

УДК 519.852.35:004.7

¹Печурин Н.К., д.т.н.,
²Кондратова Л.П., к.т.н.,
¹Печурин С.Н., к.т.н.

БЛОЧНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ В ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

¹Национальный авиационный университет

²Национальный технический университет Украины «КПИ»

pechnk@mail.ru

ljurav@yandex.ua

pechsk@mail.ru

Рассматриваемая в статье задача распределения информационных ресурсов в однонаправленной беспроводной сети передачи данных описывается математической моделью с системой ограничений блочно-диагональной структуры. Применение блочного программирования Данцига-Вулфа для определения допустимого потока минимальной стоимости с возможностью выделения независимых блоков ограничений на первом уровне декомпозиции позволяет получить с меньшими ресурсными затратами решение, сопоставимое с результатом выполнения классических потоковых алгоритмов.

Ключевые слова: однонаправленная ориентированная сеть; поток заданной величины; модель линейного программирования; алгоритмы блочного программирования

Введение

В беспроводной компьютерной сети в соответствии с принятой стандартом IEEE 802.11 сотовой архитектурой распределения информационных ресурсов осуществляется между базовыми станциями как точками доступа, взаимодействующими через распределительную систему. Под информационным ресурсом в широком смысле понимают любую зафиксированную на традиционных или электронных носителях информацию, пригодную для сохранения и распространения. Проблема оптимального распределения информационных ресурсов связана с обеспечением информационной безопасности в связи с увеличением числа конфликтов, блокировкой работы сети, снижением скорости передачи при неконтролируемом росте интенсивности трафика. В работе [1] рассматриваются вопросы живучести, моделирования деструктивных воздействий, восстановления информационных сетевых структур. В работах [2, 3] аспекты повышения живучести и производительности касаются пакетных радиосетей. В [2] описывается ин-

тегральный адаптивный протокол случайного множественного доступа для пакетных радиосетей передачи данных с набором специальных процедур, обеспечивающие повышение степени использования пропускной способности радиоканала в широком диапазоне значений трафика. В [3] рассматривается задача обеспечения живучести и производительности транспортной сети пакетной радиосвязи путем оптимизации топологии. В задачах распределения информационных ресурсов сеть представляется ориентированным графом, заданным множествами узлов и связывающих их дуг с поставленными им в соответствие некоторыми положительными весами, характеризующими пропускные способности и стоимости. Для решения задач распределения однопродуктовых и многопродуктовых потоков известны алгоритмы Форда-Фалкерсона, Басакера-Гуэна, Клейна, Гомори-Ху с теоремой Форда-Фалкерсона в их основе, определяющей связь величин максимального потока, который может протекать из узла, называемого источником, в узел, называемый стоком, и минимального разреза между источником и стоком [4-5].

Задачи распределения потоков чаще описываются в классе математических моделей линейного программирования и имеют достаточно большую размерность. В данной статье предлагается использовать для решения данной задачи декомпозиционный подход Данцига-Вулфа, основанный на блочном программировании [6].

Постановка задачи

Рассмотрим задачу распределения информационных ресурсов в беспроводной сети передачи данных с обеспечением минимальной стоимости в следующей формулировке. Пусть станции базовой зоны обслуживания в беспроводной сети передачи данных связаны ориентированным однонаправленным графом с множеством узлов V для обмена информационными ресурсами. Множество V дополняется множеством рабочих станций, характеризующих пары $(s_i, t_i) | i \in V$ соответствен-

но источники и стоки. Имеется также рабочая станция, характеризующая общий источник s_0 для передачи информационных ресурсов в узлы s_i . Базовые и рабочие станции сети связаны дугами множества E . Каждой дуге $(i, j) \in E$ соответствуют веса f_{ij} потока по дуге (i, j) , U_{ij} пропускной способности дуги (i, j) , c_{ij} стоимости транспортировки единицы потока по дуге (i, j) . Множество потоков в графе обозначим F и будем называть распределением информационных ресурсов. На рис.1 приведена иллюстрация графа, представляющего сеть базовых и рабочих станций. Задача заключается в определении минимальной стоимости транспортировки информационных ресурсов заданной величины $\sum_{i \in V} f_{s_0 s_i} = v$ между узлами s_0 и $s_i | i \in V$, характеризующими общий источник и источники узлов множества V .

