

УДК 629.7.035.03-036.34

ДИНАМІКА ВТРАТИ ГАЗОДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

М. С. Кулик, Ю. М. Терещенко, Л. Г. Волянська

Національний авіаційний університет

prof.tum@gmail.com

У статті досліджено динаміку втрати газодинамічної стійкості газотурбінного двигуна (ГТД) унаслідок розвитку явища помпажу осьового компресора за допомогою математичної моделі Мура—Грейцера, що враховує нелінійні особливості характеристик компресора й властивості приєднаної до нього мережі елементів ГТД. Для визначення стабільності системи зроблено біфуркаційний аналіз.

Dynamic of rotating stall and surge development in axial compressor after loss of gasdynamic stability is considered in the article. The Moore—Greitzer model is used for research. The model takes into account non-linear features of compressor characteristics and property of the compressor system. A bifurcation analysis was carried out to determine the system stability.

Вступ

Компресор ГТД проектується за умов сталого вісесиметричного потоку на розрахунковому режимі. Зменшення масової витрати повітря через компресор, наприклад, унаслідок збільшення температури газу перед турбіною приведе до підвищення тиску за компресором і до зміни положення робочої точки в полі характеристик компресора. У разі, коли масова витрата повітря стає нижче від критичного значення, потік повітря стає нестійким і виникає обертовий зрив на окремих ступенях багатоступеневого компресора. Це порушення стійкості вісесиметричної течії може призвести до порушення усталеної роботи компресора в цілому. Порушення стійкості роботи компресора, зв'язане зі зривом потоку в лопаткових вінцях його ступенів, — один з найнебезпечніших режимів роботи ГТД. Експлуатація двигуна на режимах, за яких робоча крапка розташована безпосередньо поблизу границі його газодинамічної стійкості, неприпустима.

Помпаж і зрив можна розрізняють за характером нестійкої течії або повною масовою витратою. Помпаж характеризується інтенсивними осьовими коливаннями повної масової витрати.

На відміну від поздовжніх коливань під час помпажу в разі виникнення обертового зриву порушується осьова симетрія потоку. Для обертового зриву характерно, що витрата повітря через проточну частину, просумована по всій

© М.С. Кулик, Ю.М. Терещенко, Л.Г. Волянська, 2009

площі, постійна у часі.

Ділянки зриву перерозподіляють витрату по кільцевій площі, тобто за наявності обертового зриву загальна масова витрата повітря (тобто усереднене за часом його значення) залишається постійною. Локальна миттєва масова витрата змінюється у фіксованій точці спостереження під час проходження через неї обертових зон потоку.

У середині зон зриву осьова складова

швидкості набагато менша, ніж в області беззривної течії, тоді як колова її складова може бути великий. Одна або декілька зон зриву можуть займати всю висоту кільцевого перетину або лише його частину.

Аналіз досліджень і публікацій

Для дослідження областей стійкої й нестійкої роботи з метою розробки рекомендацій із забезпечення стійкості, необхідно визначити характеристики нестійкої течії у компресорі (втрата статичної стійкості, помпаж, що обертається зрив). Динаміку розвитку цих явищ можна проаналізувати за допомогою математичної моделі.

Повна модель потребує великих обчислювальних ресурсів, тому було розроблено спрощені моделі, спрямовані, насамперед, на моделювання явищ під час сталої течії в окремих елементах двигуна.

Проблему впливу на виникнення помпажу і обертового зриву досліджено з використанням моделі, розробленої Муром і Грейцером [1; 2]. Ця модель враховує нелінійні особливості характеристик компресора й властивості приєднаної до нього мережі.

Моделювання дає змогу пояснити явища, що відбуваються під час помпажу, визначити причини розбіжностей у характері помпажних коливань і оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів.

Також дозволяє знайти спосіб усунення помпажу шляхом введення систем регулювання зі зворотними зв'язками, що впливають на положення дроселя або напрямного апарата.

