

УДК 514.18

Ницын А.Ю., д.т.н., проф.,  
НТУ «Харьковский политехнический институт», Украина

## ВЫБОР ТОЧКИ ЗРЕНИЯ И КАРТИННОЙ ПЛОСКОСТИ В АППАРАТЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

*Аннотация:* В статье приводится формулировка и доказательство утверждений о выборе точки зрения в главной точке картины и выборе расстояния от центра проецирования до картинной плоскости для повышения точности передачи глубины пространства на плоскости картины.

**Ключевые слова** – зрительное восприятие, перспектива

**Постановка проблемы.** Предание гласит, что Филиппо Брунеллески (1377–1446) был первым, кто высказал гениальную мысль о том, что перспективу или вид сквозь окно можно представить как сечение «зрительной пирамиды», состоящей из прямых линий, проведенных из точки зрения в точки изображаемого предмета, плоскостью, перпендикулярной направлению взгляда [1]. Отсюда следует, что глаз человека воспринимается как точка зрения или вершина «зрительной пирамиды», а картинная плоскость представляет собой прозрачный холст, сквозь который художник рассматривает предметы, подлежащие изображению. При этом утверждение о том, что глаз человека является центром проецирования, дается без каких-либо доказательств и подразумевается как нечто само собой разумеющееся. Кроме того, в модели человеческого зрения, предложенной Филиппо Брунеллески, не оговаривается, на какое расстояние от глаза человека необходимо удалить картинную плоскость и на каком расстоянии от картинной плоскости необходимо расположить предмет, подлежащий изображению. По-видимому, Филиппо Брунеллески полагал, что сечения «зрительной пирамиды» плоскостями, отстоящими от глаза человека на различные расстояния, отличаются друг от друга только масштабом изображения. Однако утверждение о том, что если «зрительную пирамиду» рассечь плоскостью, то независимо от ее положения по отношению к глазу человека в сечении всегда будет лежать рисунок, близкий к зрительному восприятию, также приводится без каких-либо доказательств и подразумевается как нечто само собой разумеющееся.

Таким образом, несмотря на то, что открытие Филиппо Брунеллески получило всеобщее признание среди живописцев эпохи Возрождения и в течение более 500 лет является теоретической основой для создания рисунков, близких к зрительному восприятию, выбор точки зрения и положения картинной плоскости остаются не до конца решенными задачами в теории перспективы.

**Анализ последних исследований и публикаций.** После Филиппо Брунеллески над обобщением опыта в построении перспективы, накопленного художниками и архитекторами, и усовершенствованием аппарата центрального проецирования работали многие поколения отечественных и зарубежных ученых. К числу наиболее знаменитых трудов по перспективе можно отнести трактаты Леон Баттиста Альберти (1404–1472) «О живописи» (1435–1436), Пьеро делла Франческа (ок. 1420–1492) «О перспективе в живописи» (после 1482) и Альбрехта Дюрера (1471–1528) «Руководство к измерению» (1525). Благодаря их трудам и трудам их последователей были разработаны рекомендации по выбору расстояния от центра проецирования до предмета, подлежащего изображению. Согласно данным рекомендациям положение центра проецирования выбирается таким образом, чтобы предмет был виден из центра проецирования под углом не более  $40^\circ$ , а главная точка картины отклонялась от середины изображения предмета не более чем на  $1/3$  его ширины. Эти ограничения вводятся для того, чтобы избежать перспективных искажений, которые наблюдаются на периферийных участках изображения при наблюдении предмета под углом зрения, превышающим  $40^\circ$  [2].

