

УДК 621.396.: 351.814

Є.А. Знаковська

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОЦІНКИ ЦІЛІСНОСТІ АЕРОНАВІГАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ

Інститут інформаційно-діагностичних систем НАУ, e-mail: jene2001@yandex.ru

*Наведено алгоритми визначення й автоматизованого контролю цілісності, хибного виявлення, помилкового вилучення. Детальніше розглянуто метод істотних вибірок.***Вступ**

Цілісність – це здатність системи забезпечити своєчасне попередження пілота про те, що систему не можна використовувати для вирішення навігаційних задач.

Цілісність необхідна для гарантії того, що літальний апарат не відхилитиметься від наміченого курсу маршруту на більшу відстань, ніж це передбачено вимогами для кожної фази польоту без попередження, яке передається пілоту.

Імовірність порушення цілісності супутника не сумісна з вимогами до авіаційної цілісності. Наприклад, імовірність порушення цілісності GPS була оцінена в 10^{-4} за 1 год, в той час, як вимоги авіаційної цілісності – 10^{-7} за 2 год. Імовірність порушення цілісності розраховують як

$$P = P_{\text{пор}} P_{\text{пр}} \cdot 10^{-7} / 1 \text{ год} = 10^{-4} / 1 \text{ год} \cdot 10^{-3},$$

де $P_{\text{пор}}$ – порушення GPS; $P_{\text{пр}}$ – пропущена тривога.

Визначити норми цілісності можна на основі алгоритмів хибного виявлення, помилкового вилучення та ін.

Алгоритм хибного виявлення

Спочатку розраховують поріг виявлення T_D для випробувальної статистики p , ґрунтуючись на бажаній імовірності фальшивого виявлення (PFD). Поріг виявлення є функцією шуму вимірювання, кількості вимірювань і PFD. Потім виконують обчислення помилки випробувальної статистики, яке потрібне для забезпечення бажаної імовірності пропущеного виявлення (PMD). Поріг виявлення встановлено такий, що імовірність фальшивого виявлення менша ніж $3,3 \cdot 10^{-7}$. Це відповідає імовірності фальшивого виявлення в 10^{-5} за 1 год, якщо за 1 год доступні 30 незалежних зразків. Оцінка 30 незалежних зразків впливає з відбірної придатності, яка є домінуючим джерелом помилки GPS. Систематична помилка у статистиці тестів μ_M має бути достатньо великою – такою, щоб імовірність пропущеного виявлення була менша ніж 10^{-3} . Якщо імовірність порушення цілісності помилки менша ніж 10^{-4} за 1 год, то й імовірність порушення цілісності буде меншою ніж 10^{-7} за 1 год [1].

Як тільки мінімально допустима помилка статистики випробувань μ_M , відома – вона переводиться у домінанту ряду вимірювань для кожного супутника. Потім обчислюють мінімально допустиму помилку ряду b_i для кожного супутника ($i = 1$ для кількості супутників). Помилка вимірювання псевдодальності має бути більшою, за b_i для виявлення з бажаною імовірністю виявлення. Далі кожна помилка ряду транслюється в горизонтальні помилки положення. Найгірша можлива горизонтальна радіальна помилка – горизонтальний рівень захисту (HPL). Якщо обчислення положення перевищує HPL, то це буде виявлено з імовірністю 0,999. Імовірність виявлення зростає зі зростанням помилки ряду.

Алгоритм помилкового вилучення

Основна схема виконання помилкового вилучення – це пошук для субнаборів супутників, які не мають умов хибного виявлення. Субнабір повинен містити щонайменше п'ять супутників, для яких хибне вилучення може бути виконано на субнаборі. Це потребує доступності щонайменше шести супутників перед виявленням.

Алгоритм хибного вилучення ранжує всі комбінації субнаборів, що містять $(n-1)$ супутників, якщо приймач слідкував за n супутниками перед тим, як дефектація відбулася. Далі приймач вибирає субнабори з найменшою статистикою випробувань між тими, що задовольняють такі дві умови:

- HPL менший ніж HAL;
- статистика випробувань менша від порога виявлення, встановленого для імовірності невдалого вилучення, меншої ніж 10^{-3} .

Поріг виявлення після хибного виявлення набагато менший, ніж поріг виявлення до хибного виявлення. У результаті імовірність фальшивої тривоги після виявлення набагато вища (10^{-3}) від імовірності фальшивої тривоги перед виявленням ($3,3 \cdot 10^{-7}$).

Метод дерева ризику

Метод дерева ризику являє собою метод графічного зображення логічного зв'язку між окремим відмовним станом і причинами або відмовами, що призводять до цього стану. У цьому

методі використовується ряд символів для позначення логічного взаємозв'язку між різними причинами деякої відмови [2].

