УДК 519.87:616.12-008.3-073.96:519.25(045)

[1]Я. В. Литвиненко, канд. техн. наук,
[2]С. А. Лупенко, канд. техн. наук,
[3]Н. Р. Дем'янчук,
[4]А. С. Сверстюк

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИНХРОННО ЗАРЕЄСТРОВАНИХ СИГНАЛІВ СЕРЦЯ НА ОСНОВІ ВЕКТОРА ЦИКЛІЧНИХ РИТМІЧНО ПОВ'ЯЗАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У ЗАДАЧАХ КАРДІОДІАГНОСТИКИ

[1,2,3]Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя,
[4]Тернопільський державний медичний університет ім. І. Я. Гобачевського,
e-mail: [1]lytvynenko@tstu.edu.ua, [2]lupenko@ua.fm, [3]dnr2@rambler.ru, [4]sverstyuk@rambler.ru

Розглянуто метод комп'ютерного імітаційного моделювання синхронно зареєстрованих кардіосигналів на основі математичної моделі з використанням вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів.

Ключові слова: синхронно зареєстровані кардіосигнали, статистична обробка, імітаційне моделювання.

Вступ і постановка завдання. З метою апробації та порівняння різних методів і програмно-апаратних засобів обробки сигналів серця часто використовують методи їх комп'ютерного імітаційного моделювання. Якість та ефективність імітації кардіосигналів суттєво залежать від імітаційної моделі, що покладено в основу методу симуляції, а та, у свою чергу, зумовлюється математичною моделлю імітованих кардіосигналів.

У працях [1 – 3] показано, що адекватною математичною моделлю синхронно зареєстрованих кардіосигналів (СЗКС), яка, на відміну від існуючих їх моделей, одночасно враховує стохастичність, циклічність, мінливість та спільність ритму компонент СЗКС, є вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів. Ураховуючи наведений вище факт, імітаційне моделювання СЗКС буде полягати у комп'ютерній симуляції реалізацій вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів.

Цю роботу присвячено методу комп'ютерного імітаційного моделювання СЗКС на основі моделі у вигляді вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів для потреб навчання і тестування комп'ютерних систем кардіодіагностики.

Основна частина. Математична модель сукупності синхронно зареєстрованих кардіосигналів. Згідно з працею [4] дамо означення вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів.

Означення 1. Вектор $\Theta_N(\omega,t)$ циклічних випадкових процесів $\left\{\xi_i(\omega,t), i=\overline{1,N}, \omega\in\Omega, t\in\mathbf{W}\right\}$ будемо називати вектором циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, а самі циклічні процеси – ритмічно пов'язаними, якщо існує така функція $T(t,n)$, яка задовольняє умови функції ритму, що скінченновимірні вектори $\left\{\xi_{i_1}(\omega,t_1),\xi_{i_2}(\omega,t_2),...,\xi_{i_k}(\omega,t_k)\right\}$ та $\left\{\xi_{i_1}(\omega,t_1+T(t_1,n)),\xi_{i_2}(\omega,t_2+T(t_2,n)),...,\xi_{i_k}(\omega,t_k+T(t_k,n))\right\}$ $n\in\mathbf{Z}$, i_1, ..., $i_k=\overline{1,N}$, де $\{t_1,...,t_k\}$ – множина сепарабельності вектора $\Theta_N(\omega,t)$, за всіх цілих $k\in\mathbf{N}$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Областю визначення $\mathbf{W}$ вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів може бути або впорядкована дискретна $\mathbf{W}=\mathbf{D}=\left\{t_{ml}\in\mathbf{R},\ m\in\mathbf{Z},\ l=\overline{1,L}\right\}$ або неперервна

$\mathbf{W}=\mathbf{R}$ множина дійсних чисел. У випадку дискретності області визначення $\mathbf{W}=\mathbf{D}$ для її елементів виконується такий тип лінійного упорядкування: $t_{m_1 l_1} < t_{m_2 l_2}$, якщо $m_2 > m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 > l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1} > t_{m_2 l_2}$; $m_1, m_2 \in \mathbf{Z}$, $l_1, l_2 \in \overline{1, L}$. Причому $0 < t_{m,l+1} - t_{m,l} < \infty$.