Заметим, что аппарат центрального проецирования, предложенный Филиппо Брунеллески, отражает известное с древних времен представление Евклида (3-й век до Р.Х.), согласно которому зрительные лучи исходят из глаза человека, и точки их пересечения с поверхностью предмета делаются видимыми. Это объясняет, почему в модели зрительного восприятия, предложенной Филиппо Брунеллески, центр проецирования совмещается с глазом человека и называется точкой зрения. Однако можно ли с помощью аппарата центрального проецирования, в котором точка зрения совпадает с центром проецирования, создать рисунок, близкий к зрительному восприятию? По нашему мнению, если перспектива – это изображение на картинной

плоскости, которое можно уподобить изображению, образуемому на сетчатке глаза, то естественно предположить, что в аппарате центрального проецирования точку зрения следует выбирать в точке, принадлежащей картинной плоскости.

Как было сказано выше, в модели человеческого зрения, предложенной Филиппо Брунеллески, выбор положения картинной плоскости относительно центра проецирования может быть произвольным. Можно предположить, что если построить центральные проекции предмета, расположенного на различных расстояниях от картинной плоскости, то полученные перспективы будут отличаться друг от друга только масштабом изображения. Однако, на наш взгляд, это ошибочное мнение. Во-первых, если построить перспективы предмета для различных расстояний от него до картинной плоскости, то их ракурсы, то есть перспективные сокращения объекта из-за различного удаления его частей, будут отличаться друг от друга. Во-вторых, при созерцании перспектив, построенных для различных расстояний от центра проецирования до картинной плоскости, у зрителя будет создаваться впечатление, будто изображаемый предмет находится на различных удалениях от него. Это объясняется тем, что перспектива прямой линии, параллельной картинной плоскости и удаленной от нее на расстояние, равное расстоянию от центра проецирования до картинной плоскости, располагается посередине высоты линии горизонта над следом картинной плоскости.

**Постановка задания.** Таким образом, целью работы является поиск ответов на вопросы: где находится точка зрения – в центре проецирования или в точке, принадлежащей картинной плоскости, и на каком расстоянии от картинной плоскости следует выбирать центр проецирования, чтобы перспектива предмета была близка к его зрительному восприятию.

**Основная часть.** Решение задачи о выборе расстояния от точки зрения до картинной плоскости было найдено во время проведения эксперимента по определению зависимости видимого размера предмета от его расстояния до наблюдателя. Эксперимент состоял в том, что экспериментатор просил ассистента с линейкой в руках отойти от него на заданное расстояние и сравнивал видимый размер линейки со своим измерительным инструментом. Так вот, экспериментатор обратил внимание, что при удалении ассистента от экспериментатора на расстояние, равное приблизительно 8 м, у него

создавалось впечатление, будто ассистент стоит посередине пространства, простирающегося от прямой линии, проходящей через следы его ног, до линии горизонта [3]. Напомним, что через перспективу точки предметной плоскости можно провести горизонтальную прямую линию, делящую высоту горизонта над следом картинной плоскости на две равные части, в том случае, если расстояние от точки предметной плоскости до картинной плоскости равняется расстоянию от точки зрения до картинной плоскости. Следовательно, в аппарате центрального проецирования, с помощью которого можно создать перспективу, близкую к зрительному впечатлению от созерцания природы, расстояние от центра проецирования до картинной плоскости должно равняться приблизительно 8 м. При этом результаты эксперимента показывают, что выбранное значение расстояния от центра проецирования до картинной плоскости находится в достаточной близости к доверительному интервалу 8,05...12,05 м для его математического ожидания, вычисленному с доверительной вероятностью 0,95 [3]. Представим на рис. 1 результаты эксперимента по определению расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, в виде гистограммы расстояний до точки предметной плоскости, которая, по мнению ассистента, располагается посередине высоты линии горизонта над прямой линией, проходящей через следы его ног.

