

УДК 621.396.933:629.763(045)

¹В.Г. Мелкумян, д.т.н, проф.
²Т.Л. Малютенко, асп.

ВИМІРЮВАННЯ КООРДИНАТНИХ ВИЗНАЧЕНЬ ГЛОБАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СУПУТНИКОВОЇ СИСТЕМИ В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ

Національний авіаційний університет

¹E-mail: ans@nau.edu.ua²E-mail: tm-nau@ukr.net

Розглянуто використання диференціального режиму в реальному часі з допомогою вимірювання фазових псевдовідстаней та калманівської фільтрації.

Usage differential mode in real time is considered, using measurements of phase pseudo-ranges and Kalman filtration.

Рассмотрено использование дифференциального режима в реальном времени с помощью измерения фазовых псевдодальностей и калмановской фильтрации.

Постановка проблеми

Супутникова навігація базується на вимірюваннях кодових псевдовідстаней, тобто точність кодових координатних вимірювань залежить від точності вимірювань кодових псевдо відстаней.

В свою чергу, ця точність залежить від джерел похибок, сумарний ефект яких впливає на точність координатних вимірювань, що становить близько десятків метрів в автономному режимі вимірювань.

Похибки усуваються або практично усуваються за допомогою використання диференціального режиму супутникової навігації.

Погіршення точності координатних визначень у диференціальному режимі супутникової навігації залежить від відстані між базовою станцією і вимірюваною точкою. Це погіршення зумовлене неточністю прогнозу ефемерид та атмосферними ефектами [1; 2].

Необхідною умовою високоточних координатних визначень є диференціальний режим з використанням фазових псевдовідстаней, а ключовою проблемою є визначення цілочислових значень фазових невизначеностей.

Аналіз досліджень і публікацій

Диференціальний режим супутникової навігації базується на припущенні наявності кореляції орбітальної, іоносферної, тропосферної

похибок та похибок годинників навігаційних супутників для приймача глобальної навігаційної супутникової системи (ГНСС) користувача і приймача базової станції.

На відміну від автономних вимірювань координат за допомогою приймача ГНСС, у результаті якого визначається абсолютне значення координат у земній центрованій системі координат, у диференціальному режимі вимірюються координати вектора, який з'єднує вимірювану точку з базовою станцією і зазвичай іменується вектором бази.

Отже точність вимірювання координат у випадку диференціального режиму супутникової навігації обмежується точністю визначення координат базової станції.

Мета роботи – розглянути вимірювання високоточних координатних визначень у реальному часі, використовуючи вимірювання фазових псевдовідстаней та наявність цілочислових значень фазових невизначеностей.

Високоточні координатні визначення в реальному часі

Високоточні координатні визначення в реальному часі реалізуються у випадку вимірювання фазових псевдовідстаней та наявності цілочислових значень фазових невизначеностей.

Для цілочислового розрізнення фазових невизначеностей необхідні нецілочислові значення фазових невизначеностей.

Точність оцінювання нецілочислових значень фазової невизначеності, яка є достатньою для забезпечення координатних визначень, досягається за відповідного рівня похибок вимірювання псевдовідстаней.

На практиці високоточні координатні визначення вимірювання координат вимірюваної точки здійснюють у статичному або кінематичному режимах.

У випадку нерухомого приймача ГНСС для оброблення вимірюваних псевдовідстаней доцільно застосувати метод найменших квадратів, оскільки останній забезпечує мінімальне значення дисперсії значень оцінювання вимірюваних координат.

Оцінка значень координат вимірюваної точки рухомим приймачем, тобто в процесі руху (кінематичний режим), в диференціальному режимі супутникової навігації на основі даних однієї епохи може бути реалізована методом найменших квадратів у разі відповідного корегування розрахункової матриці:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,1}} & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,n}} - \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,n}} - \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,n}} & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,1}} & 0 & \lambda & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,n}} - \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,n}} - \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,n}} & 0 & 0 & \dots & \lambda & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

де x_0, y_0, z_0 – координати відомої точки;
 x_1, y_1, z_1 – координати опорних точок;
 $\rho_{0,1}, \rho_{0,n}$ – відстані від точки з координатами (x_0, y_0, z_0) до опорних точок x, y, z .