Метод дає наочне уявлення про послідовності і збіг подій, що призводять до завершального відмовного стану. Цей метод можна також використовувати для визначення імовірності виникнення завершальної події.

Допустиму імовірність P_a виникнення завершальної події встановлюють шляхом призначення ризику, а дерево відмов використовують для наступного поділу цього ризику на складові ризику, що належать до цілісності і безперервності обслуговування.

На основі цього методу було визначено допустиме значення P_a , що дорівнює $3 \cdot 10^{-9}$. Це значення узгодиться з найменшою імовірністю, що можна віднести до кожного наземного навігаційного елемента і яке дорівнює $1 \cdot 10^{-9}$ (звичай розподіляється порівну між порушенням цілісності та порушенням неперервності обслуговування).

Приймач автономного контролю за цілісністю

Велику кількість інформації про цілісність отримано за допомогою деякого приймача автономного контролю за цілісністю (RAIM) [3]. Безліч RAIM працюють за принципом використання надлишкового виміру для оцінювання помилки. Користувач бажає знати в будь-який час своє місцеположення за допомогою GPS приймача.

Процес визначення допустимості гарантує, що кожна підмножина може забезпечувати навігаційне рішення, що є надійним у разі супутникової відмови, розв'язання усіх, крім однієї, підмножин, буде віднесено далеко від правильної позиції. Додатково незадовільні геометричні властивості можуть призвести до неприйнятного рішення підмножини, що погіршується через помилки нормальної системи.

У разі визнання допустимості геометричних властивостей обчислюють статистичні випробування γ і порівнюють з порогом рішення T_D . Якщо $\gamma \geq T_D$ – виявлення відмови цілісності, це може бути істинне виявлення – користувач фактично залишив радіус захисту, або помилкова тривога, коли користувач – фактично усе ще в межах технічних вимог.

Коли місцеположення користувача виходить за межі радіуса захисту $\gamma < T_D$, це називається пропущеним виявленням. Звичайно T_D устанавлюють таким, щоб імовірність відсутності виявлення $P_{MD} \leq 1 \cdot 10^{-3}$. З огляду на імовірність відмови супутника це означає, що ймовірність того, що користувач відхилиться від заданого шляху, дорівнює 10^{-7} .

Приймач автономного контролю за цілісністю для недовизначених систем (UDSRAIM)

Алгоритм UDSRAIM [3] базується на використанні двох підходів. Перший підхід фіксує константу однієї з координат чотиривимірного вектора місцеположення споживача і зсуву часу, що приводить до надлишкової інформації про місцеположення; другий – виконує RAIM прямим оцінюванням місцеположення недовизначеними підгрупами з трьох супутників. Із цих альтернатив розроблено алгоритм виконання перевірки цілісності з чотирма видимими супутниками.

Бутстреп-метод і метод перевибірки

Бутстреп-метод [4–7] припускає таку схему одержання обґрунтованих оцінок: будеться імовірнісний простір $(\Omega, B(\Omega), P_0)$, де Ω – множина елементарних подій, $B(\Omega)$ – σ -алгебра випадкових подій; P_0 – імовірнісна міра на $B(\Omega)$.

Завдання полягає в одержанні оцінки векторного параметра Q розподілу ймовірностей, що належить заданій сім'ї розподілів P . Виконується послідовність експериментів $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$

Результатом кожного експерименту є вибірка $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$.

Точкова оцінка $\Theta_{ni}(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$ вважається правильною, тобто $\hat{\Theta}_{ni} \rightarrow \Theta_o$, де Θ_o – дійсне значення параметра.

Після одержання першої вибірки $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$, $(i=1)$ розподіл $P(\hat{\Theta}_{n1}) \in \rho$ використовують для одержання бутстреп-копії вибірки тієї ж довжини n і нову оцінку параметра $\hat{\Theta}_{n2}$ і знову генерується вибірка $(x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2})$. Процес продовжується k кроків.

Обчислюється бутстреп-версія умовного закону розподілу відхилень оцінок $\hat{\Theta}_{ni} - \hat{\Theta}_{n1}$.

У бутстреп-методі відбувається генерація бутстреп-копій вибірок – свого роду розмноження вибірок.

Інший метод, оснований на розмноженні вибірок, – метод перевибірок з поверненням не припускає використовувати послідовності розподілів для генерації вибірок. При цьому з первісної вибірки $(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$ генерують k перевибірок з поверненням і розраховують k точкових оцінок $\hat{\Theta}_{ni}$.

Визначається умовний закон розподілу відхилень $\hat{\Theta}_{ni} - \hat{\Theta}_{n1}$ ($i \in 2, \dots, k$)...

Шляхом перевибірки з поверненням отримаємо k вибірок.

