DC 621.548.5:519.63 (045)

[1]V. M. Sineglazov
[2]A. A. Ziganshin

FINITE VOLUME METHOD TO SOLUTION OF NAVIER-STOKES EQUATIONS FOR VERTICAL AXIS WIND TURBINES

Av t C ut - t t C x D t t, t Av t v ty, y v,
E- :[1] v @ u. u.u , [2] w z @ .

Abstract**—***Computational finite volume method to solution of Navier–Stokes equations for vertical axis wind turbines was presented. Discrete forms of these equations were obtained that brought to nonlinear equations system.*

Index Terms—A y ; ; v u .

. D C

D v t v t t t v y u u t t E y . t t w y t v t t w y. w - t - z t - x (A) ty w tu (w) w t w . u t t t w y u . A t v t - x (A) w tu y D u t t v u t w - y.

t w w tu - w y ut z t v y - t t t t t t t y - t t . t w tu y u t y y , t u u t v - t w t u t t - t t w t w tu .

. E E F E D E A E – E E A

t t t u - t y t u t t . t " " t y - t t ut t t t u t t t (ut t).

3 t .

1) F t t .
2) F t t t .
3) F t v u t (F).

F t v u t 1 – 3 tw - t t v t y t w - u . F t y, t v t t (v t , t .). y t w t ut t ut t t .

. B E A E E

y y t w tu y y - v

v – t u t u w y t t ut x x

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u_j}{\partial x_j}=0,\\ &\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}\\ &\qquad+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right],\\ &I_z\frac{d\omega}{dt}=Q-Q\ -Q\ , \end{aligned}\right\}\qquad (1)$$

w x_i, $i = 1, 2$ C t t (x, y); t t ; u t C t v t t v - (u, v); p t u ; ρ t ty; ν t t v tu u t t t v ty; I_z t t t t ; ω t u v ty t t ; Q t u t t ut t y ; Q y t tt t t t t t ; Q t u t t - t t t y t w tu - .

$$\nu\ \ =\nu+\nu_t,$$

w ν ν_t u tu u t t t v ty, t v y.

v t t t t u (y - t) u t t :

$$Q=\oiint_S\left[(x-x_0)F_y-(y-y_0)F_x\right]dS,$$

$$F_x=-p\quad\left(\vec{n},\vec{i}\right)+\tau\quad\left(\vec{t},\vec{i}\right),$$

$$F_y=-p\quad\left(\vec{n},\vec{j}\right)+\tau\quad\left(\vec{t},\vec{j}\right),$$

w F_x, F_x t t t y t x C t t , t t ; x, y C t t ; x_0,

y_0 C t t t x t t ut w t t t t t - ; S u t t ; $\tau = \mu\left(\partial U_\tau / \partial l_n\right)$ t t t t ; μ t y- t v ty; U_τ t t t t t v ty v t ; l_n t t t t t u t t ; $\bar{\mathbf{n}}$ v t t t u t t ; $\bar{\mathbf{t}}$ t - t v t t t u t t ; $\bar{\mathbf{i}}, \bar{\mathbf{j}}$ u t t t C t t .

A t t u v ty, t - t t u u w .

t y (u u t u t t - t t t t t t) t - t t t - t u ω t

$$Q_{ld} = \begin{cases} 0, \omega < \omega_t, \\ Q_{ld}, \omega \ge \omega_t. \end{cases}$$

u t t t t t - y t w tu v y u - t u t t u v ty t t

$$Q = A\omega^2 + B\omega + C,$$

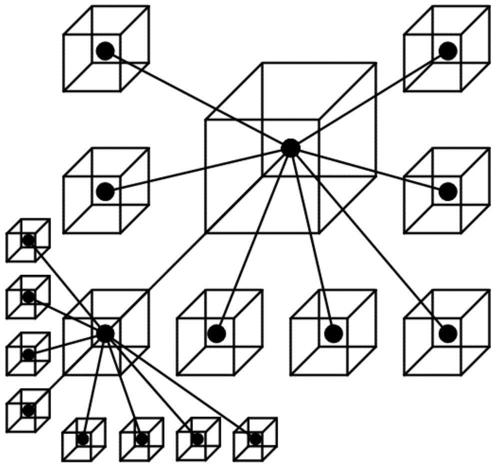
w A, B, C t t t t - t t t w tu .

. B D F ADA E C A A D

t t t t t u - ut t - t t t u t t ut t . C t u t t ut t t v t t w t t t t t v – t u t t t u v t y t u t , w y u u t - ut . At t t t t ut t u x y ut - t .