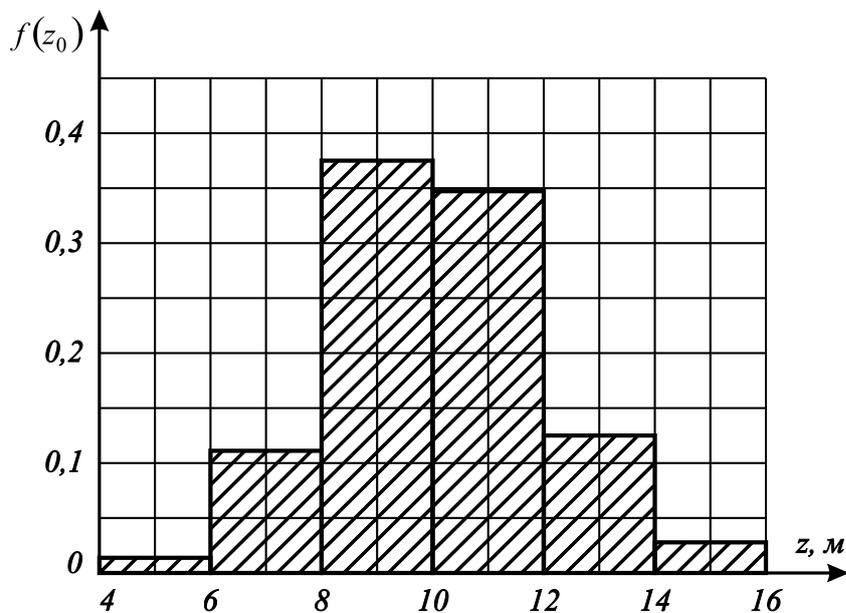


Рис. 1. Гистограмма расстояний до точки предметной плоскости, которая кажется расположенной посередине высоты линии горизонта

Проверим правильность выбора расстояния от центра проецирования до картинной плоскости. Представим на рис. 2 результаты эксперимента по измерению видимого размера предмета.

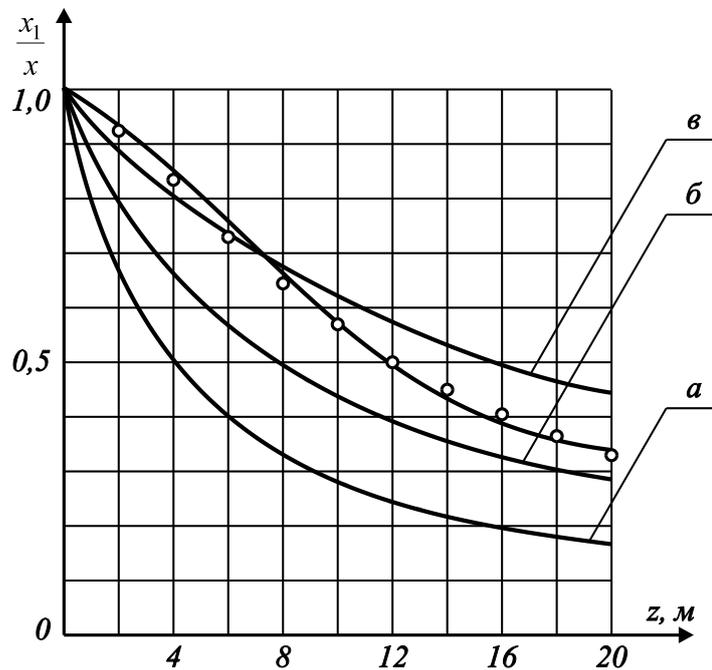


Рис. 2. Результаты опыта по измерению видимого размера предмета и графики зависимости проекции предмета от расстояния между центром проецирования и картинной плоскостью: а) равного 4 м; б) равного 8 м; в) равного 16 м

Сущность эксперимента состояла в определении видимого размера предмета посредством измерения угла расхождения между зрительными образами прямых линий, которые в действительности являются параллельными [4]. Сравним результаты эксперимента с графиками зависимости центральной проекции предмета от расстояния между центром проецирования и картинной плоскостью: а) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 4 м; б) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 8 м; в) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 16 м. Сравнение показывает, что график зависимости центральной проекции предмета от его расстояния до наблюдателя, соответствующий расстоянию от центра проецирования до картинной плоскости, равному 8 м, находится в достаточной близости к кривой линии, которая аппроксимирует экспериментальные данные.

