

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

УДК 629.52.7.(045)

В. М. Азарсков, д-р техн. наук, проф.,**О. А. Машков**, д-р техн. наук, проф.,**П. П. Троянов**, канд. техн. наук, доц.**ПРОГРАМНО-АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУВАЛЬНИХ КОМПЛЕКСІВ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ДЛЯ УСУНЕННЯ НАСЛІДКІВ НЕШТАТНИХ (АВАРІЙНИХ) СИТУАЦІЙ**

Інституту аерокосмічних систем управління НАУ, e-mail: iasy@nau.edu.ua

Знайдено залежність, яка дозволяє за допустимою величиною втрат у точності фільтрації $L_{\text{доп}}$ мати максимально допустиму ймовірність збоїв в осередках запам'ятовувальних пристроїв $q_{\text{доп}}$. Визначено необхідний ступінь їх резервування або необхідну ефективність використовуваного надмірного кодування.

Ключові слова: інтегрований комплекс керування, динамічний об'єкт, нештатні (аварійні) ситуації, працездатність, ймовірність збоїв, надмірне кодування.

Вступ. Для дослідження складних динамічних систем велике значення мають правильна діагностика подій та розуміння логіки їх розвитку в часі. Чітке знання умов виникнення небезпек (позаштатних ситуацій) дозволяє, з одного боку, завчасно вжити відповідних заходів, а з другого – розробити алгоритм протиаварійного і відновлювального керування. Під протиаварійним керуванням надалі будемо розуміти керування, яке має запобігти розвитку аварійних ситуацій, що виникають в інтегрованому комплексі керування (ІКК).

Відновлювальне керування – це керування, що полягає в поверненні у стан справності чи працездатності функціонування системи керування, втрачене внаслідок дефектів її елементів та (чи) структури.

Таким чином, для ІКК динамічних об'єктів виникає принципово нова проблема, що полягає в умінні передбачати випадкові явища і запобігти їм до того, як вони з'являться в експлуатації. В основу вирішення цієї проблеми можуть бути покладені теорія ймовірностей, предмет вивчення якої – випадкові події і теорія надійності, що дозволяє створювати вироби, які безвідмовно функціонують протягом заданого проміжку часу.

Постановка завдання. Функціональну стійкість ІКК можна розглядати як властивість об'єкта вдало завершити політ за регламентованої кількості вимірів у стані самого комплексу, тобто збереження ІКК працездатності після прояву в ньому припустимої кількості відмов і впливу зовнішніх збурень.

Реалізація функціональної стійкості може бути досягнута введенням у ІКК різних форм надмірності (структурної, функціональної, інформаційної тощо) і підготовленістю екіпажу до керування польотом у разі раптової реконфігурації комплексу.

Стосовно динамічного об'єкта, за рухом якого провадиться безперервне спостереження, надмірність дозволяє не тільки екіпажу, але й операторам пункту дистанційного керування своєчасно виявляти початок зародження випадковості (перших ланок небезпечного ланцюга – сукупності відхилень у роботі), запобігати раптовості прояву її для екіпажу, сповільнювати розвиток до стану, за якого настає фатальна неминучість втрати елементів літального апарата. Тому постає завдання – здійснення контролю за станом у темпі часу руху динамічного об'єкта. Для його вирішення необхідно забезпечити в ІКК збирання, оброблення й аналіз польотної інформації з автоматичним розпізнаванням зароджуваної позаштатної ситуації й формуванням рекомендацій до дій в умовах, що створилися.

Модель ІКК. Подамо модель ІКК у вигляді ймовірнісної динамічної системи з дискретним часом. При цьому рівняння стану характеризує динаміку системи, а рівняння спостережень визначає механізм утворення даних для вимірювання:

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + B(k+1, k)U(k) + G(k+1, k)W(k); \quad (1)$$

$$Y(k) = H(k)X(k) + D(k)U(k) + \Psi(k)V(k), \quad (2)$$

де $X(k)$ – n -вимірний вектор стану системи; $\Phi(k+1, k)$ – динамічна матриця об'єкта; $U(k)$ – m -вимірний вектор керування; $B(k+1, k)$ – матриця керувальних впливів; $W(k)$ – випадковий r -вимірний вектор гаусівських збурень з нульовим середнім і кореляційною матрицею $M[W(k)W^T(j)] = Q(k)\delta(kj)$; $\delta(kj)$ – символ Кронекера; $G(k+1, k)$ – матриця збурень; $Y(k)$ – s -вимірний вектор спостережень; $H(k)$ – матриця спостережень системи; $V(k)$ – p -вимірний випадковий вектор гаусівських похибок вимірювань з нульовим середнім і кореляційною матрицею $M[V(k)V^T(j)] = R(k)\delta(kj)$; $D(k)$, $\Psi(k)$ – матриці відповідних розмірів. Для повного статистичного опису поведінки динамічної системи необхідно задати щільність розподілу початкового стану $f(X(0))$.

Динамічну систему, описану рівняннями (1), (2), можна розглядати як модель ІКК, що працює без відмов (рис. 1).