Моделювання Мура—Грейцера (MG86), що ґрунтується на теорії біфуркації, привела до створення контролерів, які використовують дросель як єдиний вхідний регулятор. Хоча це одновимірне керування впливає тільки на осьовий компонент масової витрати, воно може використовуватися для усунення помпажу й певною мірою для зниження інтенсивності зриву потоку.

Математична модель

Нелінійний підхід, заснований на теорії біфуркації дає змогу розробити закон впливу (зі зворотним зв'язком) на обертовий зрив і помпаж в осьовому компресорі. Під час розгляду зриву й помпажу велике значення мають умови, за яких вони виникають. Відрив примежового шару є першопрчиною виникнення зривної течії в ступенях осьового компресора [3]. Водночас обертовий зрив — це не втрата загальної стійкості течії в компресорі, а перехід системи в новий стійкий стан, що характеризується меншими значеннями запасу стійкості й схильністю до виникнення загального зриву потоку в компресорі (помпажу компресора).

Робочому режиму компресора відповідає стійкий стаціонарний характер течії. У разі порушення стійкості течії важливого значення набуває аналіз поведінки компресора.

Цей метод дозволяє розрізнити безпечні й небезпечні границі області стійкості течії. У першому випадку досить малі зміни приводять до малих відхилень нового режиму від режиму порушення стійкої течії. Найменше ж порушення небезпечної границі призводить до неконтрольованого наростання відхилень режиму від вихідного.

З'ясувати причини основних явищ, що спостерігаються при помпажу, можна, розглядаючи систему, що складається з компресора та мережі, як розподілену систему (рис. 1). Система складається з компресора із приєднаними до нього трубопроводами, ресивера, дроселя. Трубопроводи являють собою розподілені системи, а ресивер і дросель — зосереджені опори. Компресор замінюється еквівалентним активним опором, властивості якого визначаються характеристикою компресора.

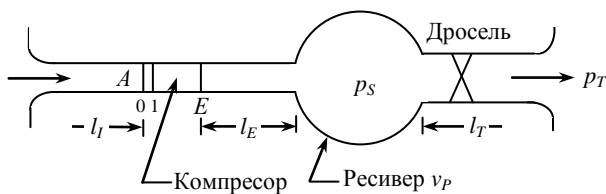


Рис. 1. Схема системи, утримуючої компресор

Для ГТД елементом, що виконує роль дроселя, є сопловий апарат першого ступеня турбіни, пропускна здатність якого залежить від величини площі критичного перетину й термодинамічних параметрів газового потоку (температури й тиску газу перед турбіною). Для ГТД із нерегульованим сопловим апаратом пропускна здатність дросельовального елемента системи залежить від термодинамічних параметрів потоку за компресором і фазовими співвідношеннями нестационарних процесів течії газу й тепловиділення в камері згорання.

Модель MG86 являє собою систему з трьох нелінійних диференціально-різницьких рівнянь першого порядку із трьома змінними, що представляють підвищення тиску в компресорі, витрату повітря, амплітуду коливань обертового зриву й двома параметрами, що представляють частоту обертання ротора компресора й площу прохідного перетину дроселя. Передбачається, що компресор має нелінійну статичну характеристику $\psi_c(\phi)$, яка представляє підвищення тиску (ψ) як функцію масової витрати через компресор (ϕ).

Зміна стану динамічної системи в часі описується диференціальними рівняннями, що визначають умови самозбудження коливань і умови статичної стійкості системи (під стійкістю системи мають на увазі характер реакції динамічної системи на як завгодно малі зміни її стану):

$$\dot{\phi} = -\psi + \psi_c(\phi) - 3\phi R; \tag{1}$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{4B^2L}(\phi - \phi_T(\psi)); \tag{2}$$

$$\dot{R} = \sigma R(1 - \phi^2 - R), \tag{3}$$

де крапка вказує на диференціювання за часом; ϕ — безрозмірний коефіцієнт масової витрати (відношення осьової складової швидкості потоку до швидкості обертання робочого колеса); ψ — безрозмірний параметр, що характеризує підвищення тиску в компресорі; R — квадрат амплітуди коливань обертового зриву (R має значення рівні нулю й більше нуля).

