

¹В. И. Кравцов, д-р техн. наук, проф.,
²А. Н. Недбайло, канд. техн. наук, доц.

РАСЧЕТ ОПОРНЫХ НАГРУЗОК ГИБКОГО ВАЛА ПРИ ЕГО СЛОЖНОМ УПРУГОМ ДВИЖЕНИИ

¹Национальный авиационный университет, akvarobotec@narod.ru
²Херсонский национальный технический университет, alen@my.ks.ua

Изложен метод определения дополнительных нагрузок на вращающийся вал с присоединенной массой при сложном движении. Показаны инерционные нагрузки, которые могут быть приняты в качестве параметра нагружения в системе дифференциальных уравнений, описывающих деформирование гибких валов.

Вступ. Нештатные условия работы валов, зависящие от степени износа опор или других факторов, являются главной причиной возбуждения вредных вибраций, на интенсивность и спектр частот которых существенное влияние оказывают конструктивная схема опор, гироскопические эффекты и т.д. Гибкими можно рассматривать валы, у которых конструктивно пространственные перемещения соизмеримы с длиной продольной оси, но на практике первоначально считающиеся абсолютно жесткими валы по мере износа опорных подшипников со временем могут так же переходить в работу в пространственной системе координат. Как правило, определяющий вклад в общий процесс деформирования вращающегося вала вносят его изгибные деформации. Они могут быть вызваны действием сил тяжести, сил аэрогидродинамического взаимодействия и других. Особенность их проявления заключается в том, что часто, будучи постоянными или медленно изменяющимися в инерциальной системе координат, эти силы являются периодическими в системе координат, связанной с вращающимся валом. К ним принадлежат и силы инерции, обусловленные поворотными и поступательными движениями тела, на котором установлена вращающаяся система.

Постановка проблемы. Поворот оси вращения вала, установленного на скоростных транспортных средствах, приводит к взаимодействующим через гироскопическую связь деформациям

вала в двух перпендикулярных плоскостях, которые могут многократно усиливаться в сравнении со стационарным состоянием. Неучет этих явлений часто приводит к авариям транспортных средств при экстремальных условиях работы (скоростных маневрах быстроходных судов, взлете-посадке летательных аппаратов и т.п.). Поэтому решение этой проблемы является актуальным. Исследование динамики упругих валов значительно усложняется, если сама ось вращения ротора совершает стационарный или ускоренный плоский или пространственный поворот. Такие ситуации возникают в случаях, когда транспортный аппарат, на котором установлены вращающиеся упругие тела, выполняет вираж или какой-либо пространственный маневр. При этом гибкие валы переходят в режим прецессионных колебаний. Изменяются значения резонансных частот, нарушаются условия автобалансировки, возникают явления колебательной неустойчивости, появляются значительные знакопеременные изгибающие напряжения. Может произойти общая потеря устойчивости и выпучивание вала.

Анализ последних исследований. Исследованиям динамической прочности гибких вращающихся валов в разное время уделялось значительное внимание. Здесь следует отметить работы В.Л. Бидермана [1], В.И. Ершова [2], В.А. Светлицкого [4] и др. Для расчета критических частот вращения используются методики, основанные на представлении колебаний ротора как поперечных колебаний стержня переменного поперечного сечения. В последнее время для динамических расчетов используются вычислительные комплексы, основанные на методе конечных элементов (ANSYS, Nastran и др.). Однако применение вышеописанных вычислительных комплексов требует создания корректной конечно-элементной модели, кроме того, некоторые комплексы не содержат необходимого комплекса специальных опций, позволяющих рассчитывать вращающиеся валы. В частности, в технологии расчета в ANSYS колебаний валов с учетом гироскопического эффекта на основе макросов не полностью исчерпаны возможности классических подходов к исследованию колебаний вращающихся валов, которые позволяют провести качественный анализ вышеописанных проблем.

Изложение основного материала. Рассмотрим движение вала с присоединенной массой m (рис. 1), центрально закрепленной и несимметрично расположенной на невесомом двухопорном вале длиной l и вращающегося с постоянной угловой скоростью ω относительно оси симметрии.