Рассмотрим рис. 3, на котором представлены экспериментальные данные о скорости изменения видимого размера предмета, которые были получены при обработке результатов эксперимента, приведенных в работе [4]. Сравним экспериментальные данные с графиками зависимости скорости изменения центральной проекции предмета от расстояния между центром проецирования и картинной плоскостью: а) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 4 м; б) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 8 м; в) графиком, полученным для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 16 м. Сравнение показывает, что график зависимости скорости, с которой изменяется центральная проекция предмета от его расстояния до наблюдателя, для расстояния от центра проецирования до картинной плоскости, равного 8 м, находится в достаточной близости к кривой линии, аппроксимирующей экспериментальные данные.

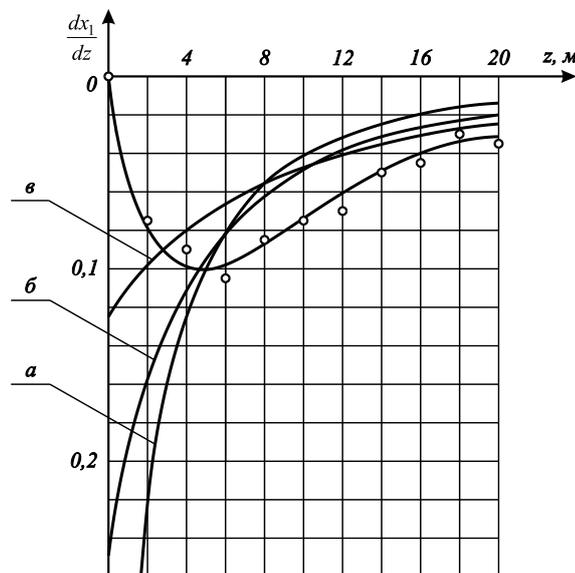


Рис. 3. Результаты опыта по оценке скорости изменения видимого размера предмета и графики зависимости скорости перспективных сокращений от расстояния между центром проецирования и картинной плоскостью: а) равного 4 м; б) равного 8 м; в) равного 16 м

Таким образом, чтобы создать перспективу, близкую к зрительному восприятию от созерцания природы, необходимо в аппарате центрального проецирования удалить центр проецирования от картинной плоскости на расстояние, равное 8 м.

Решим задачу о выборе точки зрения. Построим перспективу геометрического объекта, ортогональные проекции которого показаны на рис. 4. Совместим глаз наблюдателя с центром проецирования  $S$  и будем рассматривать его как точку зрения. Расположим геометрический объект таким образом, чтобы стороны угла зрения, с вершиной в центре проецирования  $S$  и равного  $28^\circ 4'$ , были касательными к очерку его горизонтальной проекции. Выполним центральную проекцию геометрического объекта способом точек схода перспектив прямых линий, параллельных основным направлениям, или «способом архитекторов». Обратим внимание, что картинная плоскость проведена через ближайшее к точке зрения ребро геометрического объекта, а расстояние от точки зрения до геометрического объекта равняется примерно 15 м. Покажем на рис. 4 перспективу геометрического объекта, построенную при расположении точки зрения в центре проецирования  $S$ .

Построим теперь перспективу того же геометрического объекта в предположении, что глаз наблюдателя находится в главной точке картины  $P$  и будем рассматривать ее как точку зрения. Расположим геометрический объект таким образом, чтобы стороны угла зрения, с вершиной в главной точке картины  $P$  и равного  $28^\circ 4'$ , были касательными к очерку его горизонтальной проекции [5]. Обратим внимание, что расстояние от точки зрения до ближайшего к точке зрения ребра геометрического объекта так же равняется приблизительно 15 м. Чтобы при созерцании перспективы создать правильное представление о глубине пространства, расположим центр проецирования в точке, отстоящей от картинной плоскости на расстояние, равное 8 м. Выполним центральную проекцию геометрического объекта с применением масштабов высот и глубин. Покажем на рис. 5 перспективу геометрического объекта, построенную при расположении точки зрения в главной точке картины  $P$ .

