

АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ ПРОЕКТУВАННЯ

УДК 62.505(045)

Л. М. Блохін д-р техн. наук, проф.,
О. М. ЮрченкоСИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ СПОСТЕРІГАЧА З УРАХУВАННЯМ
ТЕОРЕМИ РОЗДІЛЕННЯ

Інститут аерокосмічних систем управління, НАУ e-mail: fsu@nau.edu.ua

Подано постановку та алгоритм розв'язання задачі оптимального оцінювання вихідних координат стаціонарного багатовимірного замкненого об'єкта. Розв'язано задачу синтезу оптимальної структури спостерігача з урахуванням теореми розділення.

Ключові слова: стабілізація, функціонал якості, динамічний об'єкт, алгоритм, оцінювання, спостерігач.

Вступ. У процесі аналітичного конструювання систем управління складними динамічними об'єктами (об'єкт стабілізації) необхідно знати реальні динамічні характеристики сигналів, впливів і завад у системі, реальні особливості заданої частини системи. Необхідно також оцінювати стан (вектор вихідних реакцій) об'єкта в умовах його експлуатації та близьких до них. Такі відомості можна отримати переважно за результатами проведення етапів оцінювання стану об'єкта. Етапи оцінювання стану важливі і тому становлять суттєву частину алгоритмів управління складними динамічними об'єктами.

Теорія оцінювання пропонує процедури прийняття рішення про відповідні значення окремих параметрів на основі доступної спостереженню інформації в складних системах. Постановка та вирішення завдань оптимального оцінювання орієнтовані на забезпечення найкращої якості управління. Результати оцінювання стану використовуються для синтезу оптимальних регуляторів на базі теореми розділення.

Постановка завдання. На систему, яка досліджується, діють випадкові фактори. Математичні моделі, які використовуються в задачах, не точно описують динаміку реальної системи. Широкі можливості використання потужного апарата стохастичного управління при синтезі складних систем відкриває теорема розділення [1]. Згідно з цією теоремою за результатами спостереження вихідних координат об'єкта із стохастичних позицій з найбільшою точністю оцінюють стан об'єкта. Застосування теореми розділення ілюструє зображена на рисунку структура складного динамічного об'єкта, де u – багатовимірний вектор управління; ψ – вектор збурень, що діє на систему; ϕ – вектор завад, що виникає у вимірювальній системі; x – вектор стану об'єкта; $\hat{x}$ – вектор оптимальних оцінок стану об'єкта.

Об'єкт управління поданий матрицями P і M та збуренням ψ . Вектор вихідних координат x надходить до вимірювача з матрицею передатних функцій K . Після вимірювань координат разом із завадою ϕ вектор сигналів y надходить до спостерігача із шуканою матрицею передатних функцій F , який, у свою чергу, виконує функцію оптимального оцінювання вектора вихідних координат. Спостерігач видає найкращу точну оцінку вихідних координат $\hat{x}$.

Необхідно розв'язати задачу синтезу оптимальної структури спостерігача, використовуючи теорему розділення. Синтез полягає у виборі оптимальної структури спостерігача, який доставить мінімум функціоналу якості

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds, \quad (1)$$

де $\varepsilon = \hat{x} - x$, $S'_{\varepsilon\varepsilon}$ – транспонована матриця спектральних щільностей помилки ε ; R – позитивно визначена, симетрична у загальному випадку поліноміальна вагова матриця; tr – слід матриці.