Значення $R = 0$ вказує на вісесиметричну течію, а $R > 0$ вказує на наявність зривних зон.

Передбачається, що компресор з рівномірною в окружному напрямку течією має характеристику ψ_c у вигляді такої кубічної залежності:

$$\psi_c(\phi) = \psi_{co} + 1 + \frac{3}{2}\phi - \frac{1}{2}\phi^3. \tag{4}$$

Характеристика мережі ϕ_T моделюється в такий спосіб:

$$\phi_T(\psi) = \sqrt{\gamma\psi} - 1, \tag{5}$$

де ψ_{co} і σ — константи, значення яких обрані рівними $\psi_{co} = 1,67$, $\sigma = 7$.

У вищезгаданих рівняннях (1—5) є два параметри: γ -параметр дроселювання, що характеризує пропускну здатність дросельовального елемента системи, і параметр B (критерій, запропонований Грейцером [4]), що враховує частоту обертання ротора компресора.

Мур і Грейцер у своїй моделі вважали, що частота обертання ротора компресора стала. За цією умовою менші значення параметра γ визначають виникнення обертового зриву, у той

час як більші значення характеризують виникнення помпажу.

Менші й більші значення параметра γ в цьому випадку залежать від параметрів компресора [5]. Існує критичне значення параметра B . Таким чином, при значеннях $B > B_{кр}$ виникає помпаж, у разі $B < B_{кр}$ — обертовий зрив. Значення $B_{кр}$ для кожного компресора своє.

Параметр B визначається з виразу:

$$B = \frac{U}{2L\omega_r},$$

де ω_r — частота власних коливань осцилятора Гельмгольца; U — швидкість обертання робочого колеса; L — довжина трубопроводу.

Оскільки параметр B пропорційний швидкості обертання, він є основним при розробці контролера. Параметр B дає змогу прогнозувати виникнення у двигуні помпажу або обертового зриву, визначити час існування помпажу на різних ділянках траєкторії (в координатах ступінь підвищення тиску — продуктивність).

Параметр B можна розглядати як відношення напірної здатності компресора до величини підвищення тиску, необхідної для порушення коливань у системі. Величина B залежить від робочих характеристик і конструктивних параметрів компресора. Якщо величина параметра B мала, то це означає, що здатність компресора до підвищення тиску достатня лише для виникнення обертового зриву.

Стійкість системи

Число й значення коренів системи рівнянь (1)—(3) визначають кількість станів рівноваги. Стан рівноваги (особливі крапки) моделі *MG86* визначають прирівнюючи до нуля похідні в рівняннях (1)—(3) і вирішуючи отриману систему нелінійних алгебричних рівнянь. Аналіз рівняння (3) показує, що існує два розв'язання: вісесиметричної рівноваги — розв'язання при $R = 0$ і асиметрична рівновага з обертовим зривом при $R = 1 - \phi^2$. З рівняння (1) слідує, що для розв'язків, які характеризують вісесиметричну рівновагу, підвищення тиску ψ дорівнює величині ψ_c , визначеній з кубічної характеристики компресора (рівняння (4)).

Підвищення тиску $\psi_r(\phi)$ для стаціонарної асиметричної рівноваги, яке відповідає характеристиці обертового зриву, записується у вигляді:

$$\begin{aligned} \psi_r &= \psi_c(\phi) - 3\phi(1 - \phi^2) = \\ &= \psi_{co} + 1 + \frac{3}{2}\phi + \frac{5}{2}\phi^3. \end{aligned} \quad (6)$$

З рівняння (2) видно, що рівноважні розв'язки не залежать від B , але значення B впливає на їхню стійкість.

