УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к.т.н., доц.

РОБАСТНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ НАЗЕМНОГО РУХОМОГО ОБ'ЄКТА

Розглянуто особливості робастної параметричної оптимізації дискретної системи стабілізації наземного рухомого об'єкта. Обрано метод дискретизації системи досліджуваного класу. Запропоновано блок-схему алгоритму параметричного синтезу дискретної робастної системи стабілізації наземного рухомого об'єкта. Подано результати моделювання синтезованої системи.

Features of the discrete stabilizing system robust parametric optimization for the ground vehicle are considered. Method of the studied system sampling is chosen. The chart of algorithm for the ground moving object robust stabilizing system synthesis is suggested and results of the optimal system are represented.

дискретна системи стабілізації, змішана H_2/H_∞ оптимізація, метод дискретизації, робастна параметрична оптимізація

Постановка проблеми

Системи керування рухомими об'єктами широко поширені в різних галузях народного господарства. Серед них можна виділити системи стабілізації наземного призначення. Для таких систем стійкість до збурень є вкрай важливою вимогою. Отже, для них актуальним є створення науково обґрунтованих алгоритмів робастного оптимального синтезу. Такі системи характеризуються низкою особливостей, які суттєво ускладнюють створення цих алгоритмів. До таких труднощів відносять:

− багатоканальність;
− значну кількість режимів;
− високий порядок системи диференціальних рівнянь, що описують систему;
− складну структуру регулятора та відповідно законів керування;
− певні вимоги до якості перехідних процесів та деякі специфічні вимоги, наприклад, забезпечення кутової жорсткості за моментом для системи стабілізації наземного рухомого об'єкта.

Одним з найбільш поширених напрямів проектування сучасних систем керування взагалі та систем стабілізації зокрема є створення робастних систем, які є малочутливими як до варіацій параметрів системи, так і до відхилень параметрів моделі системи від її реальних значень. Такий підхід має особливе значення для систем стабілізації наземних рухомих об'єктів, функціонування яких відбувається за умов збурень.

Для обчислення показників якості систем керування використовується H_2-норма передавальної функції замкненої системи. Мірою робастності, тобто стійкості системи як до зовнішніх, так і параметричних збурень, є H_∞-норма. Тому для синтезу систем досліджуваного типу найбільш доцільно обрати комплексний критерій, до складу якого входять H_2- та H_∞-норми з ваговими коефіцієнтами, зміною яких можна досягти компромісу між якістю та робастністю системи. Оскільки робастність є мірою параметричної невизначеності системи, до складу цього критерію доцільно включити H_∞-норми номінальної та параметрично збурених моделей. Щодо H_2-норм, то у складі комплексного критерію процедури оптимального синтезу доцільно враховувати відповідні норми як детермінованої, так і стохастичної системи.

Використання комплексного критерію якості для проведення параметричного синтезу досліджуваної системи дозволяє знайти рішення, яке забезпечить оптимальний компроміс між вимогами до точності та робастності системи. Такий підхід до розв'язання задачі синтезу являє собою багатоцільовий підхід, оскільки він дозволяє винайти компроміс між суперечливими цілями [1].

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Особливості H_2, H_∞ та змішаної H_2/H_∞ оптимізації з визначенням їх переваг та недоліків проаналізовано в праці [2]. Насьогодні існує значний доробок в методології створення робастних систем керування рухом літальних апаратів. Важливі положення цього напряму подано в праці [3]. Проблему створення дискретної робастної системи керування літальним апаратом детально висвітлено в праці [4].

Робастна оптимізація системи стабілізації наземного рухомого об'єкта характеризується особливостями, які потребують окремого дослідження.

Основні підходи до створення алгоритмів синтезу робастної системи стабілізації наземного рухомого об'єкта та алгоритм параметричного синтезу неперервної робастної системи стабілізації наземного рухомого об'єкта описано в праці [5], де також досліджено збурення, типові для об'єкта досліджуваного класу, та запропоновано спосіб їх завдання.

Параметричний синтез робастної дискретної системи стабілізації

Широке використання обчислювальних засобів є сучасною тенденцією створення стабілізаторів досліджуваного класу. При цьому перетворення синтезованого неперервного регулятора до дискретної форми не є прийнятним, оскільки динаміка неперервної системи та перетвореної дискретної системи суттєво різняться. Це зумовлено суперечністю між вимогами до вибору інтервалу квантування системи.