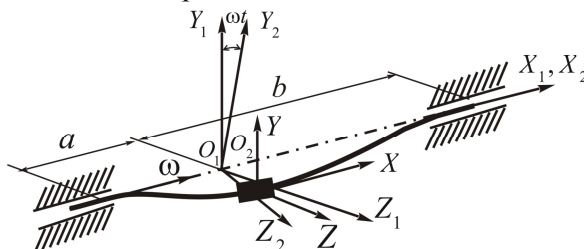


Рис. 1. Расчетная схема вращающегося вала с присоединенной массой

Введем правые прямоугольные системы координат: $O_1X_1Y_1Z_1$ – неподвижная система координат, в которой ось O_1X_1 проходит через центры опор вала и направлена по оси его вращения, а направления двух других осей O_1Y_1 и O_1Z_1 совпадают с направлением главных центральных осей жесткости вала в месте посадки присоединенной массы; $O_2X_2Y_2Z_2$ – система координат, начало O_2 и ось O_2X_2 которой совпадают с началом O_1 и осью O_1X_1 неподвижной системы, а оси O_2Y_2 и O_2Z_2 вращаются вместе с валом с угловой скоростью ω ; $OXYZ$ – система координат, жестко связанная с присоединенной массой. Она имеет начало в точке O , совпадающей с центром масс, а направления осей совпадают с направлением главных центральных осей. Главные центральные моменты инерции равны $I_x I_y I_z$, причем в общем случае $I_x \neq I_y$, $I_x \neq I_z$, $I_y \neq I_z$. Будем считать, что в результате поворотного маневра несущего тела, на котором установлена рассматриваемая система, вал совершает относительно оси O_1Y_1 поворот с угловой скоростью ω_0 . Изучим возбуждаемые этим поворотом колебания вала.

Колебательное движение во вращающейся системе координат $O_2X_2Y_2Z_2$ характеризуется перемещениями y , z в направлениях соответствующих осей, а также поворотами вокруг оси O_2Z_2 на угол β с угловой скоростью $\dot{\beta}$ и вокруг оси O_2Y_2 на

угол α с угловой скоростью $\dot{\alpha}$. Для получения уравнений движения имеем четыре уравнения в проекциях на оси координат:

$$F_{O_2Y_2}^I + F_{O_2Y_2}^R = 0, F_{O_2Z_2}^I + F_{O_2Z_2}^R = 0, M_{OY}^I + M_{OY}^R = 0, M_{OZ}^I + M_{OZ}^R = 0.$$

где $F_{O_2Y_2}^I, F_{O_2Z_2}^I, F_{O_2Y_2}^R, F_{O_2Z_2}^R$ и $M_{OY}^I, M_{OZ}^I, M_{OY}^R, M_{OZ}^R$ – проекции главных векторов и главных моментов сил инерции и упругости на соответствующие координатные оси. Проекции сил и моментов сил упругости выражаются с помощью коэффициентов жесткости α и β и определяются по формулам:

$$F_{O_2Y_2}^R = -P_y y - P_\beta \beta, F_{O_2Z_2}^R = -P_z z - P_\alpha \alpha, \\ M_{OY}^R = -m_z z - m_\alpha \alpha, M_{OZ}^R = -m_y y - m_\beta \beta,$$

где

$$P_y = \frac{\delta_{22}}{\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2}, P_\beta = \frac{-\delta_{12}}{\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2}, P_\alpha = \frac{-\delta_{34}}{\delta_{33}\delta_{44} - \delta_{34}^2}, \\ P_z = \frac{\delta_{44}}{\delta_{33}\delta_{44} - \delta_{34}^2}, m_\alpha = \frac{-\delta_{33}}{\delta_{33}\delta_{44} - \delta_{34}^2}, m_z = \frac{-\delta_{34}}{\delta_{33}\delta_{44} - \delta_{34}^2}, \quad (1)$$

В формулах (1) δ_{11} и δ_{33} – перемещения центра масс при действии единичной силы в направлении осей O_2Y_2 и O_2Z_2 соответственно; δ_{12} и δ_{34} – повороты от действия той же силы; δ_{22} и δ_{44} – повороты от действия единичных моментов.

Коэффициенты δ_{ik} зависят от условий расположения вала на опорах, места расположения присоединенной массы и материала вала. Для определения этих коэффициентов имеем выражения

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \frac{a^2 b^2}{3l}, \quad \delta_{12} = \frac{1}{EI} \frac{ab(b-a)}{3l}, \quad \delta_{22} = \frac{1}{EI} \frac{a^3 + b^3}{3l^2}, \\ \delta_{33} = \frac{1}{EI} \frac{a^2 b^2}{3l}, \quad \delta_{34} = \frac{1}{EI} \frac{ab(b-a)}{3l}, \quad \delta_{44} = \frac{1}{EI} \frac{a^3 + b^3}{3l^2},$$