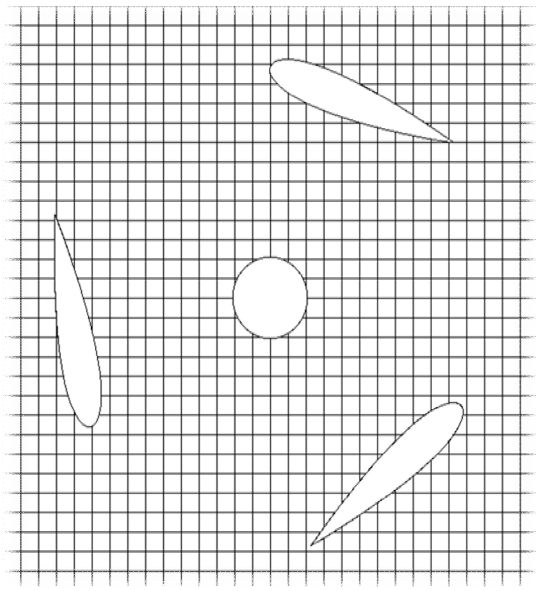
F t ty t ut t - t ut t y t t t t t , ut t t v t t , w - t t t u t - u t u u t t . At t t , t t y t u ut t , w t y v y (u v y) u t t t - . u t u t t u tu " t" , w t t u " t ".

t u tu u tw t w F . 1.



F . 1. t t u tu t u

A u t t t t t u " t" , t' t " t " u t z . t y t t t u t t t w t " t " t t t t " t" . t t v u z t y t y t t v . t v t t t t t t t - t t y u (t) t v " t " (F . 2). A t t v " t" v t , w v t t xt v t t (F . 3). u t t u t t t t t t t w t v - t t v t t .



F . 2. t D u t

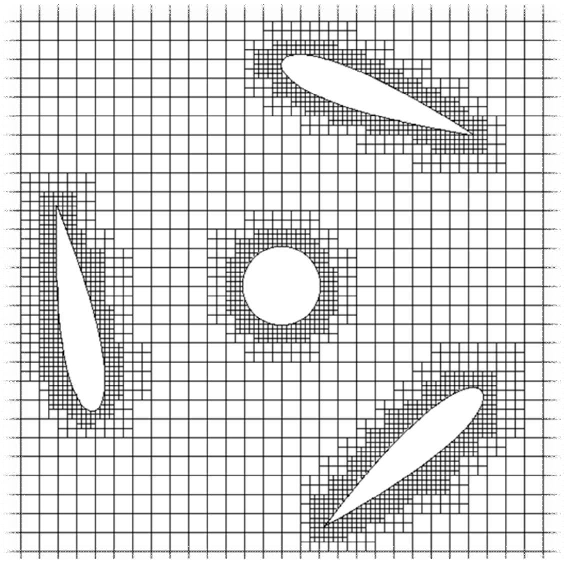
. A A D B DA C D

A t t t t t u - tu w t w ut t .

F t t *t* t t u tu w:

$$U = U_\infty; \quad V = 0; \quad p = p_\infty,$$

w U, V t t w v ty t t t x y t v y; p t u .



F . 3. t D u t w t t t t

t t y u :

$$\mathbf{U} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}; \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0.$$

w **r** t u -v t t t; **n** t u t t t u .

Inflow boundary (inlet).

F t ut t w u y - t :

$$U = U_\infty; \quad V = 0; \quad p = p_\infty.$$

Outflow boundary (outlet).

u t ut w u - y:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

w **n** t t t ut w u y. t u t t u t z .

. A A F A E – E E A

B u t ty t v – t u t v t y u y. A t u ut t t t F u t t u u ty t u - u t v x - t u v u .

w t t u u t (1) :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y},$$

w

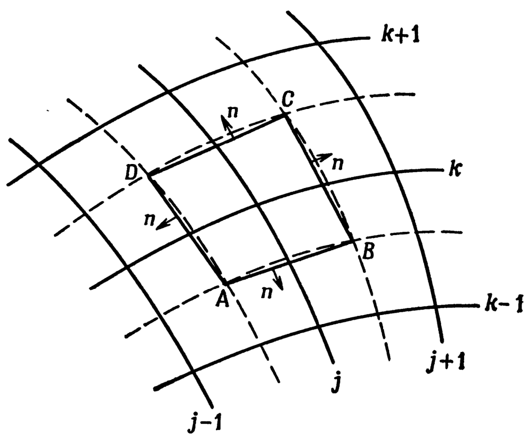
$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} U \\ V \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} U^2 + \dfrac{p}{\rho} \\ UV \\ U \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{Bmatrix} UV \\ V^2 + \dfrac{p}{\rho} \\ V \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yx} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{Bmatrix} S_{xy} \\ S_{yy} \\ 0 \end{Bmatrix}, \tag{2}$$

$$S_{xx} = 2\nu \frac{\partial U}{\partial x}, \quad S_{xy} = \nu \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right),$$

$$S_{xy} = \nu \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\right), \quad S_{yx} = 2\nu \frac{\partial V}{\partial y}.$$