Для кожної перевибірки обчислюються оцінки \hat{T}_{0i} і будується емпіричний розподіл відхилень $\hat{T}_0 - \hat{T}_{0\alpha}$, який асимптотично прагне до невідомого розподілу величини $\hat{T}_0 - \hat{T}_{0\alpha}$.

Метод істотних вибірок

Метод істотних вибірок набув значного розвитку у працях І.Н. Коваленка і його співробітників [4; 8–10].

Імовірністю P того, що система досягне певного (аварійного, катастрофічного) стану не більше в m' випадках із загальною кількістю реалізацій n у схемі однорідних випробувань, є імовірність

$$P(m' \leq nq) = \sum_{i=0}^{nq} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i},$$

де p – імовірність появи досліджуваного стану в кожній реалізації, $q = 1 - p$.

Основна ідея методу істотної вибірки (Importance Sampling) полягає у застосуванні нового розподілу для реалізації вибірки Монте-Карло, що забезпечує появу відповідних подій з більшою частотою.

Нехай потрібно оцінити інтеграл

$$I = \int f(x) p(x) dx = F(f(x)),$$

де $p(x)$ – щільність розподілу змінної X ;

$$\hat{I}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \text{ – незміщена оцінка,}$$

а вибірка x_1, x_2, \dots, x_n генерується відповідно до щільності $p(x)$.

Виберемо інший розподіл $q(x) > 0$ для тих X , для яких $p(x) > 0$. Очевидно, що

$$I = \int f(x) \frac{p(x)}{q(x)} q(x) dx.$$

Оцінкою критерію I є величина

$$\hat{I}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \frac{p(x_i)}{q(x_i)}.$$

Тепер вибірка x_1, x_2, \dots, x_n генерується відповідно до щільності $q(x)$. Ця оцінка також не зміщена, причому

$$E[\hat{I}_0] = E[\hat{I}_1].$$

Мінімальна дисперсія оцінки

$$D[\hat{I}_1] = \left(\int |f(x)| p(x) dx \right)^2 - I^2$$

і досягається для щільності

$$q_0(x) = \frac{|f(x)| p(x)}{\int |f(x)| p(x) dx}.$$

Якщо $f(x) = f(x)$ і математичне сподівання заздалегідь відоме, то $D[\hat{I}_1] = 0$. Однак, математичне сподівання – оцінювана величина і зазда-

легідь невідоме. Заміна його деякою апріорною оцінкою призводить до зменшення дисперсії, або за тієї самої дисперсії – до зменшення потрібного обсягу вибірки n .

Припустимо, що літак летить у своєму повітряному коридорі. Необхідно оцінити його поточну координату x (це може бути або висотна або поперечна координата). Припускаємо, що координата x літака має випадковий розподіл із щільністю імовірності змішаного типу,

$$f(x; \mu) = (1-\alpha) \frac{1}{2a_1 b_1 \Gamma(b_1)} \exp\left(-\left|\frac{x-\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}\right) + \alpha \frac{1}{2a_2 b_2 \Gamma(b_2)} \exp\left(-\left|\frac{x-\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}\right), x \in \mathfrak{R},$$

де Γ – гамма-функція:

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx, t > 0;$$

$\alpha \in (0, 1)$ – змінювані параметри; a_1 і a_2 – позитивні параметри масштабу; b_1 і b_2 – позитивні параметри форми; $\mu \in \mathfrak{R}$ – параметри місцеположення, що відповідає осі повітряного коридору.

Перший компонент правої частини рівняння $f(x; \mu)$ відповідає ядру розподілу, другий компонент відповідає рідкісним подіям, коли літак занадто далеко віддаляється від осі коридору.

Розглянуто два конфліктуючих літаки, що летять у сусідніх коридорах за відповідними щільностями ймовірності $f(x_1; \mu_1)$ і $f(x_2; \mu_2)$, різними параметрами місцеположення μ_1, μ_2 , загальним змішуванням, масштабом і параметрами форми α, a_1, a_2, b_1 і b_2 .

Поточна координата x j -го літака X_j ($j = 1, 2$) і X є складеним вектором координат (x_1, x_2) . Припустимо, що ці два літаки ризкують незалежно в їхніх коридорах, тому щільність імовірності X подамо як

$$f_X(x_1, x_2) = f(x_1; \mu_1) f(x_2; \mu_2), x_1, x_2 \in \mathfrak{R}.$$

Зіткнення по координаті x трапляється якщо

$$|X_1 - X_2| \leq d,$$

де d – ефективний діаметр літака. Проблема полягає в тому, щоб оцінити імовірність P_x зіткнення по координаті x ,

$$P_x = P\{|X_1 - X_2| \leq d\} = \mathbf{E}I(|X_1 - X_2| \leq d),$$

де \mathbf{E} – математичне сподівання; а $I(A)$ – є функція індикатора події A .