Функція ритму $T(t,n)$ визначає закон зміни часових інтервалів між однофазними значеннями вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів. Функція ритму задовольняє такі умови:

$$\begin{aligned} &а)\ T(t,n) > 0, \quad \text{якщо } n > 0, \quad T(t,1) < \infty; \\ &б)\ T(t,n) = 0, \quad \text{якщо } n = 0, \\ &в)\ T(t,n) < 0, \quad \text{якщо } n < 0, \qquad t \in \mathbf{W}. \end{aligned} \tag{1}$$

Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{W}$ та $t_2 \in \mathbf{W}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t,n)$ виконується строга нерівність

$$T(t_1,n) + t_1 < T(t_2,n) + t_2, \forall n \in \mathbf{Z}. \tag{2}$$

Функція $T(t,n)$ є найменшою за модулем ($|T(t,n)| \le |T_\gamma(t,n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_\gamma(t,n), \gamma \in \mathbf{\Gamma}\}$, які задовольняють умови (1) та (2).

В окремому випадку, якщо функція ритму $T(t,n) = nT$ $(T = \text{const} > 0, n \in \mathbf{Z})$, то вектор $\Theta_N(\omega,t)$ є вектором T – періодично пов'язаних випадкових процесів.

Для сумісної k-вимірної функції розподілу вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів виконується рівність

$$F_{k\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}(x_1,\ldots,x_k;t_1,\ldots,t_k) =$$

$$= F_{k\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}(x_1,\ldots,x_k;t_1+T(t_1,n),\ldots,t_k+T(t_k,n)), n \in \mathbf{Z}, i_1,\ldots,i_k = \overline{1,N}, t_1,\ldots,t_k \in \mathbf{W}.$$

Змішана центральна моментна функція $p = \sum_{j=1}^{k} R_j$:

$$r_{p\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}(t_1,\ldots,t_k) = \mathbf{M}\left\{\left(\xi_{i_1}(\omega,t_1) - m_{\xi_{i_1}}(t_1)\right)^{R_1} \cdot \ldots \cdot \left(\xi_{i_p}(\omega,t_k) - m_{\xi_{i_k}}(t_k)\right)^{R_k}\right\} =$$

$$= r_{p\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}(t_1+T(t_1,n),\ldots,t_k+T(t_k,n)), t_1,\ldots,t_k \in \mathbf{W}, i_1,\ldots,i_k = \overline{1,N}, n \in \mathbf{Z}.$$

Сумісна статистична обробка сукупності синхронно зареєстрованих кардіосигналів. У працях [2; 5; 6] розглянуто питання статистичного оцінювання сумісних імовірнісних характеристик СЗКС. Зокрема, показано, що статистична оцінка

$$\hat{c}_{p\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}(t_1,\ldots,t_k) = \frac{1}{M-M_1+1} \cdot \sum_{n=0}^{M-M_1} \left[\xi_{i_{1\omega}}{}^{R_1}(t_1+T(t_1,n)) \cdot \ldots \cdot \xi_{i_{k\omega}}{}^{R_k}(t_k+T(t_k,n))\right],$$

$$t_1 \in \mathbf{W}_{c_1}, t_2,\ldots,t_k \in \bigcup_{m=1}^{M_1} \mathbf{W}_{c_m}, i_1,\ldots,i_k = \overline{1,N}$$

збігається у середньоквадратичному сенсі до змішаної початкової моментної функції $p=\sum_{j=1}^{k}R_j$ СЗКС, а статистична оцінка

$$\hat{r}_{p_{\xi_{i_1}\ldots\xi_{i_k}}}(t_1,\ldots,t_k)=\frac{1}{M-M_1}\sum_{n=0}^{M-M_1}\left(\xi_{i_{1_\omega}}{}^{R_1}\left(t_1+T\left(t_1,n\right)\right)-\hat{m}_{\xi_{i_1}}\left(t_1+T\left(t_1,n\right)\right)\right)^{R_1}\cdot\ldots\times$$

$$\times\left(\xi_{i_{k_\omega}}{}^{R_k}\left(t_k+T\left(t_k,n\right)\right)-\hat{m}_{\xi_{i_k}}\left(t_k+T\left(t_k,n\right)\right)\right)^{R_k},\ t_1\in\mathbf{W}_{c_1},\ t_2,\ldots,t_k\in\bigcup_{m=1}^{M_1}\mathbf{W}_{c_m},\ i_1,\ldots,i_k=\overline{1,N}$$

збігається у середньоквадратичному сенсі до змішаної центральної моментної функції вигляду $p=\sum_{j=1}^{k}R_j$ СЗКС.