З одного боку, вимоги до точності потребують малого інтервалу квантування, з другого боку, з огляду на труднощі апаратної реалізації умови теореми Котельникова виконуються з мінімальним запасом. Тому параметричний синтез неперервної системи з дискретним регулятором потребує окремого дослідження. Основні принципи побудови процедури оптимального синтезу залишаються тими самими, що й для параметричного синтезу неперервного регулятора, проте з деякими суттєвими особливостями.

Сучасний апарат оптимального проектування робастних систем базується на використанні матриць моделі системи у просторі станів. Відповідні матриці було отримано в роботі [5].

Використання обчислювальних процедур оптимального синтезу дискретних регуляторів потребує подання моделі об’єкта керування в дискретній формі з тим самим періодом дискретності, що й дискретність регулятора. При цьому можна використовувати різні алгоритми [6], наприклад, побудувати дискретну модель неперервної системи з використанням екстраполятора нульового порядку. Більш точне перетворення з неперервної форми у дискретну забезпечує білінійна апроксимація Тастіна. Це перетворення реалізує наближене співвідношення для експоненти [6]

$$z = e^{sT_s} \cong \frac{1+sT_s/2}{1-sT_s/2},$$

яке використовується для встановлення зв’язку між змінними s та z для неперервної та дискретної передавальних функцій. Неперервна передавальна функція перетворюється в дискретну $H_d(z) \cong H(s)$ за допомогою підстановки [6]

$$s \cong \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}.$$

У теорії керування та в цифровій обробці сигналів є різні форми подання дискретних передавальних функцій [6]. У теорії керування використовують змінну z і поліноми чисельника та знаменника розставляють у бік зменшення степенів цих поліномів. Для цифрової обробки сигналів використовуються змінні z^{-1}. Це зумовлено більш простою технічною реалізацію другого способу задання дискретної передавальної функції. Очевидно, що обчислювальну процедуру оптимального параметричного синтезу дискретної системи необхідно створювати з огляду на реальні реалізації регуляторів, де загальноприйнятним є подання передавальних функцій цифрового регулятора як функції змінної z^{-1}. У загальному випадку до складу регулятора можуть входити як неперервні, так і цифрові ланки. Видається доцільним для подання об’єкта керування та неперервних ланок використовувати Z-перетворення першого типу, а для ланок цифрової частини регулятора – Z-перетворення другого типу. У деяких випадках створення цифрового регулятора заданої структури може ґрунтуватись на відомих неперервних ланках, які забезпечують певні властивості системи. Звести передавальну функцію неперервної ланки до відповідної передавальної функції у форматі цифрового фільтра можна за допомогою двох функцій системи MatLab: c2d (перетворення неперер-вних tf-моделей у дискретні) та filt (створення tf-моделі у форматі цифрового фільтра). Вибір методу дискретизації та екстраполяції відчутно впливає на точність перетворення неперервної моделі у дискретну. Результати застосування екстраполятора нульового порядку подано на рис. 1, *а*, б, результати застосування дробово-раціональної апроксимації Тастіна без коригування – на рис. 1, *в*, *г*, результати розрахунків показників точності та стійкості до збурень наведено в таблиці. Отже, для системи досліджуваного типу вважається за доцільне використовувати метод Тастіна.

Специфічні проблеми, пов’язані з астатизмом, для дискретної системи розв’язують знаходженням мінімальної реалізації аналогічно випадку з неперервною системою [5]. Щодо збалансованої реалізації, то вона можлива для неперервних систем. У випадку ж дискретної системи доцільно виконувати масштабування матриць моделі у просторі станів з використанням перетворення подібності з діагональною матрицею $\mathbf{T}$ та скалярним коефіцієнтом α [7] такими, що матриця

$$\begin{bmatrix} \mathbf{TAT}^{-1} & \mathbf{TB}/\alpha \\ \alpha\mathbf{CT}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

має малі числа обумовленості власних значень матриці.