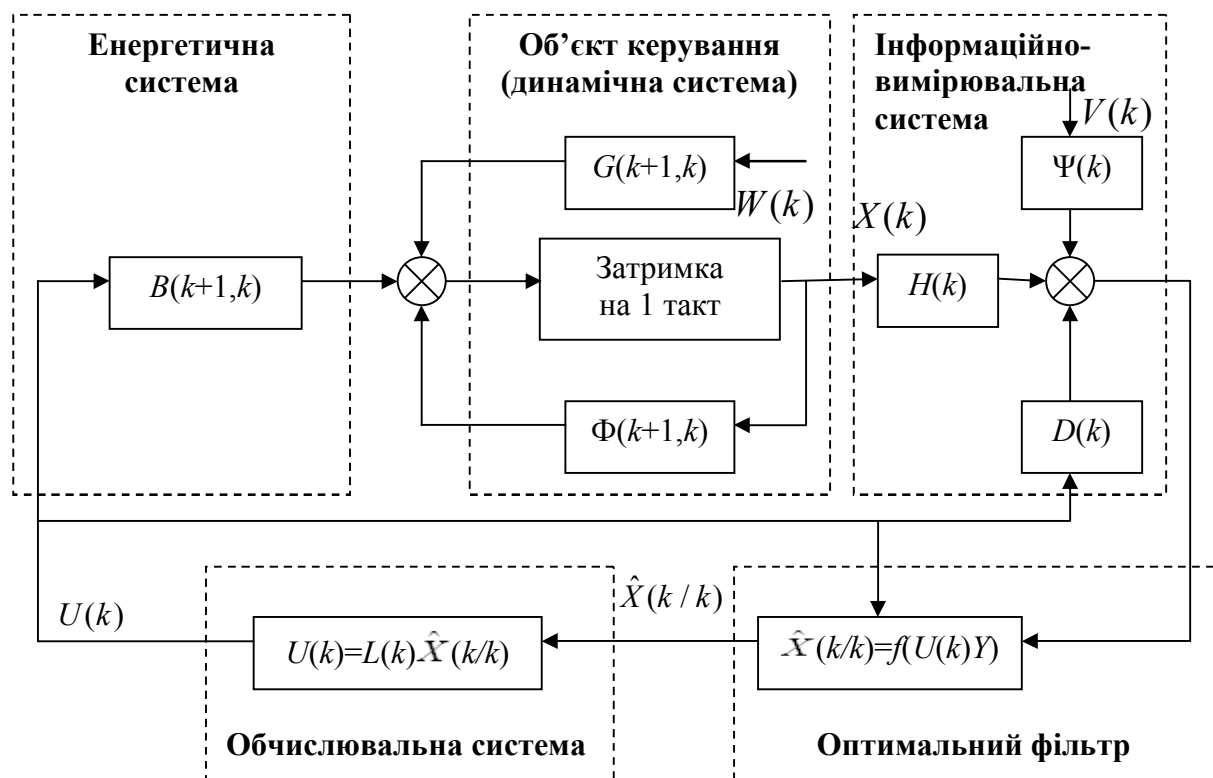


Рис. 1. Структура безвідмовного ІКК

Однак припущення щодо ідеального функціонування динамічної системи майже не виконується, або виконується обмежено.

Причинами появи нештатних (аварійних) ситуацій можуть бути такі порушення, які виникають:

– у процесі реалізації самих алгоритмів оптимальної фільтрації й оптимального керування. Ці алгоритми реалізуються за допомогою спеціалізованих обчислювальних

пристроїв (цифрових обчислювальних машин, спеціалізованих обчислювачів тощо), які працюють у реальному масштабі часу. У процесі роботи цих обчислювальних пристроїв можливі збої в процесорі чи оперативній пам'яті, що призводять до різкого зростання похибок оцінювання чи похибок керування. Величини цих похибок залежать від інтенсивності збоїв, їх характеру, конкретного змісту інформації, спотвореної в процесі збою. Аналізуючи похибки, можна визначити найбільш чутливі до збоїв параметри алгоритмів, обґрунтовано підійти до задання кількісних характеристик надійності збереження даних і розробити рекомендації щодо організації обчислювального процесу, що має підвищену стійкість до збоїв;

– у каналі вимірювання. Ці порушення можуть бути спричинені різними типами відмов датчиків інформаційно-вимірювальної системи чи завадами в лініях зв'язку;

– у процесі керування. Ці порушення пов'язані з відмовами в органах керування чи виконавчих пристроях.

Якщо наявність цих порушень не враховується у процесі керування $U(k)$, то ІКК може не виконати потрібної функції. Тому найактуальнішою для таких комплексів є задача синтезу оптимального керування з урахуванням можливості зазначених порушень.

Особливості забезпечення функціональної стійкості динамічної системи. Якісно поняття функціональної стійкості системи може конкретизуватися кількісною залежністю компонентів векторного функціонала K , які досить повно характеризують ефективність усього комплексу, від компонентів вектора стану, перешкод системи. В умовах функціонування ІКК замість очікуваної відповідно до виразів (1), (2) апіорної моделі, в якій параметри $\Phi(k+1, k)$, $B(k+1, k)$, $H(k)$, $D(k)$, $G(k+1, k)$, $\psi(k)$ зазвичай відомі, часто реалізується інша модель з іншими параметрами.

У цих умовах деякий алгоритм керування $U(k)$, можливо оптимальний за заданих характеристик моделі (вирази (1), (2)), може різко погіршити свої показники якості або стати цілком непрацездатним. Такий алгоритм доцільно назвати функціонально нестійким.

Іншу причину функціональної нестійкості алгоритмів можна пов'язати з істотною зміною класу щільності розподілу ймовірностей випадкових процесів $X(k)$, $Y(k)$. Наслідки такої зміни щільностей розподілу ймовірностей для ефективності алгоритму також можуть бути катастрофічними.

Будемо розглядати векторний функціонал ефективності як функцію узагальненого вектора збурень та перешкод:

$$\theta^T(k) = [W^T(k) V^T(k)].$$

Для аналізу стійкості алгоритму $U(k)$ за показником $k_i(\theta, U(k), X(k), Y(k))$, $i = \overline{1, n}$ варто задати діапазон $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ варіювання u , виконати розрахунки елементів вектора показника якості з кроком Δu і порівняти $\Delta K_i = K_{i\max} - K_{i\min}$, $i = \overline{1, n}$, з допустимою за технічними умовами нестійкістю показника в умовах функціонування інформаційно-керувального комплексу.

За випадкових варіацій u значення K_i , $i = \overline{1, n}$ також будуть випадковими. Якщо відома щільність розподілу цих значень, рішення про функціональну стійкість доцільно виносити порівнянням математичних сподівань $M\{K_i(\theta)\}$ і дисперсій $D\{K_i(\theta)\}$ із заданими за технічними умовами. Можливе також урахування моментів більш високого порядку, включаючи змішані, чи відшукування n -вимірних щільностей розподілу вектора критеріїв $K(\theta)$.

Як перше наближення для пошуку $\Delta K_i(\theta)$ можна використовувати

$$\Delta k_i(\theta)|_{\theta=\theta_0} = \sum_{j=1}^q \left[\frac{\partial k_i(\theta)}{\partial k_j} \Big|_{\theta=\theta_0} \right]^2 \Delta \theta_j,$$

де θ_0 – вектор середніх значень параметрів перешкод і збурень; $\Delta k_i(\theta)$; $\Delta \theta_j$ – приріст i -го показника та j -ї незалежної змінної.