Для аналізу типу особливих точок (стійку або нестійку рівновагу) зазвичай використовують лінеаризацію рівнянь динаміки в особливій точці й розглядають поведінку лінеаризованої системи в малій околиці особливої точці.

У динамічній системі (1)—(3) якісна картина фазового портрета визначається станами рівноваги й особливих траєкторій [3; 6; 7].

До особливих траєкторій ставляться стійкі й нестійкі граничні цикли, що представляють замкнуті траєкторії. Для їхнього відшукування вводяться в розгляд одновимірні відображення деяких відрізків у самих себе й знаходять нерухомі крапки таких відображень.

Особливі точки й цикли представляють стаціонарні розв'язання. Це означає, що якщо початкові умови збігаються з особливою точкою або розташовані на граничному циклі, то система (теоретично) буде як завгодно довго там залишатися. Практично ж так буде лише у випадку стійкості, коли при початкових умовах з малої околиці розв'язків система повертається до вихідного стаціонарного режиму. Тому фазовий портрет дає наочне уявлення про можливі стійкі стаціонарні розв'язки, а також області їхнього притягання, якщо таких рішень трохи [7; 8].

Проаналізуємо поведінку системи після втрати компресором газодинамічної стійкості. Припустимо, що компресор має незмінну характеристику, та розглянемо вплив параметрів γ , γ_0 і B на поведінку динамічної системи біля точок (ψ_e, ϕ_e) , що є коренями кубічного поліноміального рівняння

$$\Psi_e = \Psi_c(\phi_e) = \gamma_0 + \frac{1}{\gamma^2} \phi_e^2.$$

Уведемо нову змінну:

$$x = \text{col}(\Psi - \Psi_e, \phi - \phi_e)$$

і перепишемо систему рівнянь (1)—(3) у вигляді залежності

$$\dot{x} = Ax + F(x),$$

де

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} B\alpha_1 & -B \\ \frac{1}{B} & -\frac{1}{B\beta_1} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} B\alpha_2 x_1^2 + B\alpha_3 x_1^3 \\ -\frac{\beta_2}{B} x_2^2 - \frac{\beta_3}{B} x_2^3 + h.o.t. \end{pmatrix}.$$

Параметри α_1 і β_1 визначають нахил характеристики компресора й дроселя відповідно, певні для робочої точки:

$$\alpha_1 = \frac{3H}{2W} \left[1 - \left(\frac{\phi_e - \phi_0}{W} - 1 \right)^2 \right];$$

$$\alpha_1 = \frac{3H}{2W^2} \left(\frac{\phi_e - \phi_0}{W} \right); \quad \alpha_1 = -\frac{3H}{2W^3};$$

$$\beta_1 = \frac{2}{\gamma} (\Psi_e - \gamma_0)^{\frac{1}{2}};$$

$$\beta_2 = -\frac{\gamma}{8} (\Psi_e - \gamma_0)^{-\frac{3}{2}};$$

$$\beta_3 = \frac{\gamma}{16} (\Psi_e - \gamma_0)^{-\frac{5}{2}}.$$

Поведінка системи в околиці особливої точки визначається характеристичними коренями. Фазовий портрет системи перетерплює якісна зміна щораз, коли дійсна частина характеристичного кореня набуває нульове значення. Розрахунки показують, що при перетинанні лінії $\beta_1 = \alpha_1$, дійсна частина одного з характеристичних коренів набуває нульове значення, тобто відбувається «народження» або зникнення пар зі стійких і нестійкої особливих точок (біфуркація складки або сідло—вузол).

Уздовж гіперболи $\beta_1 = (B^2 \alpha_1)^{-1}$ пари комплексних сполучених характеристичних коренів перетинають умовні осі (біфуркація Хопфа, народження граничного циклу). У точці $\tilde{\alpha}_1 = \tilde{\beta}_1 = B^{-1}$ гіпербола є нормаллю до лінії відповідної біфуркації складки, отже, два характеристичних кореня дорівнюють нулю (біфуркація Богданова—Тakens). По завершенні, у цій точці з'являється біфуркація гомокліничної траєкторії сідла—вузла. Результат аналізу стійкості системи подано на рис. 2.