Представим на рис. 6 перспективы одного и того же геометрического объекта: а) при расположении точки зрения в центре проецирования  $S$ ; б) при расположении точки зрения в главной точке картины  $P$ . Какая же перспектива создает более правильное представление о глубине пространства, если на обеих перспективах изображены геометрические объекты, удаленные от точки зрения на одно и то же расстояние, равное 15 м?

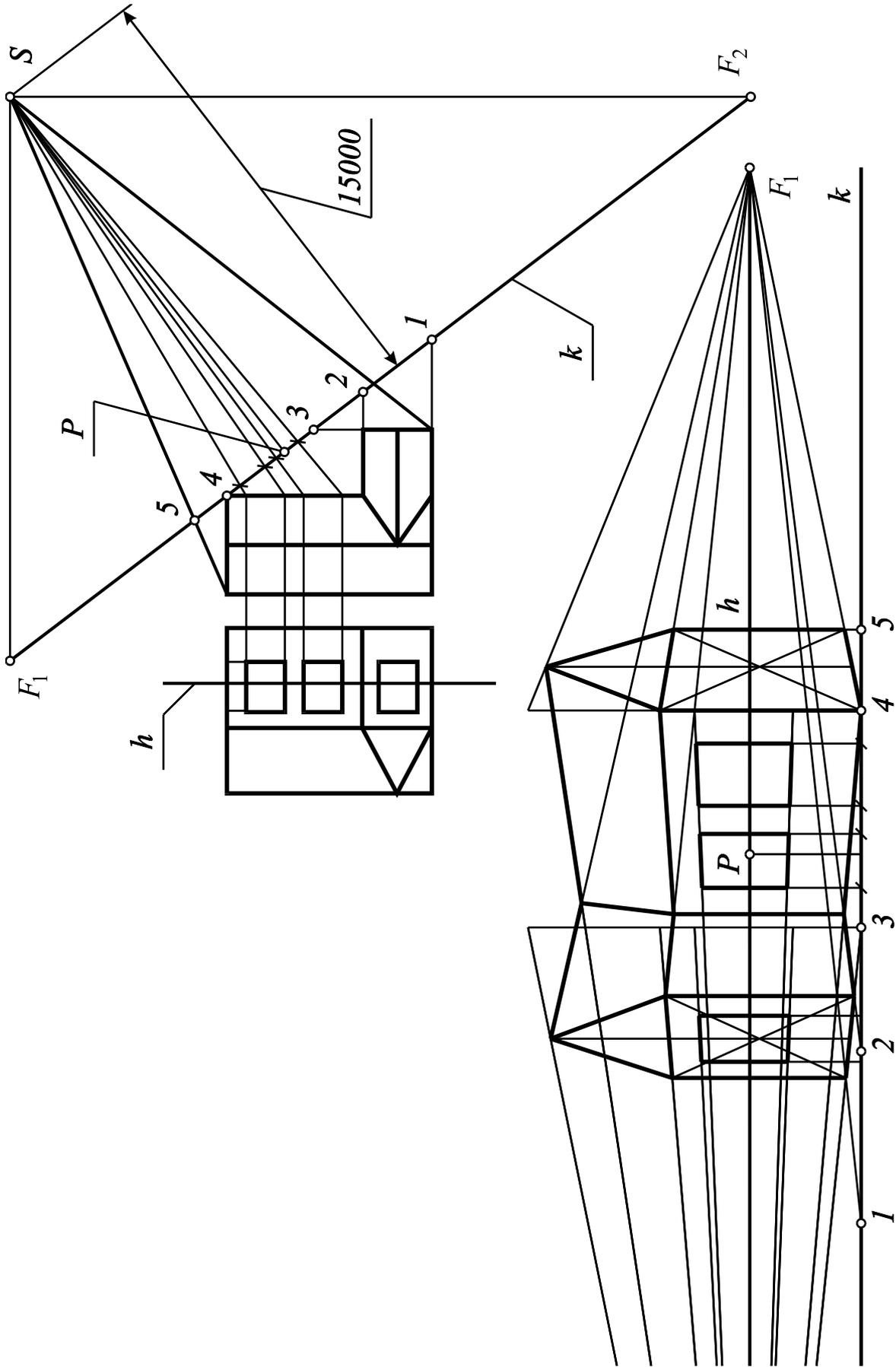


Рис. 4. Перспектива геометрического объекта при расположении точки зрения в центре проецирования S