На основі викладеного підходу можлива конкретизація поняття функціональної стійкості. Під функціональною стійкістю розуміється здатність системи забезпечити мінімізацію відносного часу перебування в стані «відмови» за допустимих варіацій параметрів перешкод (збурень і похибок).

Теорія побудови функціонально стійких ІКК натеper перебуває на стадії розвитку, при цьому можливе використання як аналітичних (принцип максимуму Понтрягіна, динамічне програмування, аналітичне конструювання регуляторів), так і алгоритмічних (розв'язання обернених задач динаміки, рекурентно-збіжні алгоритми) методів синтезу тощо.

Синтез моделі ІКК за відсутності відмов. Для побудови моделі ІКК за відсутності відмов (порушень функціонування) скористаємося ідеями теорії фільтрації в просторі станів.

Рівняння стану ІКК подамо у вигляді

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + G(k+1, k)W(k),$$

рівняння спостережень:

$$Y(k) = H(k)X(k) + V(k).$$

Початковий стан $X(0)$ являє собою гаусівський вектор із середнім значенням $M[X(0)]$ і кореляційною матрицею $P(0)$. Припустимо, що шуми збурень $W(k)$ і вимірів $V(k)$ є некорельованими, тобто $M\{W(k)V^T(j)\} = 0$ для всіх i, j .

Необхідно за сукупністю послідовних вимірів $\{y_1, y_2, \dots, y_k\} = Y_1^k$ знайти оптимальну оцінку вектора стану $X(k)$, що задовольняє критерій мінімуму середньоквадратичного значення похибки. Позначимо цю оцінку через $\hat{X}(k/k)$, а похибку оцінки – через

$$\tilde{X}(k/k) = X(k) - \hat{X}(k/k),$$

Виходячи з результатів теорії оцінювання, будемо вважати, що оцінка вектора стану, яка задовольняє цей критерій, є умовним середнім $\hat{X}(t/t) = M\{X(t)/Y_1^t\}$. Отже, для її знаходження необхідно обчислити апостеріорну щільність розподілу ймовірностей $f[X(k)/Y_1^k]$ за формулою Байєса:

$$\begin{aligned} f[X(k)/Y_1^k] &= f[X(k)/Y_1^k, Y(k)] = \\ &= \frac{f[X(k)/Y_1^{k-1}] f[Y(k)/X(k), Y_1^{k-1}]}{f[Y(k)/Y_1^{k-1}]}, \end{aligned} \quad (3)$$

де кожна із щільностей є гаусівською.

Причому $f[Y(k)/X(k), Y_1^{k-1}] = f[Y(k)/X(k)]$, оскільки $V(k)$ – білий гаусівський шум, а отже, за фіксованого значення $X(k)$ вектор $Y(k)$ не залежить від послідовності попередніх вимірів.

Для знаходження параметрів умовної щільності $f[X(k)/Y_1^{k-1}]$, що входять до чисельника виразу (3), уведемо позначення:

$$\begin{aligned} M[X(k)/Y_1^{k-1}] &\triangleq \hat{X}(k/k-1); \\ M\left\{\left[X(k)-\hat{X}(k/k-1)\right]\left[X(k)-\hat{X}(k/k-1)^T/Y_1^{k-1}\right]\right\} &= \\ = M\left[\tilde{X}(k/k-1)\tilde{X}^T(k/k-1)/Y_1^{k-1}\right] &= P(k/k-1). \end{aligned}$$

За фізичним змістом величина $\hat{X}(k/k-1)$ являє собою оцінку екстраполяції (передбачення) на один крок, а $P(k/k-1)$ – кореляційну матрицю похибок екстраполяції.

Знайдемо тепер параметри гаусівської щільності, що стоїть в знаменнику виразу (3):

$$\begin{aligned} M\{Y(k)/Y_1^{k-1}\} &= M\{H(k)X(k)+V(k)/V_1^{k-1}\} = \\ &= H(k)\hat{X}(k/k-1); \\ M\left\{\left[Y(k)-H(k)\hat{X}(k/k-1)\right]\left[Y(k)-H(k)\hat{X}(k/k-1)\right]^T\right\} &= \\ &= M\{\tilde{Z}(k/k-1)\tilde{Z}^T(k/k-1)\} \triangleq \\ &= P_z(k) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k), \end{aligned}$$

де $\tilde{Z}(k/k-1) = Y(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)$ – відновлювальний процес.

Підставляючи отримані вирази математичних сподівань і кореляційних матриць у формулу для апостеріорної щільності ймовірностей $f[X(k)/Y_1^k]$, можна переконатися, що ця щільність є гаусівською з вектором середніх $\hat{X}(k/k)$:

$$\begin{aligned} \hat{X}(k/k) &= \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1/k-1) + \\ &+ K(k)\left[Y(k)-H(k)\Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1/k-1)\right] = \\ &\hat{X}(k/k-1) + K(k)\tilde{Z}(k/k-1), \end{aligned}$$

де $K(k)$ – матричний коефіцієнт підсилення оптимального фільтра:

$$\begin{aligned} K(k) &= P(k/k)H^T(k)R^{-1}(k) = P(k/k-1)H^T(k) \times \\ &\times \left[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)\right]^{-1}. \end{aligned}$$

Кореляційна матриця похибок фільтрації:

$$\begin{aligned} P(k/k) &= P(k/k-1) - P(k/k-1)H^T(k) \times \\ &\times \left[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)\right]^{-1} H(k)P(k/k-1). \end{aligned}$$

Кореляційна матриця похибок екстраполяції:

$$\begin{aligned} P(k/k-1) &= \Phi(k/k-1)P(k-1/k-1)\Phi^T(k/k-1) + \\ &+ G(k/k-1)Q(k-1)G^T(k/k-1). \end{aligned} \quad (4)$$

Початкові умови:

$$\hat{X}(0,0) = M[X(0)]; P(0,0) = P(0).$$

Структурну схему цього фільтра показано на рис. 2.