У разі користування розрахункової матриці (1) для диференціального режиму супутникової навігації та використання подвійних різниць фазових і кодових псевдовідстаней необхідно враховувати зменшення

кількості рівнянь та корельованість коваріаційної матриці подвійних різниць псевдовідстаней. У результаті розрахункова матриця (1) трансформується в таку розрахункову матрицю:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(x_2 - x_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(y_2 - y_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(z_2 - z_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,1}} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_2 - x_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(y_2 - y_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(z_2 - z_0)}{\rho_{0,2}} + \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,1}} & \dots & \lambda & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_n - x_0)}{\rho_{0,n}} + \frac{(x_1 - x_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(y_n - y_0)}{\rho_{0,n}} + \frac{(y_1 - y_0)}{\rho_{0,1}} - \frac{(z_n - z_0)}{\rho_{0,n}} + \frac{(z_1 - z_0)}{\rho_{0,1}} & \dots & 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (2)$$

За умови, що сумарні похибки в результаті формування подвійних різниць кодових і фазових псевдовідстаней є випадковими величини з нульовим математичним сподіванням і дисперсією σ_0^2 , оптимальне значення вектора оцінюваних параметрів \hat{X} відповідно до методу найменших квадратів обчислюються як

$$\hat{X} = (A^T p A)^{-1} A^T p y,$$

$$p = \frac{Q_y^{-1}}{\sigma_0^2} = \frac{1}{2n} \begin{bmatrix} (n-1)(-1)\dots(-1) \\ (-1)(n-1)\dots(-1) \\ \dots \\ (-1)(-1)\dots(n-1) \end{bmatrix}$$

де n – кількість спостережуваних супутників.
 Коваріаційна матриця $Q_{\hat{X}}$ для вектора оптимальних оцінок \hat{X} обчислюється за виразом:

$$Q_{\hat{X}} = (A^T p A)^{-1} \frac{[y - A\hat{X}]^T Q_y [y - A\hat{X}]}{n - u}, \quad (3)$$

де n – кількість рядків матриці A ;
 u – кількість оцінюваних параметрів.

Аналіз виразу (3) для коваріаційних матриць узгодженого вектору оцінюваних параметрів свідчить, що точність оцінок координат вимірюваної точки і на нецілочислових значень фазових невизначеностей переважно визначається значеннями елементів вектора $y - A\hat{X}$, тобто похибками оцінювання подвійних різниць вимірюваних фазових і кодових псевдовідстаней.

Особливою проблемою є похибки, які зумовлені апаратурним шумом, та похибки, які зумовлені багатоприменовим надходженням сигналів навігаційних супутників у приймачі ГНСС, оскільки для них не властива проста кореляція.

Похибка, яка зумовлена апаратурним шумом, в автономному режимі теоретично може досягати 0,01 довжини хвилі коду, тобто 3 м, у випадку вимірювання кодів псевдовідстаней. Стандартне значення похибки, зумовленої апаратурним шумом, у ході вимірювання кодів псевдовідстаней становить 0,4–1,0 м. Шляхом удосконалення кореляторів приймачів ГНСС забезпечує зменшення похибки, зумовленої апаратурним шумом в автономному режимі до 0,09–0,19 м.

Теоретично можливі значні похибки, зумовлені багатоприменовим надходженням сигналів навігаційних супутників у приймачі ГНСС при вимірюванні кодів псевдовідстаней та однієї четвертої довжини хвилі несучої при вимірюваннях фазових псевдовідстаней. На практиці через послаблення відбитого сигналу рівень цієї похибки знаходиться в межах від 0,1 до 3 м залежно від характеристик антен приймачів ГНСС, кореляторів приймачів ГНСС та спеціальних програмних засобів.