Записані вище статистичні оцінки дають змогу оцінити ймовірнісні характеристики вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів не на всій області його визначення, а лише на області $\mathbf{W}_{c_m}\times\mathbf{R}^{k-1}$. Легко показати, що ці статистики достатньо знати на області $\mathbf{W}_{c_m}\times\mathbf{R}^{k-1}$, щоб за відомою функцією ритму отримати їх значення на всій області $\mathbf{R}^k$ визначення статистики.

Метод імітаційного моделювання синхронно зареєстрованих сигналів серця. Ґрунтуючись на праці [7], розробимо метод імітаційного моделювання СЗКС.

Згідно із працею [7] загальний метод імітаційного моделювання вектора циклічних випадкових процесів $\left\{\xi_i\left(\omega,t\right),\ i=\overline{1,N},\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}\right\}$ з послідовності стохастично еквівалентних базових циклів $\left\{g_{i,m}\left(\omega,t_0\right),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_0\in\mathbf{W}_{c_0},\ m\in\mathbf{Z},\ i=\overline{1,N}\right\}$ ґрунтується на такому зображенні випадкового вектора:

$$\left\{\left(t,\xi_i\left(\omega,t\right)\right),\ t\in\mathbf{W}\right\}=$$

$$=\bigcup_{m\in\mathbf{Z}}\left\{\left(t,\xi_{i,m}\left(\omega,t\right)\right),\ t\in\mathbf{W}_{c_m}\right\}=\bigcup_{m\in\mathbf{Z}}\left\{\left(y_m\left(t_0\right),g_{i,m}\left(\omega,t_0\right)\right),\ t_0\in\mathbf{W}_{c_0}\right\},\ i=\overline{1,N}$$

і полягає у виконанні таких етапів.

1. Визначають k-вимірні функції розподілу базових циклів $\left\{g_{i,m}\left(\omega,t_0\right),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t_0\in\mathbf{W}_{c_0},m\in\mathbf{Z},i=\overline{1,N}\right\}$ через відповідні k-вимірні функції розподілу вектора циклічних випадкових процесів $\left\{\xi_i\left(\omega,t\right),\ i=\overline{1,N},\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ t\in\mathbf{W}\right\}$.

2. Використовуючи відомі алгоритми імітації множини базових циклів, наприклад, методу умовних розподілів, отримують реалізації $\left\{g_{i,m_\omega}\left(t_0\right),\ t_0\in\mathbf{W}_{c_0},\ \ m\in\mathbf{Z},\ i=\overline{1,N}\right\}$ базових циклів $\left\{g_{i,m}\left(\omega,t_0\right)\right\}$.

3. Використовуючи формулу

$$y_m\left(t_0\right)=t_0+T\left(t_0,m\right)\in\mathbf{W}_{c_m},\ t_0\in\mathbf{W}_{c_0},\ m\in\mathbf{Z},$$

віднаходять множину функцій перетворення шкали $\left\{y_m\left(t_0\right)\in\mathbf{W}_{c_m},\ m\in\mathbf{Z}\right\}$ операторів перетворення шкали $\left\{\mathbf{G}_{y_m(t_0)}\left[\cdot\right],\ m\in\mathbf{Z}\right\}$.

4. Застосувавши множину операторів перетворення шкали $\left\{\mathbf{G}_{y_m(t_0)}[\cdot], m \in \mathbf{Z}\right\}$ до реалізацій $\left\{g_{i,m_\omega}(t_0), t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}, m \in \mathbf{Z}, i = \overline{1,N}\right\}$ базових циклів $\left\{g_{i,m}(\omega, t_0)\right\}$, моделюють реалізації випадкових векторів $\left\{\xi_{i,m}(\omega, t), \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}_{c_m}, m \in \mathbf{Z}, i = \overline{1,N}\right\}$, а саме:

$$\xi_{i,m_\omega}\left(y_m(t_0)\right) = g_{i,m_\omega}(t_0), t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}.$$