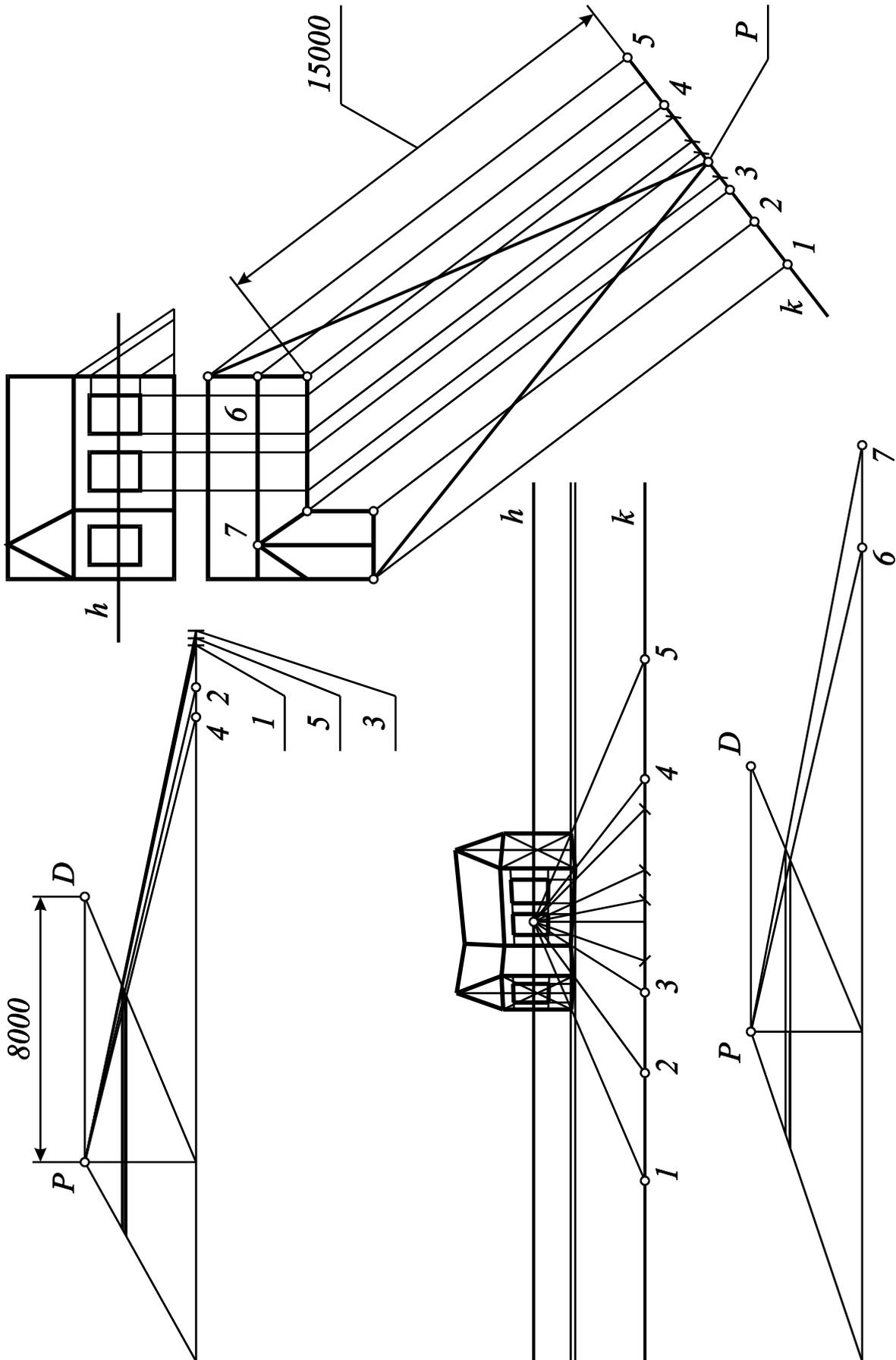


Рис. 5. Перспектива геометрического объекта при расположении точки зрения в главной точке картины Р

