DOI 10.18372/2786-5487.1.20308
УДК 372.851

Репета Віктор

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

Київський авіаційний інститут,

м. Київ, Україна

repetavk@gmail.com

Олешко Тетяна

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

Київський авіаційний інститут,

м. Київ, Україна

111ota@ukr.net

ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЧИННИК ЗАЛУЧЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ДО НАУКОВО-ДОСЛІДИЦЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Анотація. *У статті проаналізовано математичні олімпіади, які проводилися в Київському авіаційному інституті у 2013–2025 роках, зроблено порівняльний аналіз результатів розв'язання завдань, що зустрічалися на олімпіадах у різні роки.*

Ключові слова: *здобувачі вищої освіти, олімпіада з математики, науково-дослідницька діяльність.*

Annotation. *The article analyzes the mathematical Olympiads held at the Kyiv Aviation Institute in 2013–2025, and makes a comparative analysis of the results of solving tasks that were held at the Olympiads in different years.*

Key words: *students of higher education, mathematics Olympiad, research activity.*

Вступ. Кожен університет славиться своїми традиціями. Київський авіаційний інститут (раніше Національний авіаційний університет) не є виключенням. Одна з таких традицій – проведення кожного року у лютому-березні математичної олімпіади серед студентів, яка є першим етапом Всеукраїнської студентської олімпіади [1]. Важливість такого заходу незаперечна. Під час його проведення відбувається пошук обдарованої студентської молоді. Олімпіада сприяє виявленню здобувачів вищої освіти, які мають неординарне мислення, сконцентровані на ефективному застосуванні своїх здібностей і отриманих знань у нетипових ситуаціях. Ці якості дозволяють у майбутньому посісти достойне місце у науковому та суспільному середовищі. Також, важливою метою олімпіади є підвищення якості підготовки та стимулювання творчої праці здобувачів вищої освіти та виховання кваліфікованих фахівців у різноманітних галузях.

Зауважимо, що об'єктивні обставини в історичному періоді держави створили певні умови, в яких відбувалось проведення такої події. До 2020 року олімпіада завжди проводилася в стінах навчального закладу. У період з 2020 року до сьогодення олімпіада з математики з огляду на пандемію Covid-19 та повномасштабну війну чотири рази проводилася дистанційно (2020, 2022, 2023 та 2025 роки), у 2024 році – очно, у 2021 році олімпіада не проводилася. Не зважаючи на складні часи, сміливо можемо констатувати, що олімпіадний рух не зупинявся, проте зазнав істотних змін. Зокрема, відмінено проведення другого етапу Всеукраїнської студентської олімпіади, в якому брали участь переможці та призери першого етапу.

Мета статті – провести аналіз результатів математичних олімпіад (категорія **Т** — для здобувачів технічних спеціальностей), які відбувались у Київському авіаційному інституті у 2013–2025 роках, оцінити вплив на результати зовнішніх і внутрішніх факторів, як-то перехід на дистанційну або змішану форму навчання, Covid-19, воєнний стан в країні.

Виклад основного матеріалу. Олімпіадний рух є невід'ємною складовою освітнього процесу у Київському авіаційному інституті. Завдяки проведенню олімпіад з математики з'являється можливість виявити творчу обдаровану молодь, зацікавлену не лише в здобутті типових стандартних знань, але й у демонстрації своїх неординарних здібностей, нестандартного підходу до вирішення наукових (в певному розумінні) проблем, можливості виявити не лише здібності до запам'ятовування математичних понять і методів, але і їх глибокого розуміння та застосування у незвичних, нестандартних ситуаціях. Для досягання більшого ефекту і кращих результатів від проведення такого заходу, необхідно готувати студентів на заняттях у математичних гуртках, проводити спілкування з поважними наставниками і викладачами. Тобто, створювати зацікавлену спільноту «студенти - викладачі». Такий симбіоз є взаємовигідним, адже розвиток відбувається в обох напрямках. Викладачі відшукують чи придумують нові цікаві завдання і нестандартні приклади, тим самим підвищуючи свій професійний рівень. А студенти мають змогу одержувати додаткові знання, які дозволяють розвивати свій математичний потенціал.