Робота фільтра починається зі встановлення початкових значень $M[X(0)]$, $P(0)$ і введення величин елементів кореляційних матриць шумів збурень $Q(k)$ і вимірів $R(k)$. Оцінки вектора стану обчислюються рекурентно у міру надходження нових вимірів. При цьому, як випливає з виразу (4), для обчислення поточного значення оцінки $\hat{X}(k/k)$ немає потреби запам'ятовувати всі попередні виміри $\{y(1), y(2), y(3), \dots, y(k-1)\}$, оскільки вся інформація про них міститься в оцінці $\hat{X}(k-1/k-1)$, отриманій на попередньому кроці. Таким чином, фільтр являє собою динамічну систему зі змінним матричним коефіцієнтом підсилення, величина якого залежить від точності поточних оцінок і рівня шумів вимірів.

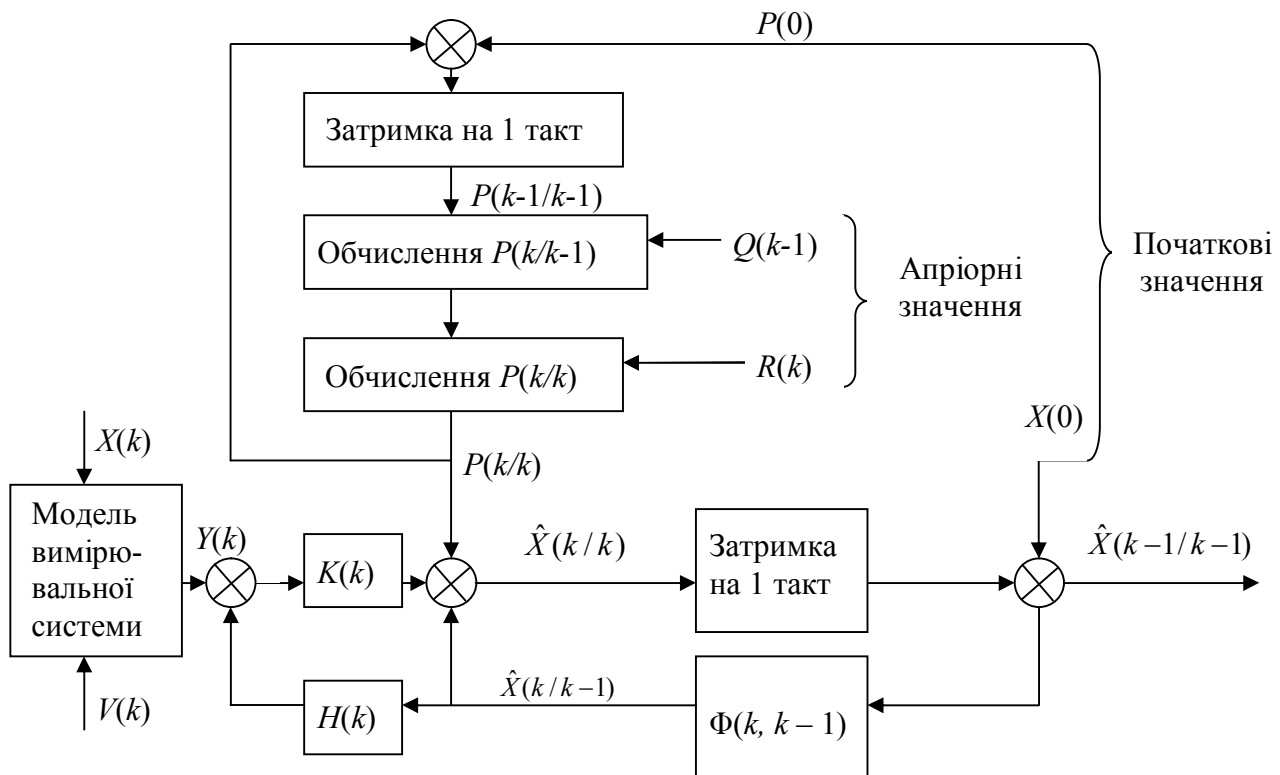


Рис. 2. Структурна схема оптимального фільтра

Часова діаграму, що пояснює механізм формування оцінки у фільтрі, показано на рис. 3. Поточна оцінка є сумою оцінки екстраполяції $\hat{X}(k/k-1)$ й коригувальної поправки $K(k)\tilde{Z}(k/k-1)$. Причому оцінка екстраполяції формується з оцінки фільтрації на попередньому кроці шляхом множення її на матрицю переходу системи. Величина виправлення визначається тією вагою, що надається новим вимірам на поточному кроці оцінювання. Ця вага залежить від рівня шумів вимірів і поточної точності оцінювання і зменшується у міру уточнення оцінок. Так, якщо вихідна модель системи не містить шумів збурень $W(k)$ або ці шуми досить малі, то оптимальний коефіцієнт підсилення фільтра $K(k) \rightarrow 0$ при $K \rightarrow \infty$, що фізично означає розмикання системи. У результаті цього фільтр втрачає чутливість до нових даних і як поточна оцінка він починає постійно видавати оцінку екстраполяції. Натепер ця особливість стає найбільш істотним недоліком, що призводить до розбіжності оцінок вектора стану відносно його істинного значення на вході фільтра.