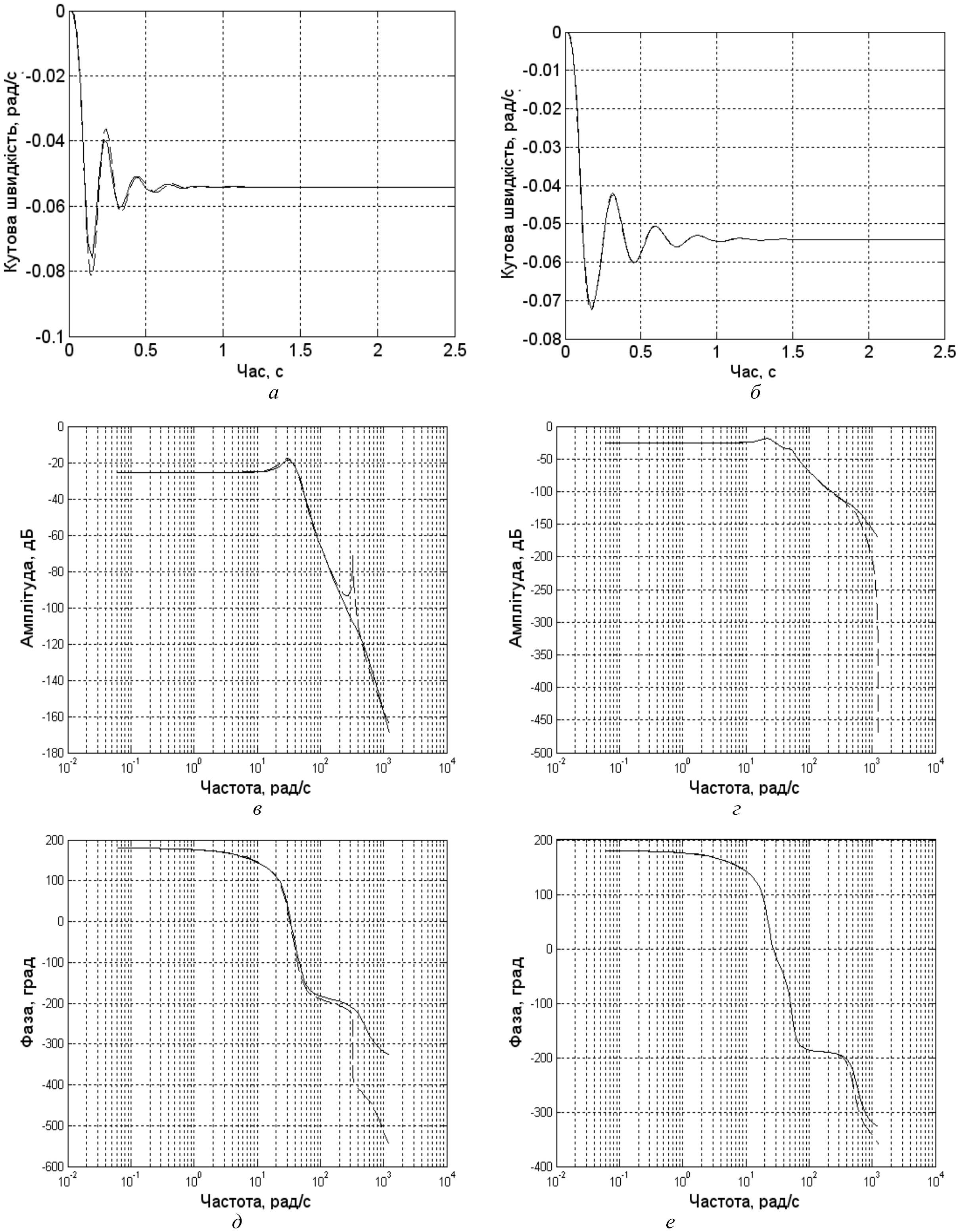


Рис. 1. Результати дискретизації системи стабілізації наземного рухомого об’єкта:
а, б – перехідні процеси за кутовою швидкістю неперервної(суцільна лінія) та дискретизованої (перервна лінія) системи стабілізації в режимі відпрацювання швидкості для методів екстраполяції нульового порядку і Тастіна;
в, г – логарифмічні амплітудні характеристики неперервної (суцільна лінія) та дискретизованої (перервна лінія) замкненої системи для методів екстраполяції нульового порядку і Тастіна;
д, е – логарифмічні частотні характеристики неперервної (суцільна лінія) та дискретизованої (перервна лінія) замкненої системи для методів екстраполяції нульового порядку і Тастіна

Результати розрахунку показників точності та стійкості до збурень

Модель	H_2	H_∞	Запас	
			за амплітудою ΔA, дБ	за фазою $\Delta\varphi$, град
Неперервна	0,3182	0,1261	59,4	91,1
Дискретизована методом екстраполяції нульового порядку	0,3461	0,1403	49,5	91,1
Дискретизована методом апроксимації Тастіна	0,3653	0,1248	49,5	91,1

Для виконання такої операції можна використати функцію *ssbal*, за допомогою якої на підставі четвірки матриць моделі у просторі станів $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ отримують масштабовану модель $\mathbf{TAT}^{-1}, \mathbf{TB}/\alpha,\ \mathbf{TB}/\alpha, \mathbf{TB}/\alpha$ та матрицю перетворення $\mathbf{T}$, таку, що $\mathbf{x}_n = \mathbf{Tx}$, де $\mathbf{x}_n$ – новий вектор стану моделі.