Основними похибками, які обмежують точність координатних визначень при відстанях між вимірюваною точкою і базовою станцією до 5 км, є похибки, зумовлені апаратурним шумом та багатоприменовим надходженням сигналів навігаційних супутників під час вимірювання кодів псевдовідстаней.

При відстанях між вимірюваною точкою і базовою станцією 10–25 км важливим фактором, який обмежує точність координатних визначень, є іоносферна похибка.

Похибки, які зумовлені апаратурним шумом та багатоприменовим надходженням сигналів навігаційних супутників у приймачі ГНСС, можливо суттєво зменшити усередненням результатів вимірювання псевдовідстаней протягом ряду епох, особливо в кінематичному режимі.

Унаслідок високої часової кореляції іоносферних похибок їх можна зменшити лише усередненням результатів багатогодинних вимірювань (статичний режим) або вимірюванням величини іоносферної затримки і її врахуванні під час обчислення псевдовідстаней.

Для оцінювання в стаціонарному режимі координат вимірюваної точки та нецілочислових значень фазової невизначеності використовуються результати вимірювання фазових і кодів псевдовідстаней протягом ряду епох.

Для економії часу та обчислювальних засобів доцільно використовувати рекурсивний метод найменших квадратів.

Якщо в кожній епісі кількість рядків розрахункової матриці (2) дорівнює або більша числа оцінюваних параметрів, то результуюча оцінка узгодженого вектору оцінюваних параметрів \hat{X}_k після оброблення результатів вимірювань протягом ряду епох описується виразом

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + Q_{\hat{X}_k} A_k^T W_k (y_k - A_k \hat{X}_{k-1});$$

$$Q_{\hat{X}_k} = (Q_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} + A_k^T W_k A_k)^{-1};$$

$$k = 2, 3, \dots, k;$$

$$\hat{X}_1 = Q_{\hat{X}_1} A_1 W_1 y_1;$$

$$Q_{\hat{X}_1} = (A_1^T W_1 A_1)^{-1},$$

де \hat{X}_{k-1} – узгоджений вектор оцінюваних параметрів, обчислений в $(k-1)$ епоху;

$Q_{\hat{X}_k}, Q_{\hat{X}_{k-1}}$ – коваріаційні матриці узгоджених векторів оцінюваних параметрів у k -ту та $(k-1)$ епохи відповідно;

W_k – вагова матриця вимірювань фазових і кодів вимірювань у k -ту епоху;

A_k – розрахункова матриця k -ї епохи вимірюваної;

y_k – вектор відхилів у k -ту епоху.

Практичний алгоритм обчислень полягає в такому:

$$Q^{-1} := A_1^T W_1 A_1;$$

$$x := \text{solve}(Q^{-1} W_1 y_1),$$

для $y = 1 : k$

$$Q^{-1} := Q^{-1} + A_y^T W_y A_y;$$

$$r := b_y - A_y x;$$

$$d := \text{solve}(Q^{-1}, A_y^T W_y r);$$

$$x := x + \delta.$$

Застосування процедур рекурсивного методу найменших квадратів забезпечує можливість підвищення точності координатних визначень усередненням результатів вимірювань цілого ряду епох у разі значного зменшення обчислюваних ресурсів [3]. Але рекурсивний метод найменших квадратів неприйнятний в кінематичному режимі, оскільки координати приймача ГНСС користувача різні для різних епох, тобто є функціями часу, а отже, рухомий приймач ГНСС є динамічною системою.

Рухомий приймач ГНСС є представником широкого класу динамічних систем, параметри яких є функціями часу.

Для оцінювання параметрів динамічних систем зазвичай використовуються різновиди узагальненого рекурсивного фільтра на основі методу найменших квадратів, що забезпечують фільтрацію зашумлених вимірювань, незміщені оцінки вимірюваних параметрів та мінімізацію дисперсії значень оцінюваних параметрів.