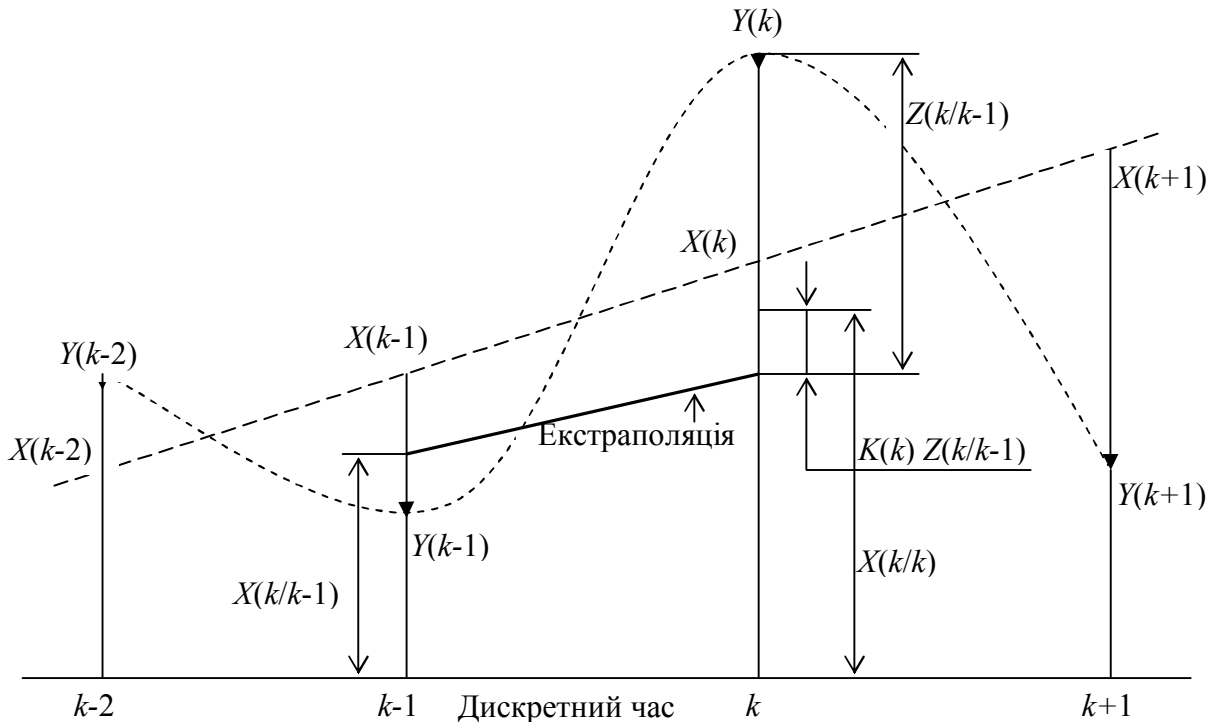


Рис. 3. Часова діаграма утворення оцінки у фільтрі

Аналіз запропонованої структури фільтра дозволяє зробити такі висновки:

- фільтр являє собою рекурентний алгоритм оцінки стану динамічної системи за цілковито відомою її моделі й може бути реалізований у бортовому комп'ютері.
- кореляційна матриця похибок фільтрації $P(k/k)$ не залежить від спостережень $Y(k)$ і її можна обчислити заздалегідь, а отже, відповідно й матричний коефіцієнт підсилення фільтра.
- оскільки параметри фільтра змінюються в часі, то такий фільтр мінімізує середньоквадратичне значення похибки оцінювання не тільки в сталому режимі, але й протягом перехідних процесів.

Однією з основних характеристик алгоритму є час обчислень, витрачений на один крок фільтрації. Цей час визначається як швидкодією комп'ютера, так і загальною кількістю операцій, необхідною для формування алгоритму. Більш точна оцінка цього часу потребує знання системи команд того комп'ютера, на якому реалізується фільтр. Однак для порівняння різних способів організації обчислювального процесу першим і досить точним наближенням для часу обчислень може стати необхідна кількість операцій множення (ділення). Ці операції виконуються повільніше, ніж операції додавання приблизно у 8–10 разів при реалізації апаратних методів і в 100–150 разів повільніше при використанні програмних (наприклад, у мікропроцесорних системах). Тому основний час витрачається на виконання саме цих операцій. Необхідна ємність оперативних запам'ятовувальних пристроїв (ОЗП) визначається розмірністю відповідних векторів і матриць. Ці дані наведено в табл. 1.

Відповідно до основних правил матричної алгебри можна розрахувати кількість операцій, необхідну для обчислення оптимальної оцінки фільтрації за один крок. Результати цих розрахунків наведено в табл. 2. Передбачається, що обернення матриць виконується за стандартним алгоритмом Гауса, для реалізації якого потрібно s^3 операцій множення й додавання, де s – розмірність оберненої матриці. Аналіз результатів, наведених у табл. 2, дозволяє установити загальну кількість операцій множення за один крок фільтрації:

$$M(n, s, r) = 3n^2 + 2n^2s + 2sn^2 + n^2r + nr^2 + 2ns + s^3 + n^2.$$

Загальна кількість операцій додавання за один крок фільтрації дорівнює

$$A(n, s, r) = 3n^3 + 2n^2s + 2ns^2 + n^2r + nr^2 + s^3 - 2n^2 - nr.$$

Таблиця 1

Необхідна ємність, ОЗП

Змінна	Розмірність	Кількість осередків ОЗП
$\hat{X}(k/k)$	$n \times 1$	n
$\Phi(k, k-1)$	$n \times n$	n^2
$K(k)$	$n \times s$	ns
$Y(k)$	$s \times 1$	s
$H(k)$	$s \times n$	sn
$P(k/k)$	$n \times n$	n^2
$R(k)$	$s \times s$	s^2
$P(k/k-1)$	$n \times n$	n^2
$G(k)$	$n \times r$	nr
$Q(k)$	$r \times r$	r^2
$\hat{X}(k/k-1)$	$n \times 1$	n

Таблиця 2

Кількість операцій, необхідна для обчислення оптимальної оцінки фільтрації за один крок

Обчислювана величина	Функціональна залежність	Поточний крок обчислень	Кількість операцій множення	Загальна кількість операцій множення	Кількість операцій додавання	Загальна кількість операцій додавання
$\hat{X}(k/k-1)$	$\Phi(k, k-1)X(k-1/k-1)$	$\Phi\hat{X}$	n^2	n^2	$n^2 - n$	$n^2 - n$
$P(k/k-1)$	$\Phi(k, k-1)P(k-1/k-1);$ $\Phi^T(k, k-1)G(k, k-1) \cdot$ $Q(k-1)G(k, k-1)$	$P\Phi$ $\Phi(P\Phi)$ QG^T $G(QG^T)$ $\Phi P\Phi + GQ$ G^T	n^3 n^3 nr^2 n^2r 0	$2n^3 + nr^2 +$ $+ n^2r$	$n^3 - n^2$ $n^3 - n^2$ $nr^2 - nr$ $n^2r - n^2$ n^2	$2n^3 - 2n^2 +$ $+ nr^2 + n^2r$ $- nr$
$K(k)$	$P(k/k-1)H^T(k) \cdot$ $[H(k)P(k/k-1) \cdot$ $H^T(k) + R(k)]^{-1}$	PH^T $H(PH^T)$ $HPH^T + R$ $[HPH^T + R]^{-1}$ $K(k)$	n^2s ns^2 0 s^3 ns^2	$n^2s + 2ns^2 +$ $+ s^3$	$n^2s - ns$ $ns^2 - s^2$ s^2 s^3 $ns^2 - ns$	$n^2s + 2ns^2 -$ $2ns + s^3$
$P(k/k)$	$[I - K(k)H(k)] \cdot$ $P(k/k-1)$	KH $I - KH$ $[I - KH]P$	n^2s 0 n^3	$n^3 + n^2s$	$n^2s - n^2$ n^2 $n^3 - n^2$	$n^3 + n^2s - n^2$
$X(k/k)$	$X(k/k-1) + K(k) \cdot$ $[Y(k) - H(k) \cdot$ $X(k/k-1)]$	HX $Y - HX$ $K[Y - HX]$ $X(k/k)$	ns 0 ns 0	$2ns$	$ns - s$ s $ns - n$ n	$2ns$
Загальна кількість операцій	—	—	—	$M(n, s, r)$		$A(n, s, r)$