5. Формують реалізацію $\xi(t), t \in \mathbf{W}$ циклічного випадкового вектора $\left\{\xi_i(\omega, t), i = \overline{1,N}, \omega \in \mathbf{\Omega}, t \in \mathbf{W}\right\}$, а саме:

$$\left\{\left(t, \xi_{i_\omega}(t)\right), t \in \mathbf{W}\right\} = \bigcup_{m \in \mathbf{Z}} \left\{\left(t, \xi_{i,m_\omega}(t)\right), t \in \mathbf{W}_{c_m}\right\} = \bigcup_{m \in \mathbf{Z}} \left\{\left(y_m(t_0), g_{i,m_\omega}(t_0)\right), t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}\right\}.$$

Застосуємо наведений метод імітації вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів для імітації СЗКС. Для спрощення будемо вважати базові цикли стохастично незалежними, а функцію ритму $T(t, n)$ – кусково-лінійною, а саме:

$$T(t_0, m) = (\alpha_m - 1) \cdot t_0 + s_m, t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}, m \in \mathbf{Z}.$$

У цьому разі, як показано у праці [7], функції перетворення шкали $\left\{y_m(t_0) \in \mathbf{W}_{c_m}, m \in \mathbf{Z}\right\}$ є лінійними функціями:

$$y_m(t_0) = \alpha_m \cdot t_0 + s_m, t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}, m \in \mathbf{Z},$$

де $\left\{\alpha_m > 0, m \in \mathbf{Z}\right\}$ – множина масштабних коефіцієнтів; $\left\{s_m, m \in \mathbf{Z}\right\}$ – множина зсувних коефіцієнтів, які підбираються таким чином, щоб сукупність областей $\left\{\mathbf{W}_{c_m}, m \in \mathbf{Z}\right\}$, які є областями значень функцій $\left\{y_m(t_0), t_0 \in \mathbf{W}_{c_0}, m \in \mathbf{Z}\right\}$, утворювали б розбиття множини $\mathbf{W}$.

Результати моделювання синхронно зареєстрованих сигналів серця. Оцінювання математичних сподівань СЗКС, які використовувались як вихідні дані для імітації синхронних циклічних сигналів серця однієї та різної фізичної природи.

На рис. 2 подані результати моделювання СЗКС однієї (рис. 2, *б*, *в*, *г*) та різної фізичної (рис. 2, *е*, *є*, *ж*) природи із заданими функціями ритму (рис. 2, *а*, *д*).

Як приклад на рис. 3 показано довірчі інтервали, що з довірчою імовірністю 0,9997 накривають математичні сподівання зімітованих кардіосигналів.

Розроблений метод імітаційного моделювання СЗКС упроваджено в програмний комплекс для обробки та імітаційного моделювання СЗКС, який може використовуватись як складова частина спеціалізованого програмного забезпечення для проведення автоматизованої обробки та аналізу сигналів серця в кардіодіагностичних системах на базі ЕОМ.