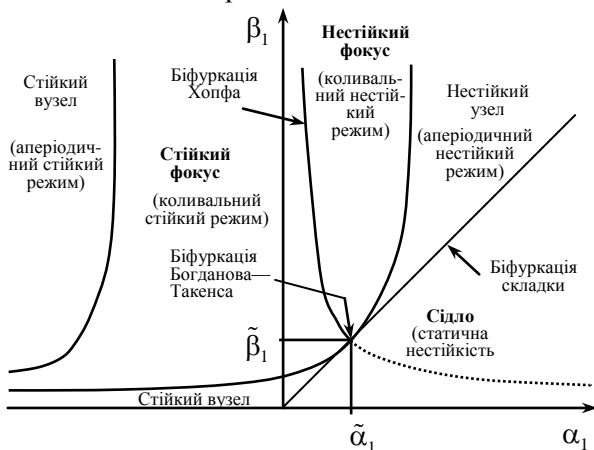


Рис. 2. Біфуркаційна діаграма

Гіпербола на рис. 2 є границею області динамічної стійкості. З умови динамічної стійкості слідує, що в областях поширення вузлів і фокусів, розташованих ліворуч гіперболи, режим течії буде стійким і в цих областях неможливе самозбудження. Области, розташовані праворуч гіперболи, відповідають умовам для самозбудження помпажних коливань.

Границею області статичної стійкості є лінія $\beta_1 = \alpha_1$. Праворуч цієї лінії розташована область

поширення сідел, що відповідає статично нестійким точкам перетинання характеристик компресора й мережі.

Висновки

1. Біфуркаційна діаграма дає змогу визначити характер можливих рухів у розглянутій системі та визначити, який з типів явищ буде виникати — обертовий зрив або помпаж. За допомогою біфуркаційної діаграми можна встановити розбіжність в характері помпажних коливань і оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів та визначити область стійких режимів.

2. Динаміка розвитку явищ у компресорі після втрати газодинамічної стійкості, що проаналізована за допомогою математичної моделі Мура—Грейцера, враховує нелінійні особливості характеристик компресора й властивості приєднаної до нього мережі.

3. Нелінійний підхід, заснований на теорії біфуркації, може бути використаний при розробці законів керування ГТД зі зворотним зв'язком для впливу на виникнення обертового зриву та помпажу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Moor F. K. A theory of rotating stall of multistage compressors: Part I-III. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 106, 1984. — P. 313—349.
2. Moor F. K. A theory of post-stall transients in axial flow compressors: Part I-Development of equations. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME / F. K. Moor, E. M. Greitzer. — 108(1), 1986. — P. 68—76.
3. Холщевников К. В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин / К. В. Холщевников. — М. : Машиностроение, 1970. — 603 с.
4. Greitzer E. M. Surge and rotating stall in axial flow compressors: Part I-Theoretical compression System model. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 98/ E. M. Greitzer. — 1976. — P. 190—198.
5. Day I. J. Active suppression of rotating stall and surge in axial compressors / I. J. Day. J. Turbomachinery Trans ASME, 115(1), 1993. — P. 40—47.
6. Андронов А. А. Качественная теория динамических систем второго порядка / А. А. Андронов, Е. А. Леонтович, И. И. Гордон, А. Г. Майер. — М. : Наука, 1966. — 568 с.
7. Андронов А. А. Теория колебаний. 2-е изд. / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. — М. : Физматгиз, 1959. — 926 с.
8. Champneys A. A numerical toolbox for homoclinic bifurcation analysis. International Journal of Bifurcation and Chaos 6 / A. Champneys, Yu. Kuznetsov, B. Sandstede, 1996. — P. 867—887.

Стаття надійшла до редакції 17.09.09.