Як видно із табл. 2, обсяг обчислень пропорційний кубу розмірності динамічної системи. Це твердження має вирішальне значення для практичного використання алгоритмів фільтрації і потребує розроблення близьких до оптимальних методів оцінювання для зменшення обчислювальних потреб.

Один з можливих підходів полягає в такому. Елементи матричного коефіцієнта підсилення розраховуються заздалегідь і не залежать від вимірів. У цьому випадку в реальному масштабі часу мають обчислюватися тільки поточні оцінки (перший і останній рядки табл. 2). Тоді загальна кількість операцій множення й додавання істотно зменшується:

$$M'(n, s, r) = n^2 + 2ns;$$

$$A'(n, s, r) = n^2 + 2ns - r.$$

Проте з урахуванням можливих збоїв комп'ютера в процесі виконання програми фільтрації перевагу слід віддати обчисленню елементів матричного коефіцієнта підсилення в реальному масштабі часу. Тому наступним етапом досліджень є розроблення моделей позаштатних ситуацій в бортових інформаційно-керувальних комплексах.

Синтез моделей нештатних (аварійних) ситуацій у ІКК. Для синтезу відмовостійких алгоритмів фільтрації, керування в ІКК, а також для аналізу їх точності в разі виникнення відмов (появи нештатних, аварійних ситуацій) слід задатися математичною моделлю, що адекватно описує ці відмови.

Під відмовою (позаштатною ситуацією) розумітимемо стрибкоподібні зміни параметрів або структури динамічної системи, що відбуваються у випадкові моменти часу.

Тому для опису ІКК, у яких необхідно враховувати можливість появи відмов, уведемо випадковий невідомий вектор появи параметрів $\gamma(k)$, який характеризує на поточний момент часу структуру й параметри ІКК. Поява позаштатної ситуації призводить до стрибкоподібної зміни цього вектора. Рівняння стану й спостереження ІКК стають у цьому разі залежними від змінюваного у випадкові моменти часу вектора $\gamma(k)$ й у загальному вигляді можуть бути записані в такий спосіб:

$$X(k+1) = F[X(k)\gamma(k)U(k)W(k)];$$

$$Y(k) = h[X(k)\gamma(k)V(k)], \gamma(k) = \Omega,$$

де F і h – відомі функції; Ω – простір можливих значень $\gamma(k)$.

Проте, не конкретизуючи статистичні характеристики випадкового вектора параметрів $\gamma(k)$, важко отримати які-небудь теоретичні результати. Тому доцільно виконати класифікацію цих характеристик і на її основі визначити більш конкретно математичні моделі, що використовуються надалі для синтезу відмовостійких алгоритмів фільтрації й аналізу точності ІКК, схильних до відмов.

Насамперед, слід задати структуру простору можливих значень вектора $\gamma(k)$. Якщо цей простір неперервний, то вектор $\gamma(k)$ може набувати нескінченної множини значень у заданій області, якщо дискретний – то кількість значень скінченне. В останньому випадку всі значення вектора $\gamma(k)$ можна пронумерувати довільним чином – $\gamma_i(k)$, $i = \overline{1, N}$, і розглядати індекс i як номер структури, в якій у поточний момент часу перебуває ІКК.

Синтез моделей інформаційної частини ІКК у разі нештатних (аварійних) ситуацій. Рівняння спостережень надається у вигляді:

$$Y(k) = H(k)X(k) + \gamma(k)V(k),$$

де $\gamma(k)$ – діагональна матриця, елементи якої $\gamma_i(k) \geq 0$ – скалярні величини, що визначають поточну точність вимірів. Причому $\gamma_i(k) = 1$ – для режиму нормальної роботи; $\gamma_i(k) \gg 1$ – для режиму аномальних вимірів (позаштатна ситуація).

Кореляційна матриця шумів вимірів у кожному момент часу набуває значення $\gamma(k)\gamma^T(k)R(k)$.

Досліджуючи позаштатні ситуації, зумовлені відмовами інформаційної частини ІКК, елементи випадкової матриці $\gamma(k)$ можна задавати трьома способами:

1) $\gamma_i(k)$ – неперервна випадкова величина, задана на інтервалі значень $[0, \gamma_{im}]$. При цьому кореляційна матриця шумів вимірів $\gamma(k)\gamma^T(k)R(k)$ набуває нескінченної множини значень.

2) $\gamma_i(k)$ – дискретна випадкова величина, що набуває значення $\gamma_i(k) = \gamma_{ij}(k)$, $j = \overline{1, N}$. У цьому випадку шуми вимірів належать скінченному числу гаусівських розподілів, кожне з яких має кореляційну матрицю $\gamma_j(k)\gamma^T(k)R(k)$, $j = \overline{1, N}$. У цьому випадку можна вважати, що для кожного конкретного значення $\gamma_{ij}(k)$ ІКК має ij -ту структуру, рівняння спостережень для якої можна записати у вигляді

$$Y_{ij}(k) = K(k)X(k) + \gamma_{ij}(k)V(k),$$

де ij – індекс структури. Перехід від структури до структури (зміна індексу) відбувається у випадкові моменти часу в межах інтервалу спостережень;

3) $\gamma_i(k)$ – дискретна випадкова величина, що набуває тільки двох значень: $\gamma_{i1}(k) = 1$ за нормального режиму роботи i -го каналу вимірювальної системи; $\gamma_{i2}(k) = \sigma \gg 1$ у разі відмови i -го каналу вимірювальної системи.