Зіткнення – типова рідкісна подія, тому прямий метод Монте-Карло – неефективний. Замість цього застосуємо методику істотних вибірок [11].

На основі цієї методики були визначені значення теоретичної P_n та експериментальної ймовірності катастрофи Y_n , а також відносної помилки $|P_n - Y_n|/P_n$ (рис. 1, 2).

Висновки

Використання методики істотних вибірок забезпечує ліпші результати оцінки цілісності, ніж використання інших методів.

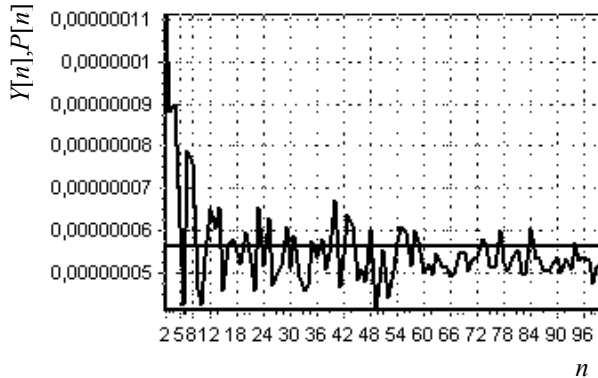


Рис. 1. Залежність імовірності катастрофи від величини вибірки:

- експериментальна імовірність катастрофи;
- теоретична імовірність катастрофи

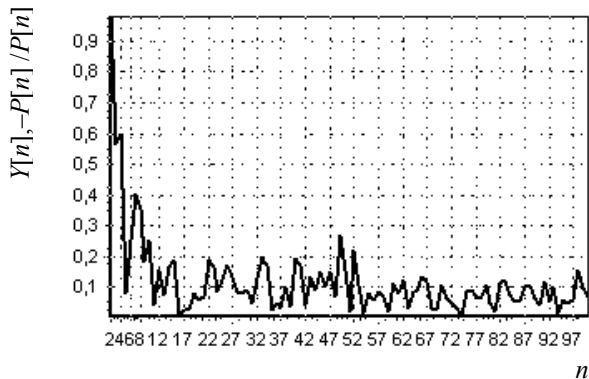


Рис. 2. Залежність відносної помилки від величини вибірки:

- відносна помилка

Список літератури

1. AGARD lecture series 207. System Implications and Innovative Applications of Satellite Navigation (les Applications nouvelles offertes par la navigation par satellite et leurs incidences au niveau systemes). 1996, Jun. – С. 7.1–7.5.
2. *Международные стандарты и рекомендуемая практика. Авиационная электросвязь: Приложение 10 к Конвенции о Международной гражданской авиации.* Т. 1. Радионавигационные средства. – Канада: Монреаль, 1996, июль. – 303 с.
3. Jonathan P. Bernick. Computational Analysis of GPS UDSRAIM algorithms. A dissertation – New Mexico institute of mining and technology, 1998. Oct. 20. – 177 с.
4. *О новом подходе к определению эффективности точечных оценок показателей безопасности полётов* // Е.Ю. Барзилович, Б.В. Зубков, А.В. Бецков и др. ПБП. – 2003. – №2. – С. 3–13.
5. Belyaev Y.K. Bootstrap, resampling and Mallows wefrie. Institute of Math. Statistics, UMEA, 1996.
6. Efron B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. Annals of Statistics 7. – 1979. – С. 1-26.
7. Зубков Б.В. Новый методологический подход к оценке безопасности полётов // ПБП. –1998. –№6. – С. 3–6.
8. Geist R., Smotherman M. Ultrahigh Reliability Estimates Through Simulation. Proc. Ann. Reliability and Maintainability Symp. IEEE 0149144X/89/0000 – 0350801.00, 1989. – С. 350–355.
9. *Annified Framework for simulating Markovinn Models of Highly Dependable Systems* // A. Goyal, P. Shahabuddin, P. Heidelberg etc. IEEE Transaction on comp. – 1992. – Vol 41, №1.
10. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Методы расчёта высоконадёжных систем. – М.: Радио и связь, 1988. – С. 116–120.
11. Kharchenko V.P., Kukush A.G., Znakovskaya E.A. Modeling of aircrafts collision using importance sampling technique // Вісн. НАУ. – 2003. – №2. – С. 27–30.

Стаття надійшла до редакції 30.03.04.

Е.А. Знаковская

Анализ методов оценки целостности аэронавигационных средств

Приведены алгоритмы определения и автоматизированного контроля целостности, ложного обнаружения, ошибочного исключения. Детально рассмотрен метод важных выборок.

E.A. Znakovskaya

The analysis of the aeronautical means integrity estimation methods

Algorithms of definition and the automated control of integrity, and also false detection algorithm and erroneous exception algorithm ets are given. Importance Sampling Technique is in more details considered.