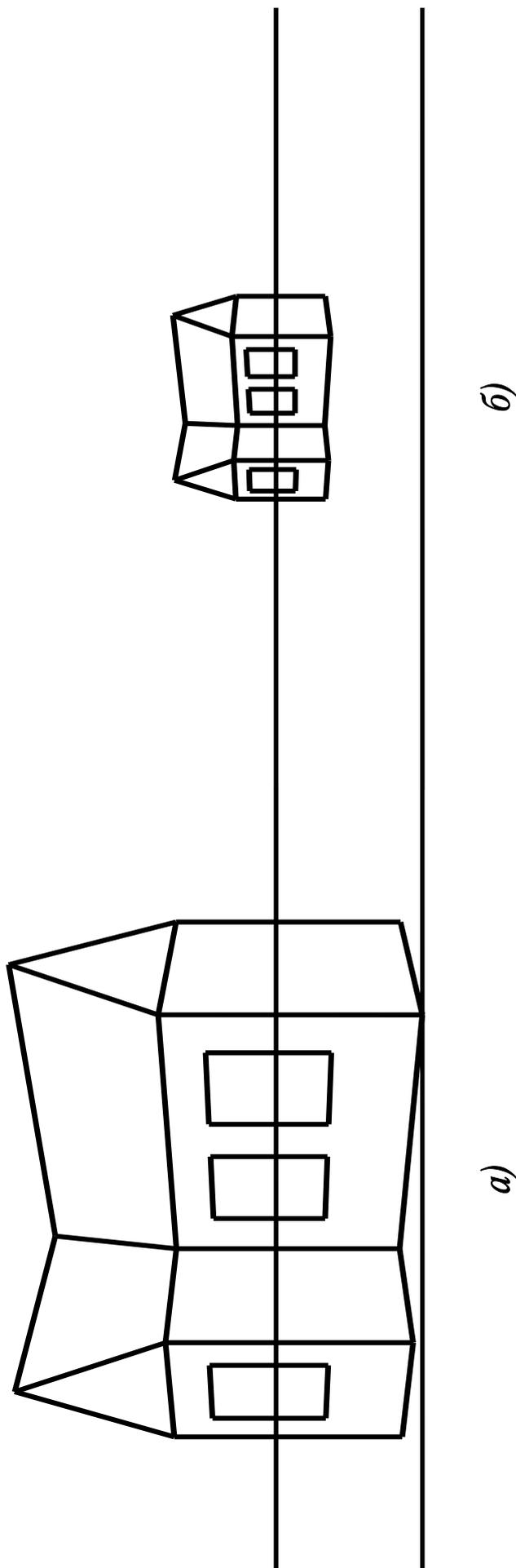


Рис. 6. Перспективи геометричного об'єкта, удаленого от точки зрения на одно и то же расстояние, при расположении точки зрения: а) в центре проецирования  $S$ ; б) в главной точке картины  $P$

По нашему мнению, перспектива, построенная при расположении точки зрения в главной точке картины  $P$ , а центра проецирования  $S$  – в точке, отстоящей от картинной плоскости на расстояние, равное 8 м, отвечает зрительному впечатлению от созерцания геометрического объекта, удаленного от зрителя на расстояние, равное 15 м. В то же время перспектива, построенная при расположении точки зрения в центре проецирования  $S$ , не создает правильного представления о расстоянии до геометрического объекта, который зритель наблюдает с расстояния, равного 15 м.