где EI – жесткость вала при изгибе. Учитывая, что $I_y = I_z$, получим линейные дифференциальные уравнения, описывающие колебания ротора

$$m\ddot{y} - 2m\omega\dot{z} + (P_y - m\omega^2 - m\omega_0^2 \sin^2 \omega t)y - m\omega_0^2 \sin \omega t \cos \omega t z + P_\beta \beta = 0, \\ m\ddot{z} + 2m\omega\dot{y} - m\omega_0^2 \sin \omega t \cos \omega t y + (P_z - m\omega^2 \sin^2 \omega t)z + P_\alpha \alpha = 0,$$

$$I_y(\ddot{\alpha} - 2\omega\dot{\beta} - \omega^2\alpha) + I_x\omega(\dot{\beta} + \omega\alpha) + m_z z + m_\alpha \alpha = I_x \omega_0 \omega \sin \omega t, \quad (2)$$

$$I_y(\ddot{\beta} + 2\omega\dot{\alpha} - \omega^2\beta) + I_x\omega(\omega\beta - \dot{\alpha}) + m_y y + m_\beta \beta = I_x \omega_0 \omega \cos \omega t.$$

Система уравнений (2) распадается на две подсистемы: однородную и неоднородную. Так как определитель однородной системы не равен нулю, то единственным ее решением будет нулевое решение

$$y^s = 0, \quad \beta^s = 0, \quad z^c = 0, \quad \alpha^c = 0.$$

Неоднородная система имеет решение

$$z^s = \frac{I_x P_\beta}{P_y m_\alpha - P_\beta^2} \omega_0 \omega, \quad \alpha^s = \frac{I_x P_y}{P_y m_\alpha - P_\beta^2} \omega_0 \omega,$$

$$y^s = \frac{I_x P_\beta}{P_y m_\alpha - P_\beta^2} \omega_0 \omega, \quad z^s = \frac{I_x P_y}{P_y m_\alpha - P_\beta^2} \omega_0 \omega.$$

Проведенные исследования влияния угловой скорости поворота ω_0 на колебательный процесс вала (рис. 2) показали, что при постоянном значении ω_0 зависимости угловых и линейных перемещений диска при изменении ω имеют линейный характер, а их абсолютные величины могут в несколько раз превышать движение вала при $\omega_0 = 0$.

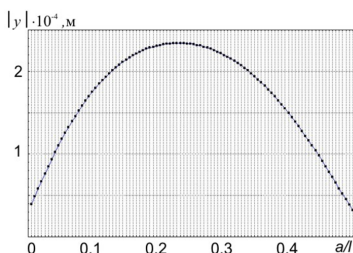


Рис.2. Амплитудные значения линейных перемещений

Амплитудные значения линейных перемещений присоединенной массы при различных отношениях ее расстояния от опоры a вала показаны на рис. 2. Эти зависимости имеют нелинейный характер.

Выводы. Приведенные соотношения наиболее полно характеризуют динамику вала при сложном вращении и их можно применить как параметры нагружения в системе нелинейных

дифференциальных уравнений, описывающих пространственное деформирование гибких элементов [3].

Список литературы

1. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М: Высш. школа, 1980. – 480 с.

2. *Ершов В.И., Ершова З.Г., Григоренко А.В.* Влияние гироскопических моментов на частоты собственных колебаний ротора ГТД // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. - №3 (44). – С. 187-188.

3. *Кравцов В.И.* Механика гибких глубоководных систем. - Киев.: Наук. думка, 1997. - 256 с.

4. *Светлицкий В. А.* Механика стержней: Учеб. для втузов. В 2-х ч. Ч. . Статика. — М.: Высш. шк., 1987. —320 с.

В.И. Кравцов, А.Н.Недбайло **Расчет опорных нагрузок гибкого вала при его сложном упругом движении** // Проблеми тертя та зношування: Наук.-техн. зб. – К.: Вид-во НАУ «НАУ-друк», 2010. – Вип. 53. – С. 110–115.

Викладено метод визначення додаткових навантажень на обертовий вал із приєднаною масою під час складного руху. Показано інерційні навантаження, які можна використовувати як параметр навантаження в системі диференціальних рівнянь, що описують деформування гнучких валів.

Рис. 2, список літ.: 4 найм.

Calculation of the supporting loads of flexible shaft during its complex elastic motion

The method of determining the increment loads on the revolving drum with the apparent additional mass during the complex motion is presented. Are shown the inertia loads, which can be accepted as the parameter of load in the system of the differential equations, which describe the deformation of flexible shafts.

Стаття надійшла до редакції 02.06.10