F t v u t t y t t u t u t (2) t v u *ABCD* (F . 4). u t t t v t v - y t t 1 :



F . 4. t v u

$$\int\limits_{ABCD} \left(\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y}\right) dxdy = \frac{d}{dt}\int \mathbf{q}\,dV + \int\limits_{ABCD} \mathbf{H}\cdot\mathbf{n}\,ds,$$

w $\mathbf{H} = (F; G)$. D t t :

$$\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}\,ds = F dy - G dx.$$

F u :

$$S_{ABCD}\frac{dq}{dt} + \sum_{AB}^{DA}\left(F\Delta y - G\Delta x\right),$$

w S_{ABCD} t u t *ABCD*.

t :

$$S_{ABCD}\frac{dq_{j,k}}{dt}+\left(F\Delta y-G\Delta x\right)_{AB}+\left(F\Delta y-G\Delta x\right)_{BC}\quad(3)$$
$$+\left(F\Delta y-G\Delta x\right)_{CD}+\left(F\Delta y-G\Delta x\right)_{DA},$$

w x

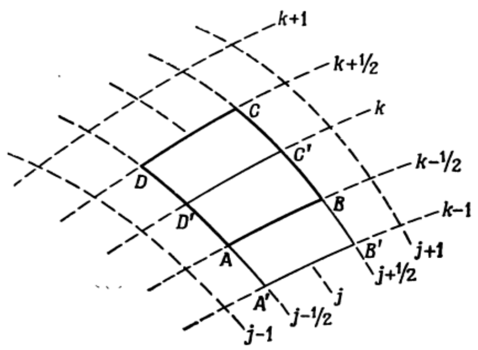
$$F_{AB}=\frac{F_{j,k-1}+F_{j,k}}{2},\Delta y_{AB}=y_B-y_A,$$
$$G_{AB}=\frac{G_{j,k-1}+G_{j,k}}{2},\Delta x_{AB}=x_B-x_A,$$
$$x_A=\frac{x_{j-1,k-1}+x_{j-1,k}+x_{j,k-1}+x_{j,k}}{4}.$$

A t v t v y t - t u t v u *ABCD* (F . 5) y t t . F x w v :

$$\int\limits_{ABCD}\left(\frac{\partial^2U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2U}{\partial y^2}\right)dxdy+\int\limits_{ABCD}\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}ds,$$

w

$$\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}ds=\frac{\partial U}{\partial x}dy-\frac{\partial U}{\partial y}dx.$$



F . 5. t v u

y t (3) t :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\Delta y-\frac{\partial U}{\partial y}\Delta x\right)_{AB}+\left(\frac{\partial U}{\partial x}\Delta y-\frac{\partial U}{\partial y}\Delta x\right)_{BC}$$
$$+\left(\frac{\partial U}{\partial x}\Delta y-\frac{\partial U}{\partial y}\Delta x\right)_{CD}+\left(\frac{\partial U}{\partial x}\Delta y-\frac{\partial U}{\partial y}\Delta x\right)_{DA},$$

w x

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{AB}=\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{j,k-1/2}$$
$$=\frac{1}{S_{A'B'C'D'}}\iint\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)dxdy=\frac{1}{S_{A'B'C'D'}}\int Udy$$
$$\approx\frac{U_{j,k-1}\Delta y_{A'B'}+U_B\Delta y_{B'C'}+U_{j,k}\Delta y_{C'D'}+U_A\Delta y_{D'A'}}{S_{A'B'C'D'}}.$$

F y w t u t y t t

$$\mathbf{b}U+\mathbf{n}V=\mathbf{m}P.$$

w **b, n, m** t t x t t u- w u t *U*, *V*, *P*.

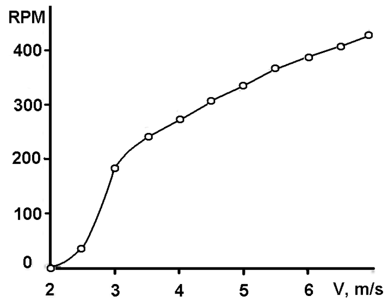
ut u t u t y y t :

1) v t y t , t t u t t t - v t v t *y* t t .

2) v t y t , t t u t t t - v t v t *x* t t .