Рекурсивні прогнози фільтри є розширенням методу найменших квадратів для аналізу та оцінювання параметрів як статичних, так і динамічних систем. Невідомі параметри, наприклад координати та швидкість, формують елементи «вектора стану» [4; 5]. На будь-який момент часу за допомогою «рівнянь системи» цей залежний від часу вектор можна спрогнозувати.

Прогнозовані значення уточнюються чи оновлюються на основі вимірювань (спостережень), що містять інформацію про окремі компоненти вектора стану.

Одним із варіантів узагальненого рекурсивного фільтра з прогнозуванням, що базується на методі найменших квадратів є фільтр Калмана. Найбільш детально розробленими є процедури калманівської фільтрації.

Калманівська фільтрація революціонізувала область оцінок вимірюваних параметрів, поширивши метод найменших квадратів на оцінку параметрів динамічних систем.

Фільтр Калмана є рекурсивним прогнозним фільтром, що базується на технології простору станів системи вимірювань і рекурсивних алгоритмах.

Калманівська фільтрація забезпечує оцінку параметрів рухомого об'єкту в реальному часі.

Оскільки калманівська фільтрація базується на методі найменших квадратів, то забезпечуються незміщені оцінки вектора стану та мінімальне значення дисперсії оцінюваних параметрів.

Фільтр Калмана призначається переважно для оцінювання вектору стану динамічних систем, тобто систем, параметри яких змінюються в часі.

Процес калманівської фільтрації ітеративно реалізується в два етапи:

- етап прогнозу;
- етап коригування.

На першому етапі вектор стану (набір параметрів, які підлягають оцінюванню) прогнозується на основі попередньої оцінки.

Прогнозований вектор стану коригується з використанням результатів поточних вимірювань. Він є оптимальним фільтром, оскільки процедури прогнозу та коригування повторюються для кожного нового вимірювання з використанням корегованого значення вимірювання як початкового значення.

Основними компонентами дискретного фільтра Калмана є:

- вектор стану, компонентами якого є оцінювані параметри;
- динамічна модель;
- модель спостережень;
- коваріаційні матриці останніх.

Результатом калманівської фільтрації для будь-якого інтервалу часу є кориговане значення вектору стану та його коваріаційна матриця.

З допомогою динамічної моделі визначається прогнозний для наступного інтервалу часу вектор стану \tilde{X} та його коваріаційна матриця $\tilde{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$:

$$\tilde{X} = \Phi \hat{X}_0,$$

$$\tilde{Q}_{\hat{x}\hat{x}} = \Phi Q_{\hat{x}_0\hat{x}_0} \Phi^T + Q_{ww},$$

де Φ – матриця переходу;

\hat{X}_0 – оцінка вектора стану в попередній (початковий) момент часу,

$Q_{\hat{x}_0\hat{x}_0}$ – коваріаційна матриця;

Q_{ww} – коваріаційна матриця шуму системи.

Модель спостережень характеризує зв'язок (лінійний або лінеаризований) між вимірюваними величинами та вектором стану і в матричній формі записується як

$$Z_k = H X_k + V_k,$$

де Z_k – вектор спостережень (вимірювань) в k -й інтервал часу;

H – матриця вимірювань;

V_k – вектор шуму (білого) вимірювань з коваріаційною матрицею R_k .