Например, в сцене «Благовещение» полиптиха Святого Антония кисти Пьеро делла Франческа пространственные

построения выполнены при условии, что расстояние от центра проецирования до картинной плоскости равно 8 м [6], а на фреске «Троица» кисти Мазаччо – при условии, что расстояние от центра проецирования до картинной плоскости равно 6 м [7].

**Выводы.** Таким образом, задачи о выборе точки зрения и выборе расстояния от центра проецирования до картинной плоскости решены. Было доказано, что для того, чтобы перспектива предмета была близка к его зрительному восприятию, точка зрения должна находиться в главной точке картины, а расстояние от центра проецирования до картинной плоскости должно равняться 8 м.

Доказательство утверждения о выборе точки зрения было основано на сопоставлении перспектив одного и того же геометрического объекта, построенных при расположении точки зрения как в центре проецирования, так и в главной точке картины. Сравнение перспектив показало, что для того, чтобы правильно передать глубину пространства на плоскости картины, точку зрения следует выбирать в главной точке картины или в точке, принадлежащей картинной плоскости. Для доказательства утверждения о выборе расстояния от центра проецирования до картинной плоскости были приведены результаты эксперимента по изучению зависимости видимого размера предмета от его расстояния до наблюдателя. Это утверждение было подтверждено результатами исследования аппарата центрального проецирования в картинах художников эпохи Возрождения.

По нашему мнению, разработка способа построения перспективы, отвечающей зрительному впечатлению от созерцания природы, не может считаться завершенной. Поэтому целью **дальнейших исследований** является усовершенствование аппарата центрального проецирования в соответствии с современным уровнем знаний о психологии зрительного восприятия.

### Литература

1. *Вазари Д.* Жизнеописания наиболее знаменитых живописцев, ваятелей и зодчих : в 5 т. / Д. Вазари; [пер. А. Н. Венедиктова, А. Г. Габричевского; под ред. А. Г. Габричевского]. – М. : Искусство, 1956. – . – Т. 3. – 1970. – 827 с.
2. *Климухин А. Г.* Начертательная геометрия / А. Г. Климухин. – М. : Стройиздат, 1978. – 334 с.

3. *Ницын А. Ю.* Результаты эксперимента по определению расстояния от центра проецирования до картинной плоскости / А. Ю. Ницын // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків : ХДУХТ, 2006. – Вип. 15. – С.91–94.

4. *Ницын А. Ю.* Результаты опыта по изучению зависимости зрительно воспринимаемого размера предмета от расстояния до наблюдателя / А. Ю. Ницын // Труды Таврической государств. агротехнической академии. – Мелитополь : ТГАТА, 1999. – Вып. 4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т. 7. – С.68–70.

5. *Петерсон В. Е.* Перспектива / В. Е. Петерсон. – М. : Искусство, 1970. – 182 с.

6. *Ницын А. Ю.* Реконструкция аппарата центрального проецирования в полиптихе Святого Антония кисти Пьеро делла Франческа / А. Ю. Ницын // Технічна естетика і дизайн. – К. : Віпол, 2013. – Вип. 12. – С.148–162.

7. *Ницын А. Ю.* Реставрация главных элементов построения перспективы на фреске «Троица» кисти Мазаччо / А. Ю. Ницын // Технічна естетика. – К. : Вид-во «Дія», 2014. – Вип. 6. – С. 127–138.

#### Анотація

*Ницын О. Ю. Вибір точки зору і картинної площини в апараті центрального проектування. У статті наводиться формулювання та доведення тверджень про вибір точки зору у головній точці картини і вибір відстані від центру проектування до картинної площини для підвищення точності передачі глибини простору на площині картини.*

*Ключові слова – зорове сприйняття, перспектива*

#### Abstract

*Nitsyn A. Yu. A choice of point of view and picture plane in the apparatus of central projection. In the article formulation and proof of assertions about the choice of point of view in the main point of picture and choice of distance from the center of projection to the picture plane for the increase of accuracy of transmission of depth of space on the plane of picture is resulted.*

*Key words - visual perception, perspective*