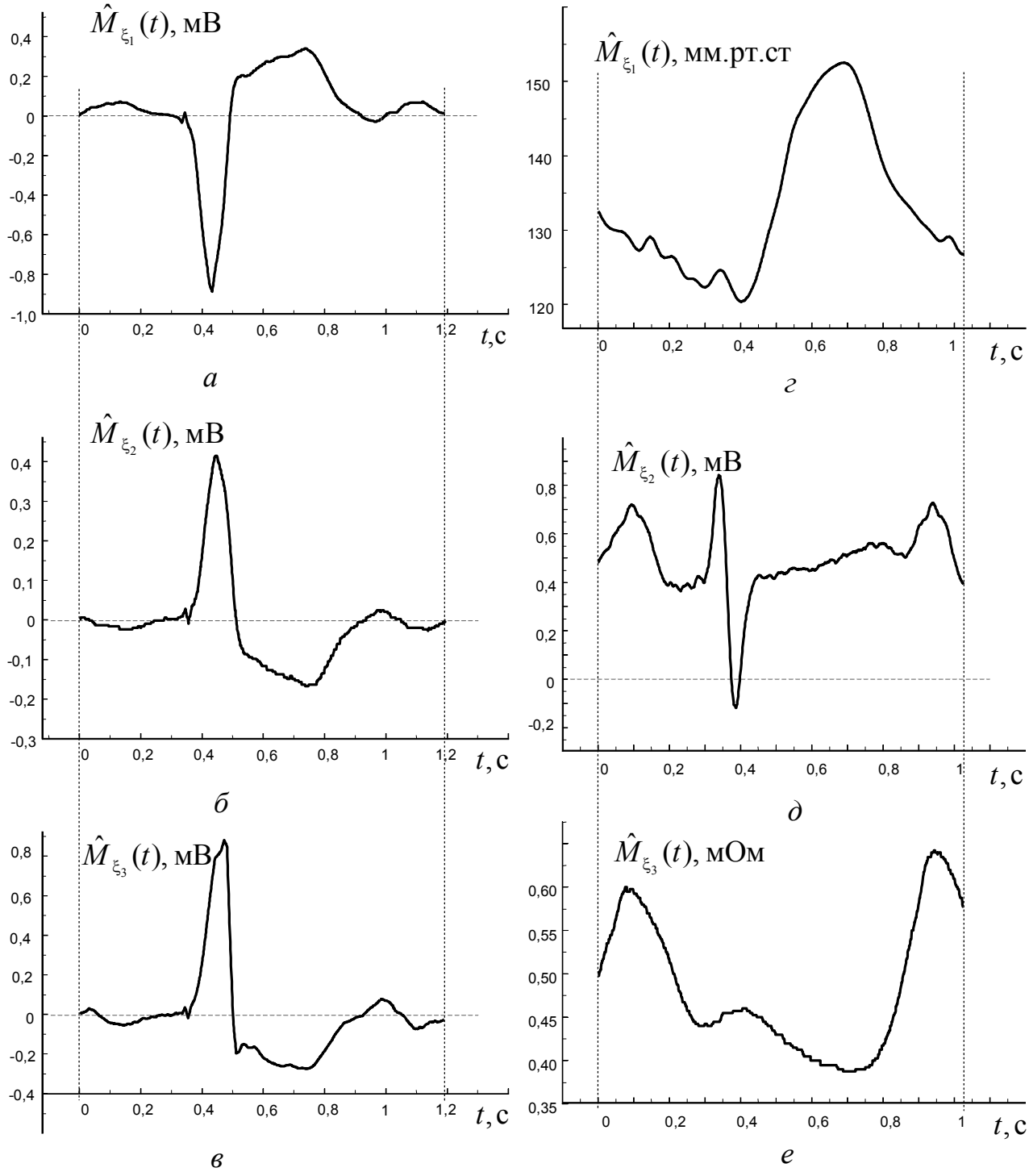

Рис. 1. Оцінювання математичних сподівань СЗКС:
однієї фізичної природи: *а* – електрокардіосигнал у II відведенні; *б* – електрокардіосигнал у V відведенні; *в* – електрокардіосигнал в aVR відведенні;
різної фізичної природи: *г* – сфигмокардіосигнал; *д* – електрокардіосигнал у II відведенні; *е* – реокардіосигнал