Які ж завдання пропонувались у різні роки студентам Київського авіаційного інституту на математичних олімпіадах? Тематика олімпіадних завдань була різноманітною, проте існували певні обмеження, пов'язані з тим, що до початку олімпіади за навчальною програмою першокурсники встигали опанувати лише такі розділи: елементи лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, вступ до математичного аналізу, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Саме завдання на ці теми й були найбільш представлені, зокрема, можна виділити завдання на дослідження й розв'язання лінійних систем, складання рівнянь прямих та площин, що задовольняють певні умови, завдання на знаходження границь та похідних, побудову графіків функцій та рівнянь, обчислення площ геометричних фігур. Окрім завдань з вищої математики, досить часто пропонувались завдання, для розв'язання яких достатньо знань з елементарної математики, приміром, завдання на знаходження сум числових виразів, комбінаторні завдання, функціональні рівняння, доведення нерівностей тощо. З подібними прикладами і задачами можна ознайомитись, наприклад, в О.М. Сарана [2].

Наведемо результати переможців олімпіади (категорія Т), що проводилися у 2013–2025 роках (табл.1).

Таблиця 1

Переможці олімпіад (категорія Т) та їх результати

№ з/п	Рік проведення олімпіади та кількість учасників	Прізвище та ім'я переможця	Кількість балів (*K*), набраних переможцем	Відсоток, що становить *K* від максимально можливої кількості балів
1	2013 (89)	Тарасенко Марія	24	60%
2	2014 (53)	Ціпов'яз Анна	21	52,5%
3	2015 (51)	Подолян Олексій	27	67,5%
4	2016 (78)	Денисенко Олег	20	50%
5	2017 (58)	Ярославцева Анастасія	21	52,5%
6	2018 (52)	Катушонок Федір	21	52,5%
7	2019 (58)	Саттарова Маргарита	15	37,5%
8	2020 (54)	Батіщев Данило	24	60%
9	2022 (134)	Студенников Владислав	25	62,5%
10	2023 (56)	Студенников Владислав	23	57,5%
11	2024 (60)	Студенников Владислав	18	45%
12	2025 (60)	Студенников Владислав	20	57,1%

Аналізуючи наведені у таблиці 1 результати зауважимо, що у середньому щорічно переможець набирав трохи більше 50% (точніше 54,55%) балів від максимально можливої кількості балів. Лише в окремі роки результати суттєво відрізнялися від середніх значень, зокрема у 2015 році переможець набрав 27 балів, що насамперед пояснюється високим рівнем математичної підготовки переможця. Він вдало виступив також і на другому етапі Всеукраїнської студентської олімпіади. А у 2019 році переможниця набрала лише 15 балів з 40 можливих. На такий результат, можливо, вплинуло те, що запропоновані завдання були дещо складнішими порівняно із завданнями інших років. Можливо також і те, що рівень учасників був слабшим порівняно з рівнем учасників інших років.

Перейдемо до розгляду конкретних завдань. Зазначимо, що деякі завдання з невеликими змінами через певну кількість років на олімпіадах повторювалися.

Приклад 1. У 2013 та 2025 роках учасникам олімпіади пропонувалося довести по суті однакові нерівності