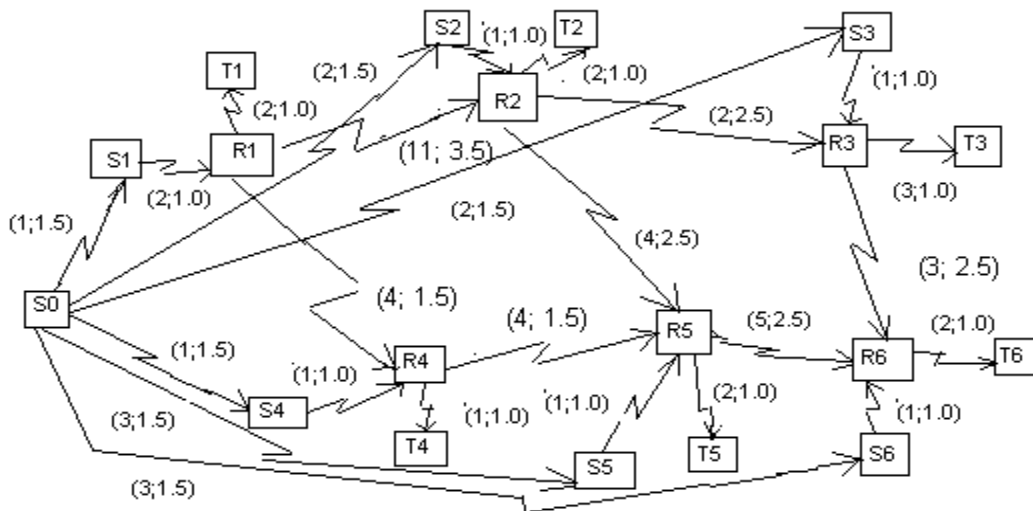


Рис.1. Топология однонаправленной беспроводной сети базовых и рабочих станций.

Математическая модель задачи

Математическую модель задачи представляют целевая функция, ограничения сохранения потока, его неотрицательности и ограниченности.

Целевой функцией является соотношение, минимизирующее суммарную стоимость распределения дуговых потоков:

$$[MIN]Z = C^T \cdot F, \quad (1)$$

где C^T – транспонированный вектор стоимостей распределения единицы дуговых потоков.

Ограничения сохранения потока в сети, представленной на рис.1, записываются для каждого из узлов R_1 - R_6 , S_1 - S_6 , T_1 - T_6 , S_0 .

Коэффициенты переменных распределения информационных ресурсов в

данных ограничения представляются в виде блочной матрицы $A = \|A_{ij}\|$, $i, j = \overline{R_1, R_6, S_1, S_6, T_1, T_6, S_0}$. Каждый элемент $A_{ij} = \|a_{ijk}\|$, $k = \overline{1, 2, 3, 4, 5, 6, s_0}$ является

вектор-строкой коэффициентов $a_{ijk} = 1 \vee 0$ потоков для i -го узла $F_j = \{f_{jk} \mid j, k = \overline{1, 2, 3, 4, 5, 6, s_0}\}$.

$$A_{11} \cdot F_1 - A_{1,s_1} \cdot F_{s_1} = 0, \tag{2}$$

$$-A_{21} \cdot F_1 + A_{22} \cdot F_2 - A_{2,s_2} \cdot F_{s_2} = 0, \tag{3}$$

$$-A_{32} \cdot F_2 + A_{33} \cdot F_3 - A_{3,s_3} \cdot F_{s_3} = 0, \tag{4}$$

$$-A_{41} \cdot F_1 + A_{44} \cdot F_4 - A_{4,s_4} \cdot F_{s_4} = 0, \tag{5}$$

$$-A_{52} \cdot F_2 - A_{54} \cdot F_4 + A_{55} \cdot F_5 - A_{5,s_5} \cdot F_{s_5} = 0, \tag{6}$$

