кута, які мають спільну межу – ребро двогранного кута. Основними елементами такого кута є грані α та β на двох півплощинах і ребро PP' (на рисунку 1 – земна вісь). У повсякденному житті форми двогранного кута мають, до прикладу, напіввідчинені двері, розгорнута книга, дах будинку. Міра двогранного кута визначається за допомогою його лінійного кута – кут, утворений двома променями, проведеними з довільної точки на ребрі PP' в кожній грані α та β перпендикулярно до ребра. Величина двогранного кута (i , відповідно, його лінійного кута) не залежить від вибору точки на ребрі [3, с. 105]. Міра двогранного кута λ знаходиться в межах від 0° до 180° (рис. 2).

Широта та довгота, як просторові координати, пов'язують реальні об'єкти на місцевості з їх картографічними відповідниками. І хоча вони зручні для вказування місцеположення об'єкта на карті, для визначення його просторових характеристик таких як довжина і площа, не можуть бути використані. Це відбувається тому, що географічні широта і довгота є градусними одиницями вимірювання. Для подолання цих складнощів дані переводять із сферичних географічних в прямокутні спроектовані координати.

Тому, для певної території на поверхні Землі є необхідним вибір системи координат, яка разом з масштабом, еліпсоїдом і проекцією створюють частину математичної основи карти. Прямокутна система координат пов'язана з географічною за допомогою проекції. В Україні поширеними є групи проекцій ГК (Гауса-Крюгера) та UTM (Universal Transverse Mercator). Обидві групи базуються на одній поперечно-циліндричній проекції Меркатора (Transverse

Mercator), однак мають різну номенклатуру (нумерацію зон) та параметри проєкцій для кожної зони.

Всі топографічні карти України крупного масштабу побудовані на проєкції Гауса-Крюгера, яка ґрунтується на еліпсоїді Бесселя (Bessel 1841) і поперечній проєкції Меркатора (рис. 3).

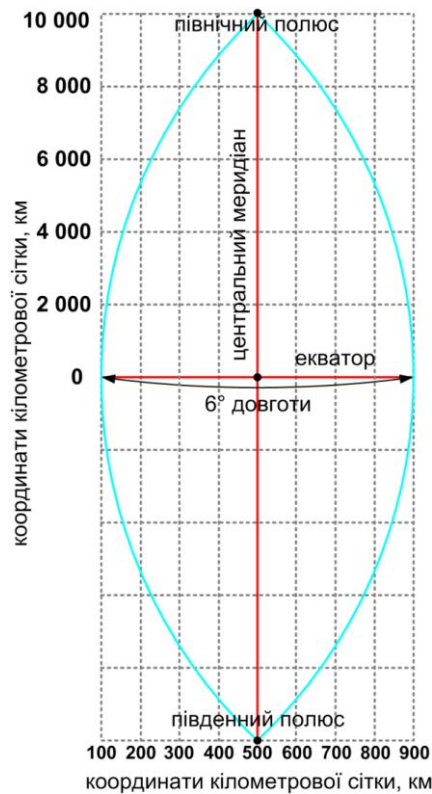


Рис. 3. Проекція Гауса-Крюгера

Вона ділить поверхню Землі на 60 зон шириною по 6° довготи і являє собою рівнокутну поперечно-циліндричну проєкцію. Проєктування здійснюється на циліндр, дотичний до еліпсоїда по меридіану (центральный меридіан).

З розробкою нової системи координат в Україні використовують проєкцію UTM, яка була розроблена в 40-х рр. XX ст. інженерним корпусом армії США. Дана система прямокутних координат ґрунтується на еліпсоїді WGS 1984 і розбиває земну поверхню між 80° південної широти та 84° північної широти на 60 зон по 6° довготи кожна [8]. Проєкція UTM належить до рівнокутних, тобто зберігає кути і форму об'єктів, проте на постійній основі спотворює відстані та площі.

Координатна площина є одним із фундаментальних понять у математиці [3, с. 6]. Для здобувачів освіти 11-го класу вона допомагає візуалізувати не просто алгебраїчні співвідношення та вирішувати геометричні задачі, а й розуміти сутність географічної системи прямокутних координат. Перед формуванням поняття «прямокутні координати» необхідно створити всі умови для розуміння координатної площини, спираючись на математичний апарат. Координатна площина (також відома як Декартова система координат) утворюється двома взаємно перпендикулярними координатними прямими, що перетинаються в початку відліку. Основними її елементами є:

- 1) вісі координат (горизонтальна вісь OX (вісь абсцис) та вертикальна вісь OY (вісь ординат));
- 2) початок координат 0 – точка перетину вісей, що відповідає координатам $(0; 0)$;
- 3) одиничний відрізок певної довжини, однаковий для обох вісей, який використовується для відліку відстаней;
- 4) координати точки $(x; y)$, де: x – абсциса точки (координата по осі OX), y – ордината точки (координата по осі OY) [1, с. 24].

Для здобувачів освіти, які опановують уміння виконувати практичні роботи на топографічній карті, стикаються з проблемою неузгодженості пошуку географічних та прямокутних координат. На географічній карті спочатку знаходять широту точки, а потім її довготу, що відповідає розрахунку параметрів Y та X відповідно. В Декартовій системі координат в математиці будь-яка точка спочатку відображає абсцису (X), а потім ординату (Y). Для узгодженості між географічними і прямокутними координатами в проєкціях UTM (Universal Transverse Mercator) та ГК (Гауса-Крюгера) вісі абсцис і ординат взаємозамінені. Такі підходи до визначення координат в географії не заважають здобувачам освіти здійснювати практичні розрахунки, а математика спрощує розуміння їхньої сутності.

Висновки. Математична основа побудови географічної карти підкреслює всю її складність як візуалізованого засобу навчання. На уроках географії

вчителям набагато простіше працювати із здобувачами освіти, які поглиблено вивчають математику. Для таких здобувачів освіти немає необхідності розкривати в деталях поняття «кут між прямою і площиною», «двогранний кут», «масштаб», «поперечно-циліндрична проєкція» тощо. Під час навчання безпосередньо акцентується увага на географічних елементах карти. процес формування картографічних понять з використанням математичного апарату є набагато ефективнішим і простішим.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. Геометрія 9 кл. : підручник. Київ : Генеза, 2010. 232 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., Владіміров В. М. Геометрія 10 кл. : підручник. Київ : Генеза, 2010. 232 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., Владіміров В. М. Геометрія 11 кл. : підручник. Київ : Генеза, 2011. 336 с.
4. Земледух Р. М. Картографія з основами топографії. Київ : Вища школа, 1993. 456 с.
5. Самойленко В. М., Олійник Я. Б., Вішнікіна Л. П., Діброві І. О. Навчання географії : Понятійно-термінологічний словник. Київ : Ніка-Центр, 2014. 352 с.
6. Топузов О. М., Самойленко В. М., Вішнікіна Л. П. Загальна методика навчання географії : підручник. Київ : Картографія, 2012. 512 с.
7. Федій О. А. Картографія з основами топографії : методичний посібник для підготовки здобувачів освітнього ступеня «Бакалавр» із галузі знань 01 «Освіта» спеціальності 014.07 «Середня освіта (Географія)» та галузі знань 10 «Природничі науки» спеціальності 103 «Науки про Землю». Полтава, 2019. 48 с.
8. Федій О. А., Шуканова А. А. Туристична картографія : навч.-метод. посіб. Полтава, 2020. 74 с.