Відмінності в організації процедури параметричного синтезу дискретної системи характерні також для складання штрафної функції. Як і для попереднього випадку, умовою стійкості є знаходження усіх полюсів передавальної функції замкненої системи у лівій півплощині комплексної змінної. Але з урахуванням z-перетворення область стійкості являє собою коло одиничного радіуса, в якій мають бути полюси передавальної функції замкненої системи.

Процедура параметричного оптимального синтезу дискретної системи має особливості і щодо розрахунку складових комплексного показника якості, а саме: H_2 та H_∞-норм. Для дискретної системи H_∞-норму визначають за виразом $\|H(z)\| = \max\limits_{\theta\in[0,x]} \sigma_{\max}(H(e^{j\theta}))$ [7], а для її визначення обчислювальними засобами необхідно застосовувати вбудовану функцію norm. Що стосується H_2-норми, то у випадку дискретної системи її слід розглядати як корінь квадратний з показника якості, який, в свою чергу, визначається як слід граміана. Для неперервної моделі у просторі станів функцію Грама для оцінки керованості та спостережуваності визначають виразами [7]:

$$\mathbf{W}_c = \int\limits_0^\infty e^{\mathbf{A}\tau}\mathbf{BB}^{\mathrm{T}} e^{\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\tau} d\tau; \quad \mathbf{W}_o = \int\limits_0^\infty e^{\mathbf{A}\tau}\mathbf{CC}^{\mathrm{T}} e^{\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\tau} d\tau.$$

Для дискретних систем функції керованості та спостережуваності визначають за виразами:

$$\mathbf{W}_c = \sum_0^\infty \mathbf{A}^k\mathbf{BB}^{\mathrm{T}}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}})^k; \quad \mathbf{W}_o = \sum_0^\infty (\mathbf{A}^{\mathrm{T}})^k\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{CA}^k.$$

Граміани керованості обчислюють шляхом розв'язання неперервного рівняння Ляпунова та його дискретного аналога [7]:

$$\mathbf{AW}_c + \mathbf{W}_c\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{BB}^{\mathrm{T}} = \mathbf{0};$$

$$\mathbf{AW}_c\mathbf{A}^{\mathrm{T}} - \mathbf{W}_c + \mathbf{BB}^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}.$$

Аналогічно для визначення граміанів спостережуваності необхідно розв'язувати рівняння:

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o\mathbf{A} + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{C} = \mathbf{0};$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_o\mathbf{A} - \mathbf{W}_o + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{C} = \mathbf{0}.$$

Граміани керованості використовують для визначення вагових коефіцієнтів показників якості. H_2-норми визначають розв'язанням матричних рівнянь Ляпунова, які для неперервної та дискретної систем відповідно мають вигляд [7]:

$$\mathbf{AX} + \mathbf{XA}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}; \quad \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{XA} - \mathbf{X} + \mathbf{Q} = \mathbf{0},$$

де $\mathbf{A}, \mathbf{Q}$ – квадратні матриці.

Блок-схему алгоритму процедури параметричної оптимізації неперервного стабілізатора з дискретним регулятором показано на рис. 2.

Отже, процедура параметричної оптимізації неперервної системи навігації та стабілізації з дискретним регулятором складається з таких етапів:

1) складання неперервної математичної моделі об'єднаної системи "об'єкт керування–двигун" як єдиного пристрою з пружним зв'язком з урахуванням жорсткості редуктора;

2) вибір структури дискретного регулятора системи стабілізації;

3) обґрунтування методу дискретизації та зведення об'єднаної моделі "об'єкт керування-двигун" та вимірювача до дискретного вигляду;

4) складання математичної моделі блока керування системи стабілізації відповідно до структурної схеми, наведеної в роботі [5];

5) складання повної математичної моделі досліджуваної системи з урахуванням усіх нелінійностей, притаманних реальним системам (обмеження за сигналом, гістерезис, зона нечутливості), засобами пакета Simulnk, причому об'єкт керування, двигун та гіроскопічний вимірювач можуть бути подані у вигляді неперервних моделей, а регулятор, широтно-імпульсний модулятор та підсилювач напруги – у вигляді дискретних моделей;