Значення $\gamma_i(k)$ на окремих кроках утворюють марківський ланцюг (послідовність).

Зокрема можна розглянути такі випадки:

– початкові ймовірності станів марківського ланцюга задані, перехідна матриця $P_{ij} = I$, тобто матриця $\gamma(k)$ невідома, але постійна в процесі спостереження. Ця модель охоплює широке коло практичних задач, коли не відомі точно або динаміка об'єкта дослідження, або окремі параметри ІКК. Під час дослідження позаштатних ситуацій ця модель описує випадки, коли відмова відбулася до початку процесу спостереження;

– значення $\gamma_i(k)$ утворюють випадкову незалежну на кожному кроці послідовність із заданими ймовірностями окремих станів;

– значення $\gamma_i(k)$ утворюють однорідний марківський ланцюг з відомими початковими ймовірностями й заданою матрицею переходу P_{ij} . За допомогою цієї моделі можна описати досить широкий клас порушень як у динаміці об'єкта, так і в каналі вимірювання;

– оскільки на практиці можуть траплятися випадки, коли немає повних апріорних даних про досліджуваний процес, то значущості набуває розгляд таких моделей марківських ланцюгів, у яких початкові ймовірності станів й елементи матриці переходу P_{ij} невідомі. Для синтезу елементів спостереження і керування ці моделі варто звести до адаптивних схем.

Моделі позаштатних ситуацій, спричинених відмовами інформаційної частини та випадковими змінами структури й параметрів ІКК. Розглянемо тепер клас моделей позаштатних ситуацій у ІКК, що характеризується однократною зміною структури або параметрів, коли статистичні характеристики моментів виникнення позаштатних ситуацій невідомі. В загальному випадку для цих моделей рівняння стану й спостереження можна записати у вигляді:

$$X(k+1) = [\Phi(k+1, k) + \Delta\Phi 1(k, m_1)] X(k) + W(k) + \Delta W 1(k, m_2); \quad (5)$$

$$Y(k) = [H(k) + \Delta H 1(k, m_3)] X(k) + V(k) + \Delta V 1(k, m_4), \quad (6)$$

де $\Delta\Phi$, ΔW , ΔH , ΔV – збільшення відповідних матриць і векторів, що виникають за рахунок відмов; $1(k, m_i)$ – одинична ступенева функція; $m_i (m = \overline{1, 4})$ – невідомий момент виникнення відмови.

Рівняння (5), (6) можуть описувати такі позаштатні ситуації, як раптові відмови в ІКК (у вимірjuвальній та керувальній частинах).

Для дослідження моделей цього виду ефективними виявляються ідеї методу узагальненого відношення правдоподібності, що дозволяє зробити оцінку моменту виникнення відмови, вказати місце його появи, оцінити його вплив на безпеку й ефективність об'єкта дослідження й прийняти рішення щодо виведення об'єкта керування з позаштатної ситуації.

Моделі нештатних (аварійних) ситуацій, викликаних збоями обчислювальної системи ІКК. Якщо припустити, що в процесі реалізації алгоритмів оцінювання й керування обчислювальна система ІКК функціонує без збоїв, то похибки оцінювання визначатимуться лише характеристиками самих алгоритмів. Проте на практиці у процесі роботи ІКК у реальному масштабі часу доводиться враховувати можливість виникнення збоїв у бортовому комп'ютері. Поява збоїв може призвести до істотного збільшення похибок оцінювання.

Надалі ґрунтуємося на припущенні про те, що позаштатні ситуації в роботі ІКК пов'язані в основному зі збоями в оперативній пам'яті (похибки під час передавання даних можуть бути віднесені зумовленими збоями в осередках запам'ятовувальних пристроїв).

Проаналізуємо вплив збоїв на точність алгоритмів фільтрації для тих випадків, коли за рахунок збоїв спотворюється вміст осередків запам'ятовувального пристрою, що зберігають матричний коефіцієнт підсилення, а також поточні й екстрапольовані оцінки. В результаті такого аналізу можна визначити найбільш чутливі до збоїв параметри алгоритмів ІКК, виробити рекомендації щодо організації обчислювального процесу, що має підвищену стійкість до збоїв, обґрунтовано підійти до задання кількісних характеристик надійності зберігання даних.

Вважаємо, що числові значення α_i , яких набуває вміст осередків запам'ятовувальних пристроїв, схильних до збоїв, лежать у межах розрядної сітки комп'ютера, відомі їхні середні значення $M[\alpha_i]$ і дисперсії $D[\alpha_i]$, а також установлений функціональний зв'язок між значеннями $M[\alpha_i]$, $D[\alpha_i]$ і ймовірністю збою q в одному чи декількох розрядах.

Як початкові використаємо рівняння:

$$\begin{aligned}\hat{X}(k/k) &= \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1/k-1) + K_0(k)\tilde{Z}(k/k-1); \\ \tilde{Z}(k/k-1) &= Y(k) - H(k)\Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1/k-1),\end{aligned}\quad (7)$$

де $K_0(k)$ – матричний коефіцієнт підсилення фільтра; $\tilde{Z}(k/k-1)$ – «оновлюваний» процес, що має нульовий вектор середніх значень і кореляційну матрицю;

$$P_{\tilde{Z}}(k) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k). \quad (8)$$

Припустимо тепер, що при обчисленні оцінок за формулою (7) збоям піддаються тільки елементи оптимального коефіцієнта підсилення $K_0(k)$. Тоді в момент збою матричний коефіцієнт підсилення можна подати у вигляді

$$K(k) = K_0(k) + V(k),$$

де $V(k)$ – випадкові прирости коефіцієнта підсилення за рахунок збою.