$$2012^{2014} \cdot 2014^{2012} < 2013^{4026}$$

та

$$2024^{2026} \cdot 2026^{2024} < 2025^{4050}.$$

Цікаво відмітити, що з цими завданнями учасники впоралися приблизно однаково: середній бал за доведення першої нерівності становив приблизно 2,19 з 5, другої – 2,03 з 5. Проте є одна важлива відмінність у наведених розв'язаннях, яка пов'язана насамперед із бурхливим розвитком комп'ютерних технологій, зокрема штучного інтелекту. Під час перевірки цьогорічних розв'язань можна було зустріти чимало цікавої інформації, наприклад, таку нестандартну нерівність $a^b b^a \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^{a+b}$, яка відома лише вузькому колу поціновувачів математики. Деякі учасники намагалися використати для доведення властивості функцій, диференціал функції (можливо самі того не розуміючи) для знаходження наближеного значення функції тощо. Все це свідчить про потенційні можливості учасниками віднаходити необхідну інформацію. Проте важливо вміти цю інформацію критично осмислити. Постає проблема запобігання проявів академічної недоброчесності під час олімпіади, особливо це відчутно коли захід відбувається у дистанційному режимі. Зауважимо, що ця проблема є загальною в освітньому процесі і стосується не тільки олімпіад. Як варіант її вирішення – проводити олімпіаду в два етапи: перший етап традиційний, другий етап – безпосереднє спілкування з учасником щодо наведених розв'язань.

Приклад 2.

(2015 р.) Побудуйте графік функції $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{|x|^n}\right)^{|x|^n}$.

(2025 р.) Побудуйте графік функції $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty}(1 + |x|^n)^{|x|^{-n}}$.

Як і попередньому прикладі, запропоновані завдання є практично рівноцінними. Як і очікувалося, обидва завдання виявилися дуже складними для переважної більшості учасників, жоден з них за його розв'язання не отримав максимального балу. Що цікаво, серед переможців виявилося лише по одному учаснику, хто зміг набрати за це завдання 4 бали з 5. Зрозуміло, що найбільша складність полягає в тому, що перш ніж побудувати графік, потрібно було знайти запропоновану границю, внаслідок чого конкретизувати вигляд функції. Вважаючи змінну x як параметр, що не залежить від n, слід розглянути випадки: 1) $|x| = 1$; 2) $|x| > 1$; 3) $0 \neq |x| < 1$. У 2015 середній бал за дослідження й побудову графіка становив лише 0,78 з 5, а у 2025 році – лише 0,48 з 5.

Приклад 3. Порівняємо результати розв’язань таких подібних завдань.

(2014 р.) Фігура обмежена лініями $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$ та $x = 1$. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2 + 1$, яка відтинає від цієї фігури трапецію найбільшої площі.

(2025 р.) Фігура обмежена лініями $y = 2x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$ та $x = 1$. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = 2x^2 + 3$, яка відтинає від цієї фігури трапецію найбільшої площі.

Завдання, по суті, є рівносильними за складністю. В 2014 році середній бал за наведені розв’язання становив 1,43 з 5, а в 2025 році – 1,62 з 5. Переможці олімпіад і у 2015 році, і у 2025 році виконали ці завдання практично бездоганно. Результати стали цілком очікуваними, адже для більшості учасників умова завдання була зрозумілою, а кожен крок розв’язання був однозначним та зрозумілим.

Традиційно кожного року серед олімпіадних завдань фігурують завдання на знаходження або застосування похідної функції однієї змінної. Розглянемо кілька прикладів.

Приклад 4. (2023 р.) Доведіть, що функція $f(x) = 3x^5 + 20x^3 - 90x^2 + 135x + 1$ зростає на всій числовій прямій.

Завдання типове за формулюванням, проте воно містить свою “родзинку”. Для доведення сформульованого твердження достатньо показати, що похідна заданої функції набуває лише додатних значень за будь-якого дійсного x . Із знаходженням похідної функції $f(x)$ впоралася значна частина учасників, проте обґрунтувати справедливість нерівності $f'(x) > 0$ для $x \in R$ вдалося лише окремим учасникам, які помітили, що похідну можна подати у вигляді суми двох квадратів, помноженій на додатне число:

$$f'(x) = 15x^4 + 60x^2 - 180x + 135 = 15(x^4 + (2x-3)^2) > 0$$

для всіх $x \in R$.

Приклад 5. (2024 р.) Визначте найменшу відстань між точками графіків функцій $y = x$ та $y = \sqrt{x - 2024}$.