$$-A_{63} \cdot F_3 - A_{65} \cdot F_5 + A_{66} \cdot F_6 - A_{6,s_6} \cdot F_{s_6} = 0, \tag{7}$$

$$A_{s_1 s_1} \cdot F_{s_1} - A_{s_1 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{8}$$

$$-A_{t_1 1} \cdot F_1 = -v, \tag{9}$$

$$A_{s_2 s_2} \cdot F_{s_2} - A_{s_2 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{10}$$

$$-A_{t_2 2} \cdot F_2 = -v, \tag{11}$$

$$A_{s_3 s_3} \cdot F_{s_3} - A_{s_3 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{12}$$

$$-A_{t_3 3} \cdot F_3 = -v, \tag{13}$$

$$A_{s_4 s_4} \cdot F_{s_4} - A_{s_4 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{14}$$

$$-A_{t_4 4} \cdot F_4 = -v, \tag{15}$$

$$A_{s_5 s_5} \cdot F_{s_5} - A_{s_5 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{16}$$

$$-A_{t_5 5} \cdot F_5 = -v, \tag{17}$$

$$A_{s_6 s_6} \cdot F_{s_6} - A_{s_6 s_0} \cdot F_{s_0} = 0, \tag{18}$$

$$-A_{t_6 6} \cdot F_6 = -v, \tag{19}$$

$$A_{s_0 s_0} \cdot F_{s_0} = v. \tag{20}$$

Ограничения неотрицательности и ограниченности дуговых потоков имеют вид

$$0 \leq F \leq U. \tag{21}$$

В выражении (21) U характеризует вектор пропускных способностей дуг множества E .

Применение алгоритма блочного программирования к задаче распределения информационных ресурсов

Система (2-20) линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с 361 перемен-

ными, которые характеризуют распределение F информационных ресурсов, и $|V|+|E|$ ограничениями имеет блочно-диагональную структуру. В СЛАУ с целью уменьшения размерности задачи (1)-(21) выделяются 7 независимых блоков с переменными, характеризующими распределение информационных ресурсов в узлах беспроводной сети передачи данных: уравнения (2), (9) представляют блок ограничений, содержащий две переменные F_1, F_{s_1} ; соответственно уравнения (11), (13), (15), (17), (19) представляют

следующие 5 блоков ограничений каждый с одной из переменных F_2, F_3, F_4, F_5, F_6 ; последний седьмой блок представляют уравнения (10), (12), (14), (16), (18), (20) с переменными $F_{s_2}, F_{s_3}, F_{s_4}, F_{s_5}, F_{s_6}, F_{s_0}$. Уравнения (3)-(8), связывающие переменные распределения F , представляют совокупность ограничений координирующей задачи с возможностью сведения к одному ограничению. Решение задачи (1-21) предусматривает применение двухуровневого декомпозиционного подхода Данцига-Вулфа [6], на первом уровне которого определяются переменные подзадач с ограничениями независимых блоков, на втором уровне определяется решение координирующей задачи, связывающей указанные переменные независимых блоков. Рассматривается два варианта координирующей задачи. В первом варианте совокупность ограничений независимых блоков представляется единым выпуклым многогранным множеством; число ограничений координирующей

задачи сокращается до 2. Распределение информационных ресурсов представляется в соответствии с леммой о крайней точке [7] линейной выпуклой комбинацией допустимых решений 7-ми подзадач с ограничениями независимых блоков:

$$F_0 = \sum_{j=1}^7 F_j \cdot b_j,$$

$$\text{где} \quad \sum_{j=1}^7 b_j = 1, \quad b_j \geq 0. \quad (22)$$

Во втором варианте ограничения каждого независимого блока представляются отдельным выпуклым многогранным множеством; число ограничений координирующей задачи включает ограничение, связывающее переменные независимых блоков, и определяется числом независимых блоков. Здесь определяются распределения информационных ресурсов в узлах F_j линейными выпуклыми комбинациями допустимых базисных решений для каждого распределения F_j :

$$F_j = \sum_k F_{jk} \cdot b_{jk}, \quad \sum_k b_{jk} = 1, \quad b_{jk} \geq 0, \quad j = \overline{R_1, R_6, S_1, S_6, T_1, T_6, S_0}, \quad (23)$$

где F_{jk} - k -е базисное решение для распределения F_j .