Згідно з теорією калманівської фільтрації коригований в k -му інтервалі часу вектор стану \hat{X}_k на основі прогнозного вектору стану \tilde{X}_k і вектора вимірювань Z_k описується виразом:

$$\hat{X}_k = \tilde{X}_k + K_k (Z_k - H_k \tilde{X}_k);$$

$$K_k = \tilde{Q}_k H_k^T \{ H_k \tilde{Q}_k H_k^T + R_k \}^{-1};$$

$$\tilde{X}_k = \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1};$$

$$\tilde{Q}_k = \Phi_{k-1} Q_{\hat{x}_{k-1}} \Phi_{k-1}^T + Q_{ww,k-1};$$

де H_k – матриця спостережень для k -го інтервалу часу;

Φ_{k-1} – матриця переходу для $(k-1)$ інтервалу часу відповідно;

\hat{X}_{k-1} – коригований вектор стану для $(k-1)$ інтервалу часу;

$Q_{\hat{x}_{k-1}}$ – коваріаційна матриця коригованого вектору стану \hat{X}_{k-1} для $(k-1)$ інтервалу часу.

Коваріаційна матриця $Q_{\hat{x}_k}$ коригованого вектору стану \hat{X}_k в k -му інтервалі часу описується виразом

$$Q_{\hat{x}_k} = (I - K_k H_k) \tilde{Q}_k,$$

де I – одинична матриця.

Матриця переходу Φ_k , матриця спостережень H та їх коваріаційні матриці можуть визначитись як для кожного інтервалу часу, так і бути одними і тими ж у різних інтервалах часу.

У разі застосування калманівської фільтрації для оцінки параметрів конкретної динамічної системи здійснюється адаптація калманівської фільтрації з врахуванням особливостей використовуваної динамічної системи.

У випадку кінематичного режиму супутникової навігації як дискретні інтервали часу можна використовувати інтервали часу між суміжними вимірюваннями приймачем ГНСС псевдовідстаней.

Оскільки оцінюваними параметрами є координати та наближені значення фазових невизначеностей, то ці величини є обов'язковими елементами вектора стану. Крім того, вектор стану повинен включати параметри, які характеризують рух моделей руху: з постійною швидкістю та постійним прискоренням.

Вектор стану включає в себе у випадку кінематичного режиму супутникової навігації три складових координат (корекції координатних складових відносно базової станції), корекції подвійних різниць фазових

невизначеностей та три проекції вектора руху приймача ГНСС: V_x , V_y , V_z .

Координати вимірюваних точок, координати навігаційних супутників та проекції вектора швидкості мають визначатись в одній і тій же координатній системі.

Результат оцінювання не залежить від використовуваної системи координат, а перехід від однієї системи координат до іншої здійснюється за допомогою стандартизованих процедур.

Висновки

Використання дискретної калманівської фільтрації дозволяє суттєво підвищити координатні визначення в кінематичному режимі, оскільки при калманівській фільтрації оцінювані координати можуть бути функціями часу, оскільки система з рухомим приймачем є динамічною системою.

Вимірювання псевдовідстаней у кінематичному режимі мають здійснюватися протягом однієї епохи, оскільки оцінки координат є функціями часу.

Для суттєвого усунення орбітальних, іоносферних, тропосферних похибок та похибок годинників навігаційних супутників і приймачів ГНСС базової станції і користувача при калманівській фільтрації необхідно використовувати фазові та кодові псевдовідстані.

Література

1 *Конин В.В.* Системы спутниковой навигации / В.В. Конин, В.П. Харченко. – К.: Холтех, 2010. – 520 с.

2 *Бабак В. П.* Супутникова радіонавігація / В. П. Бабак, В. В. Конін, В. П. Харченко. – К.: Техніка, 2004. – 328 с.

3 *Chen X.* A study of GPS/GLONASS Multiple Reference Station Technique for precise Real-Time Carrier Phase-based Positioning / X. Chen // Proc. of ION GPS-2001 Meeting, 2001.

4 *Kim D.* An optimal Least-Squares Technique for improving ambiguity Resolution and Computational Efficiency / D. Kim, R.B. Langley // Proc. of ION GNS-99 Conf., 1999.

5 *Fotopoulos G.* An overview of multiple reference station methods for cm level positioning / G. Fotopoulos, M.E. Cannon // GPS solutions, 2000. – Vol. 4, No 3. – P. 1-10.

Стаття надійшла до редакції 17.01.2011.