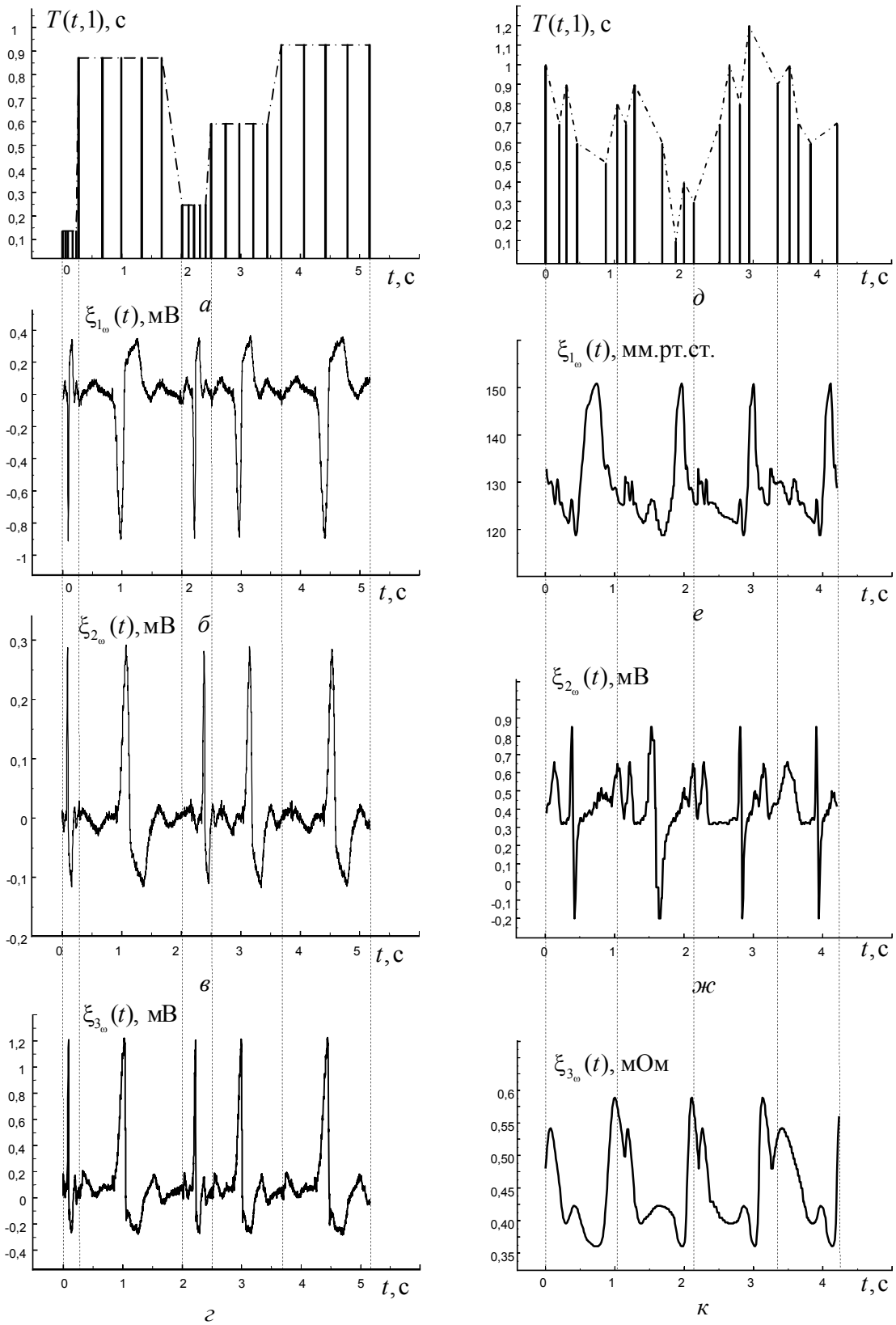

Рис. 2. Результати імітаційного моделювання СЗКС:
однієї фізичної природи: *а* – функція ритму електрокардіосигналу в II відведенні;
б – електрокардіосигнал у II відведенні; *в* – електрокардіосигнал у V відведенні;
г – електрокардіосигнал в aVR відведенні;
різної фізичної природи: *д* – функція ритму електрокардіосигналу в II відведенні;
е – сфигмокардіосигнал; *ж* – електрокардіосигнал у II відведенні; *к* – реокардіосигнал