Для сети, приведенной на рис. 1, распределение информационных ресурсов по первому варианту декомпозиции представляется как $F_1 = \{0,0,0,0,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_2 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_3 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_4 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_5 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_6 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_1} = \{2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_2} = \{0,0,1,9,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_3} = \{0,0,0,1,9,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_4} = \{0,0,0,0,1,248,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_5} = \{0,0,0,0,0,25,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_6} = \{0,0,0,0,0,25,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$, $F_{s_0} = \{0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,9,0,0,1,9,0,0,25,0,0,25,0,0,1,248,0\}$.

По второму варианту декомпозиции распределение информационных ресурсов представляется как $F_1 = \{0,0,0,0,0,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0\}$,

$$F_2 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}, \quad F_3 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_4 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}, \quad F_5 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_6 = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}, \quad F_{s_1} = \{2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_2} = \{0,0,1,9,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_3} = \{0,0,0,1,9,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_4} = \{0,0,0,0,1,577,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_5} = \{0,0,0,0,0,23,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_6} = \{0,0,0,0,0,23,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$F_{s_0} = \{0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,9,0,0,1,9,0,0,23,0,0,23,0,0,1,577,0,0\}.$$

Значения общего распределения информационных ресурсов в сети $F_0 = 2$ стоимостью их транспортировки $C_0 = 3$ с весовыми коэффициентами $b = \{0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,5\}$ и распределений информационных ресурсов в узлах $F_j = 2 \quad \forall j = \overline{1,7}$ стоимостями транспортировки $C_j = \{4,2,2,2,2,2,4\}$ с весовыми коэффициентами $b = \{0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0\}$, полученные для первого и второго вариантов деком-

позиции с использованием соотношений (22), (23), соответствуют заданному числу единиц потока $v=2$ для транспортировки между общим источником s_0 и источниками $s_1 - s_6$.

Выводы

В математической модели задачи распределения информационных ресурсов в беспроводной сети передачи данных, где станции базовой зоны обслуживания которой связаны ориентированным однонаправленным графом, система ограничений, характеризующих сохранение потоков в узлах, имеет вид блочно-диагональной структуры. Для решения задачи предлагаются алгоритмы блочного программирования с двумя вариантами декомпозиции: совокупность ограниченный независимых блоков представляется единым выпуклым многогранным множеством либо ограничения каждого независимого блока представляются отдельным выпуклым многогранным множеством. Применение данных алгоритмов для определения допустимого потока минимальной стоимости с возможностью выделения независимых блоков ограничений на первом уровне декомпозиции в двух случаях позволяет получить с меньшими ресурсными затратами решение, сопоставимое с результатом выполнения классических потоковых алгоритмов.

Список литературы

1. Додонов А.Г., Ландэ Д.В. Живучесть информационных систем. – К.: Наукова думка, 2011. – 256 с.

2. Бунин С.Г., Войтер А.П., Корж Ю.В. Интегральный адаптивный протокол случайного множественного доступа // Проблемы управления и информатики. – 1999. – №6. – С. 82-91.

3. Драч Н.Д., Красиловец Л.В., Кондратова Л.П., Печурин Н.К. Система автоматизированного расчета параметров транспортной сети пакетной радиосвязи // УСиМ. – 1990. – №6. – С. 48-52.

4. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / Нечипуренко М.И., Попков В.К., Майнагашев С.М. и др.–Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1990.–515 с.

5. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций.–Минск: БГУ, 2003.–199 с.

6. Жариков А.В. Исследование скорости сходимости некоторых алгоритмов блочного линейного программирования // Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – С. 100-105.

7. Половинкин Е. С., Балашов М. В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. - М.: Физматлит, 2004. - 416 с.

Статью представлено в редакцию 16.09.2015