E

Dy t t w u t t t D u t . t t t t t w 0.26 0.4 - t v y. v ut ut ( ) v u t w w t F . 6. t ut t w ut 2.5 / .



F . 6. D v u t w

C C

C ut t F t ut v – t u t v t x w tu w t .

D t t u t w t t t u t t u t y t .

ut u t w t t t v - t t u w u t y y t .

EFE E CE

1 C. A. . F t , “C ut t u F u Dy ,” v . : *Fundamental and General Techniques*. v . : *Specific Techniques for Different Flow Categories*. B t ., - 1988. , 409 ., 183 ./ , 484 ., 183 ., D 198,00 t. B 3-540-18151-2/3-540-18759-6 (C ut t y).

2 . C. , D. A. A , . . t , *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer* (E t). w : y & F , 1997, 785 .

3 . . F z , . , *Computational methods for fluid dynamics*. , 2001.

v Dec 22, 2015

Sineglazov Viktor. D t E . .
Av t C ut - t t C x D t t, t Av t v ty, y v, .
E u t : v yt t tut . v, (1973).
t t : A v t , A C t , t t C x y t , / w t.
u t : t 500 .
E- : v @ u. u.u

Ziganshin Anwar. A t t.
Av t C ut - t t C x D t t, t Av t v ty, y v, .
E u t : z Av t t tut . z , u (1978).
t t : ut y t , u t y , w u y.
u t : 7.
E- : w z @ .

В. М. Синєглазов, А. А. Зіганшин. Метод скінченних об’ємів до розв’язання рівнянь Нав’є–Стокса для вертикально-осьових вітротурбін

П д т вл н чи л вий м т д к нч нних б’єм в для зв’яз ння внянь в’є–Ст к т вн д в тик - льн - ь вих в т вих ту б н. т им н ди к тн ф ми цих внянь, як п изв дять д и т ми н л н йних внянь.

Ключові слова: дин м к ; н ти кув льний; в’язкий.

Синєглазов Віктор Михайлович. Д кт т хн чних н ук. П ф .
К ф д в ц йних к мп’ют н - нт г в них к мпл к в, ц н льний в ц йний ун в ит т, Київ, Ук їн .
в т : Київ ький п л т хн чний н титут. Київ, Ук їн (1973).
п ям н ук в ї д яльн т : н в г ц я, уп вл ння п в т яним ух м, д нтиф к ц я кл дних и т м, в т- н г тичн у т н вки.
К льк ть публ к ц й: б льш 500 н ук вих б т.
E- : v @ u. u.u

Зіганшин Анвар Абдуллович. А и т нт.
К ф д в ц йних к мп’ют н - нт г в них к мпл к в, ц н льний в ц йний ун в ит т, Київ, Ук їн .
в т : К з н ький в ц йний н титут. К з нь, я (1978).
п ям н ук в ї д яльн т : и т ми вт м тиз ц ї п ктув льних б т, чи л в м т ди в дин м ц , п - н влюв льн дж л н г ї.
К льк ть публ к ц й: 7.
E- : w z @ .

В. М. Синеглазов, А. А. Зиганшин. Метод конечных объемов к решению уравнений Навье–Стокса для вертикально-осевых ветротурбин

П д т вл н чи л нный м т д к н чных бъ м в для ш ния у вн ний вь -Ст к п им нит льн к в - тик льн вым в т вым ту бин м. П луч ны ди к тны ф мы этих у вн ний, к т ы п ив дят к и - т м н лин йных у вн ний.

Ключевые слова: э дин мик ; н жим мый; вязкий.

Синеглазов Виктор Михайлович. Д кт т хнич ких н ук. П ф .
К ф д ви ци нных к мпьют н -инт г и в нных к мпл к в, ци н льный ви ци нный унив ит т, Ки в, Ук ин .
б з в ни : Ки в кий п лит хнич кий ин титут. Ки в, Ук ин (1973).
п вл ни н учн й д ят льн ти: э н виг ция, уп вл ни в здушным движ ни м, ид нтифик ция л ж- ных и т м, в т эн г тич ки у т н вки.
К лич тв публик ций: б льш 500 н учных б т.
E- : v @ u. u.u

Зиганшин Анвар Абдуллович. А и т нт.
К ф д ви ци нных к мпьют н -инт г и в нных к мпл к в, ци н льный ви ци нный унив ит т, Ки в, Ук ин .
б з в ни : К з н кий ви ци нный ин титут. К з нь, ия (1978).
п вл ни н учн й д ят льн ти: и т мы вт м тизи в нн г п кти в ния, чи л нны м т ды в э - дин мик , в з бн вляемы и т чники эн гии.
К лич тв публик ций: 7.
E- : w z @ .