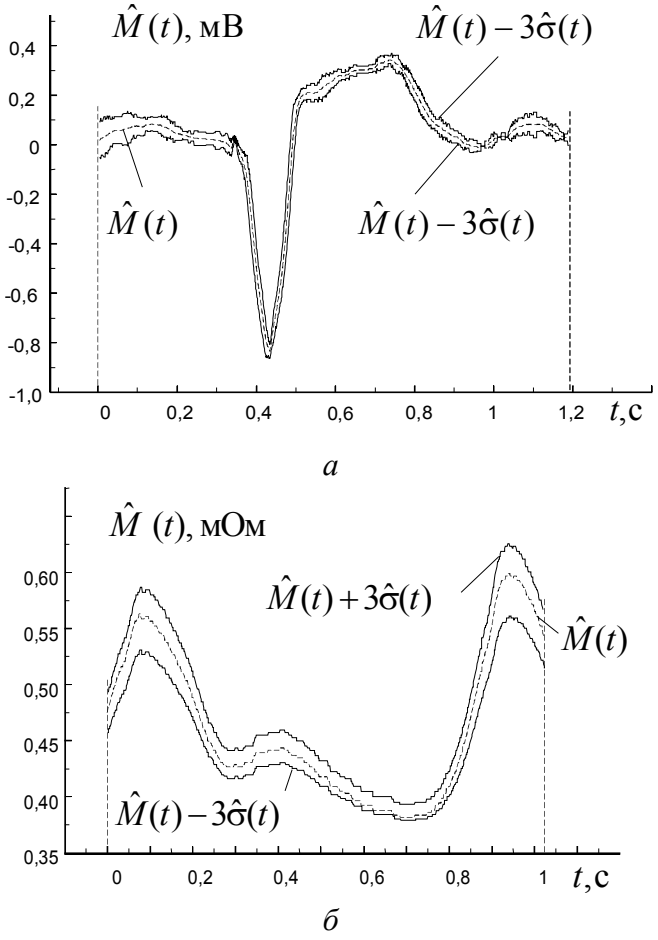

Рис. 3. Довірчі інтервали для математичних сподівань кардіосигналів:
а – електрокардіосигнал у II відведенні; *б* – реокардіосигнал

Висновки. Розроблено метод комп'ютерного імітаційного моделювання СЗКС, який враховує їх стохастичність, циклічність, мінливість та спільність ритму. Метод можна використовувати для формування тестових сигналів під час дослідження (тестування) алгоритмів обробки кардіосигналів у сучасних кардіодіагностичних системах.

Список літератури

1. *Лупенко С.* Математичне моделювання сигналів серця в задачах технічної кардіометрії на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу / С. Лупенко, Студена Ю. // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2006. – Т. 11, №1. – С. 134 – 142.
2. *Лупенко С. А.* Статистичний сумісний аналіз кардіосигналів на основі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів / С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, А. С. Сверстюк // Електроніка та системи управління, № 4 (18) – К.: НАУ,– 2008. – С. 22 – 29.
3. *Сверстюк А. С.* Обґрунтування та верифікація математичної моделі синхронно зареєстрованих кардіосигналів з використанням вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів / А.С. Сверстюк // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2009. – №1. – С. 143 – 147.
4. *Лупенко С. А.* Детермнированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация / С. А. Лупенко // Электронное моделирование. Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова. – 2006. – Т. 28, №4. – С. 29 – 45.

5. *Лупенко С.* Сумісна статистична обробка синхронно зареєстрованих кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів / С. Лупенко, Я. Литвиненко, А. Сверстюк // Тези доповідей дванадцятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету ім. І. Пулюя. – Тернопіль, 2008. – 111 с.
6. *Лупенко С.* Статистичне оцінювання взаємної кореляційної функції синхронно зареєстрованих кардіосигналів у системах автоматизованої кардіодіагностичики / С. Лупенко, Я. Литвиненко, А. Сверстюк // Матеріали всеукраїнської наукової конференції ТДТУ. – Тернопіль, 2009. – 98 с.
7. *Лупенко С. А.* Концептуально-методологічні основи імітаційного моделювання циклічних сигналів на ЕОМ із використанням їх моделі у вигляді циклічного функціонального відношення / С. А. Лупенко, Н. Р. Дем'янчук, А. С. Сверстюк // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2008. – №4. – С. 101 – 111.

Я. В. Литвиненко, С. А. Лупенко, Н. Р. Демянчук, А. С. Сверстюк

Имитационное моделирование синхронно зарегистрированных сигналов сердца на основании вектора циклических ритмически связанных случайных процессов

Рассмотрен метод компьютерного имитационного моделирования синхронно зарегистрированных кардиосигналов на основании их математической модели с использованием вектора циклических ритмически связанных случайных процессов.

Ya. V. Lytvynenko, S. A. Lupenko, N. R. Demyanchuk, A. S. Sverstyuk

Imitational modeling of synchronously registered cardiosignals on the basis of the vector of rhythmically connected cyclic stochastic processes in cardiodiagnostic tasks

The computer method of imitational modeling of synchronously registered cardiosignals on the basis of their mathematical model – the vector of rhythmically connected cyclic stochastic processes is analyzed in the paper.