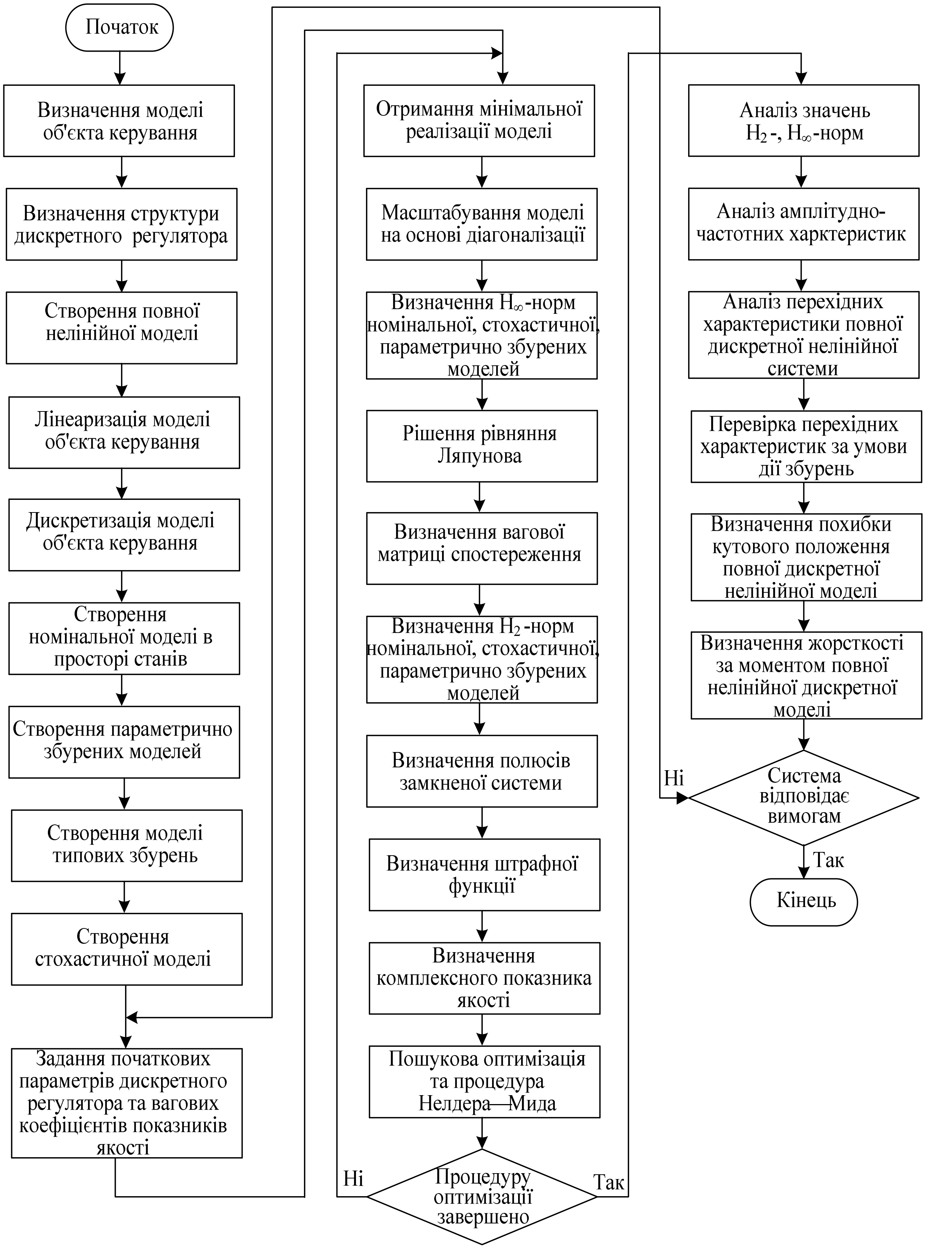
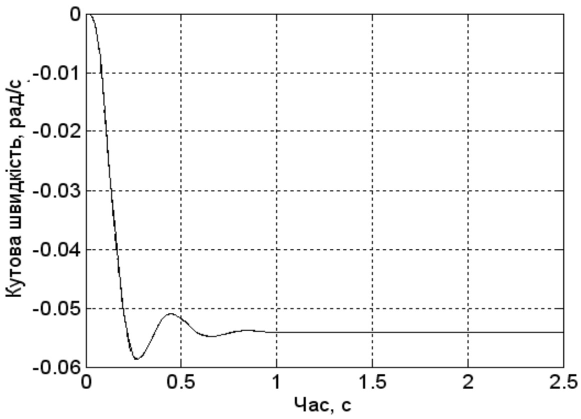