Результати виконання цього завдання є дещо парадоксальними. Серед учасників, які розв'язували це завдання і побудували графіки заданих функцій (див. рис. 1), переважна більшість хибно вважала, що найменшою відстанню між точками цих графіків є відстань від точки (2024; 0) до прямої $y = x$, а не відстань d між прямою $y = x$ та дотичною до кривої $y = \sqrt{x - 2024}$, яка паралельна цій прямій (див. рисунок).

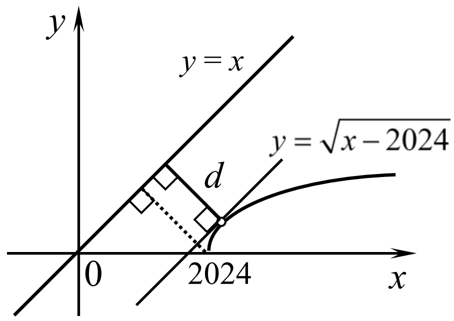

Рис. 1. Графіки функцій $y = x$ та $y = \sqrt{x - 2024}$

Комбінаторні завдання, що пропонувалися на олімпіадах, були найбільш цікавими, і одночасно – найбільш складними. Для їх розв'язання не потрібно спеціальних знань з вищої математики, а достатньо знати основні формули, відомі учасникам ще зі школи, та комбінаторні правила додавання й множення. Проте, щоб добре розв'язувати такі завдання учасник повинен показати неабиякі математичні здібності логічного мислення, помітити всі можливі випадки, що задовольняють умові завдання тощо.

Приклад 6. (2024 р.) Квадрат зі стороною 10 розділений на сто рівних квадратів. З'єднуючи три відповідні вершини цих квадратів, утворюють різноманітні трикутники. Скільки всього таким способом можна утворити прямокутних рівнобедрених трикутників, у кожного з яких довжини катетів є цілими числами?

Складність цього завдання – помітити, що трикутники, довжини катетів яких виражаються цілими числами, можна утворити двома способами:

1) катети трикутників паралельні сторонам заданого квадрата;

2) катети трикутників не є паралельними сторонам заданого квадрата.

Саме другий спосіб утворення трикутників майже всі учасники й не змогли помітити.

Після аналізу результатів виконання завдань сформулюємо кілька порад, яких доцільно дотримуватися під час розв'язування олімпіадних задач, і взагалі, будь-яких нестандартних задач, а саме:

1) розглянути спочатку окремий, спрощений випадок задачі, що часто дає змогу зрозуміти ідею розв'язання початкової задачі;

2) під час доведення можливо (доволі часто) припустити, що твердження задачі є неправильним, тобто користуватись методом доведення від супротивного;

3) переформулювати умову задачі й отримати рівнозначну задачу, яка допускає простіше розв'язання.

Висновки. Проведення математичних олімпіад серед студентів безперечно є важливим фактором виявлення творчої і здібної категорії здобувачів вищої освіти, яку важливо залучати до подальшої наукової і дослідницької роботи. Розширення учасників олімпіадного руху допомагає підвищувати загальний освітній кваліфікаційний рівень. Тематика дослідження доцільності проведення математичних олімпіад є достатньо глибока і потребує подальшого ретельного вивчення.

Список використаних джерел

1. Про проведення Всеукраїнської студентської олімпіади та Всеукраїнського конкурсу студентських наукових робіт з галузей знань і спеціальностей у 2024/2025 навчальному році: Лист ІМЗО від 02.10.2024 № 21/08-1610. URL : https://imzo.gov.ua/2024/10/14/lyst-imzo-vid-02-10-2024-21-08-1610-pro-provedennia-vseukrains-koi-students-koi-olimpiady-ta-vseukrains-koho-konkursu-students-kykh-naukovykh-robit-z-haluzey-znan-i-spetsial-nostey-u-2024-2025-navchal/ (дата звернення: 12.2.2025).

2. Сарана О.М. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: навч. посіб. Друге вид., доп. Тернопіль : Навчальна книга–Богдан, 2011. 400 с.