Кореляційна матриця похибки фільтрації у разі збою визначається співвідношенням

$$\begin{aligned}P_V(k/k) &= M\left\{\left[X(k) - (\hat{X}(k/k-1) + K(k)\tilde{Z}(k/k))\right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[X(k) - (\hat{X}(k/k-1) + K(k)\tilde{Z}(k/k-1))\right]^T\right\} = \\ &= M\{\tilde{X}(k/k)\tilde{X}^T(k/k)\}.\end{aligned}\quad (9)$$

Тоді похибка фільтрації

$$\begin{aligned}\tilde{X}(k/k) &= X(k) - [\hat{X}(k/k-1) + K(k)\tilde{Z}(k/k-1)] = \\ &= [I - K(k)H(k)]\tilde{X}(k/k-1) - R(k)V(k),\end{aligned}$$

де I – одинична матриця; $\tilde{X}(k/k-1)$ – похибка екстраполяції. Підставляючи отриманий вираз у рівняння (9) і беручи до уваги, що $M[\tilde{X}(k/k-1)V^T(k)] = 0$ через незалежність процесів $\tilde{X}(k/k-1)$ і $V(k)$, отримуємо:

$$\begin{aligned}P_V(k/k) &= [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)[I - K(k)H(k)]^T + \\ &+ K(k)R(k)K^T(k).\end{aligned}$$

Цей вираз можна подати у вигляді

$$P_V(k/k) = P_0(k/k) + V(k)P_Z(k)V^T(k),$$

де $P_0(k/k)$ – кореляційна матриця похибок фільтрації за умови справної роботи ІКК; $P_Z(k)$ – кореляційна матриця «оновлюваного» процесу, що розраховується за формулою (8).

У разі високої інтенсивності збоїв, тобто в умовах, коли перехідні процеси від попереднього збою не встигають закінчитися до моменту виникнення наступного, точність фільтрації доцільно оцінювати значенням повної усередненої кореляційної матриці похибок $P_c(k/k)$. Ця матриця обчислюється додатковим подвійним усередненням $\overline{P(k/k)}$ – спочатку за часом у межах n тактів між сусідніми збоями, а потім за всіма можливими інтервалами між збоями.

Тоді

$$P_c(k/k) = P_0(k/k) + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \left\{ \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^n [\overline{P(j/j)} - P_0(j/j)] \right\},$$

де P_n – імовірність відповідної кількості тактів між сусідніми збоями.

Дослідження показують, що середній час між збоями значно більший за час перехідного процесу в ІКК, тому як міру точності фільтрації в умовах збоїв доцільно брати величину $\overline{P(k/k)}$.

Використання при збоях заздалегідь розрахованих коефіцієнтів $K(k)$ має призводити до зростання середніх значень похибок оцінювання порівняно з випадком, коли ці коефіцієнти обчислюються в реальному масштабі часу. Проте точні якісні співвідношення можна отримати лише в результаті математичного моделювання конкретних задач. У процесі моделювання для різних моделей збоїв можна розрахувати залежність середнього значення кореляційної матриці похибок фільтрації $\overline{P(k/k)}$ від імовірності збою q одного або декількох розрядів осередків запам'ятовувальних пристроїв чи від інтенсивності збою.

Висновки. Наявність такої залежності дозволяє знайти за допустимою величиною втрат у точності фільтрації $L_{\text{доп}}$ максимально допустиму ймовірність збоїв в осередках запам'ятовувальних пристроїв $q_{\text{доп}}$ і тим самим визначити необхідний ступінь їх резервування або необхідну ефективність використовуваного надмірного кодування.

Список літератури

1. *Машков О. А.* Синтез високоточної радіонавігаційної системи на основі метода аналізу ієрархій показників якості: зб. наук. праць НАН України, ІПМЕ / О. А. Машков, Ю. В. Кравченко, В. А. Савченко // Моделювання та інформаційні технології. – 2003. – Вип. 22. – С. 41–48.
2. *Машков О. А.* Шляхи створення та дослідження функціонально-стійкої моделі вимірювально-обчислювального комплексу / О. А. Машков В. О. Чумакевич, В. А. Шуренок // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – 2003. – Вип. 24. – С. 40–47.
3. *Машков О. А.* Топологічні критерії та показники функціональної стійкості складних ієрархічних систем / О. А. Машков, О. В. Барабаш // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – 2003. – Вип. 25. – С. 29–35.
4. *Машков О. А.* Возможности обеспечения функциональной устойчивости эргатических систем управления в рамках существующего методического аппарата / О. А. Машков, О. А. Кононов // Зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці, 2006. – Вип. 32. – С. 151–157.
5. *Анализ возможных вариантов построения функционально устойчивого комплекса управления дистанционно пилотируемыми летательными аппаратами с применением псевдоспутниковых технологий / В. М. Азарсков, Б. В. Дурняк, С. П. Кондратенко, О. А. Машков // Зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – 2007. – Вип. 42. – С. 28–40.*
6. *Проблемы построения моделей функционально устойчивого комплекса управления дистанционно пилотируемыми летательными аппаратами с применением псевдоспутниковых технологий / В. М. Азарсков, Б. В. Дурняк, С. П. Кондратенко, О. А. Машков // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – 2007. – Вип. 43. – С. 118–127.*
7. *Машков О. А.* Теоретические основы построения функционально-устойчивой автоматизированной системы обслуживания воздушного движения (терминология и модели) / О. А. Машков, Л. М. Усаченко // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – 2008. – Вип. 47. – С. 3–17.
8. *Методологія забезпечення функціональної стійкості ієрархічних організаційних систем управління / Б. В. Дурняк, О. А. Машков, Л. М. Усаченко, В. І. Сабат // зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – 2008. – Вип. 48. – С. 3–21.*

В. Н. Азарсков, О. А. Машков, П. П. Троянов

Програмно-алгоритмическое обеспечение информационно-управляющих комплексов летательных аппаратов для устранения последствий нештатных (аварийных) ситуаций

Найдена зависимость, которая позволяет по допустимой величине потерь в точности фильтрации $L_{\text{доп}}$ иметь максимально допустимую вероятность сбоев в ячейках запоминающих устройств $q_{\text{доп}}$. Определены необходимая степень их резервирования или необходимая эффективность используемого избыточного кодирования.

V. N. Azarskov, O. A. Mashkov, P. P. Trojanov

Software of informational control complexes of aircraft for elimination of emergency consequences

The dependence is found, which allows achieving the acceptable probability of failures in memory clusters $q_{\text{доп}}$ by acceptable value of losses $L_{\text{доп}}$ in filtration accuracy. The required degree of memory reserving or necessary efficiency of used redundant coding is determined.