Рис. 2. Алгоритм процедури параметричної оптимізації дискретної системи стабілізації

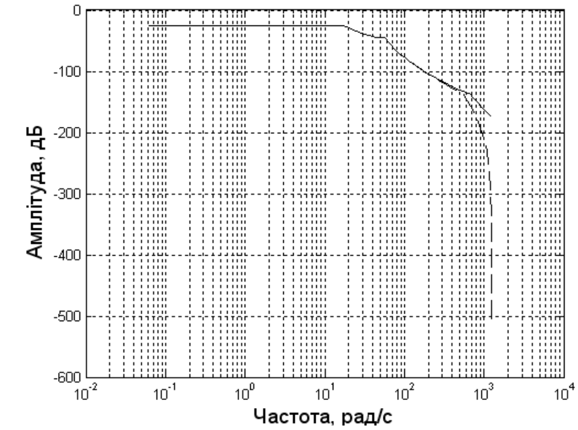
6) отримання передавальних функцій розімкненої та замкненої систем;
7) виконання мінімальної реалізації моделі;
8) масштабування моделі на підставі алгоритму перетворення подібності;
9) задання початкових значень та виконання алгоритму оптимізації Нелдера – Міда з циклічним виконанням таких кроків:
– обчислення H_2- та H_∞-норм для синтезованої системи з урахуванням особливостей їх розрахунку для дискретних систем;
– обчислення полюсів, аналіз їх розташування відносно одиничного кола та визначення відповідної штрафної функції;
– обчислення комплексного показника якості із урахуванням штрафної функції;
10) виконання аналізу синтезованої системи, включаючи такі кроки:
– обчислення H_2-, H_∞-норм та побудування логарифмічних амплітудно-частотних характеристик системи із визначенням запасів стійкості; – аналіз показників перехідного процесу із використанням моделі системи з урахуванням усіх притаманних їй нелінійностей;
– перевірка кутової жорсткості системи за моментом із використанням повної нелінійної моделі системи;
11) висновок про завершення процедури параметричної оптимізації або її продовження з новими початковими умовами або новими ваговими коефіцієнтами комплексного показника якості.
Результати параметричного синтезу неперервної системи із дискретним регулятором в режимі відпрацювання швидкості подано на рис. 3.
Синтезована система характеризується:
− запасами стійкості за амплітудою 53,3 дБ та за фазою 91,2 град;
− значеннями норм точності та робастності $H_2 = 0,3736$ та $H_\infty = 0,1177$;
− кутовою жорсткістю за моментом 175 Нм/кут. мин.

Висновки

Розглянуто особливості робастної оптимізації дискретної системи стабілізації наземного рухомого об’єкта. Подано алгоритм синтезу дискретної робастної системи стабілізації рухомого наземного об’єкта.



а



б

Рис. 3. Результати моделювання синтезованої системи:
а – перехідний процес за кутовою швидкістю;
б – логарифмічні амплітудні характеристики

Література

1. *Scherer C.* Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization / C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali // IEEE Transaction on Automatic Control. − Vol. 42, No 7. − 1997. − P. 896−911.
2. *Егупов И.П.* Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / И.П. Егупов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
3. *Tunik Anatol A.* Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design / Anatol A. Tunik, Ryu Hyeok, Lee Hae-Chang. // KSAS International Journal. − Vol. 2, No 2. − November 2001. − P. 95–107.
4. *Tunik A.A.* Parametric robust optimization of the digital flight control systems / A.A. Tunik, E.A. Abramovich // Proc. of the NAU. – 2003. – №2. – P. 31–37.
5. *Сущенко О.А.*Методика синтезу робастної системи стабілізації рухомого наземного об’єкта / О.А. Сущенко. – Вісник НАУ. – 2008. – № 1. – С. 23–29.
6. *Медведев М.С.* Control System Toolbox / М.С. Медведев, В.Г. Потемкин. – М.: Диалог-МИФИ, 1999. – 287 с.
7. *Квакернаак Х.* Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир, 1977. – 464 с.

Стаття надійшла до редакції 12.02.09.