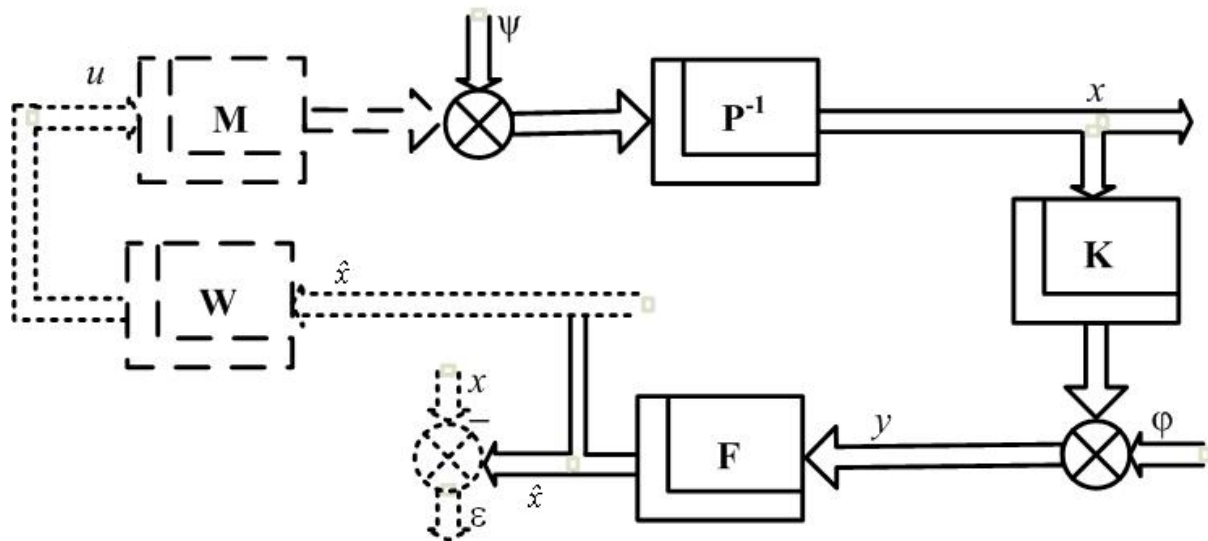


Рис. 1. Структурна схема багатовимірного стаціонарного замкненого об'єкта стабілізації

Задачу оптимальної оцінки вихідного стану лінійного динамічного об'єкта при випадкових впливах за неповними вимірюваннями в частотній області можна поставити і розв'язати таким чином [2].

Нехай рух об'єкта стабілізації описується системою звичайних диференціальних рівнянь

$$Px = Mu + \psi, \quad (2)$$

де P і M – матриці розмірностей відповідно $n \times n$ і $n \times m$, операторні елементи яких – поліноми від $s = j\omega$; x – n -вимірний вектор вихідних реакцій об'єкта; u – m -вимірний вектор управління; ψ – n -вимірний вектор збурень, який являє собою n -вимірний центрований стаціонарний випадковий процес з відомою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi\psi}$.

Сигнал спостереження має вигляд

$$y = Kx + \varphi,$$

де K – матриця передатних функцій системи вимірювання.

Вихід об'єкта (вектор стану) як бажаний сигнал буде мати вигляд

$$x = P^{-1}\psi. \quad (3)$$

Розв'язання задачі. Вектор сигналу, який отримаємо після оцінювання спостерігачем, має вигляд

$$\hat{x} = Fy = F(Kx + \varphi). \quad (4)$$

За рівняннями (2) та (3) знаходимо помилку оцінювання:

$$\varepsilon = \hat{x} - x = F(Kx + \varphi) - x = F(KP^{-1}\psi + \varphi) - P^{-1}\psi = (FK - E_n)P^{-1}\psi + F\varphi.$$

Ермітово-спряжена похибка

$$\varepsilon_* = \psi_* P_*^{-1} (K_* F_* - E_n) + \varphi_* F_*. \quad (5)$$

Ураховуючи вирази (4) і (5), знайдемо матрицю спектральної щільності вектора сигналів похибки оцінювання за теоремою Вінера – Хінчіна як

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{\varepsilon\varepsilon} = \langle \varepsilon\varepsilon_* \rangle &= (\mathbf{F}\mathbf{K} - \mathbf{E}_n) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{K}_* \mathbf{F}_* - \mathbf{E}_n) + \\ &+ (\mathbf{F}\mathbf{K} - \mathbf{E}_n) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi} \mathbf{F}_* + \mathbf{F} \mathbf{S}'_{\psi\varphi} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{K}_* \mathbf{F}_* - \mathbf{E}_n) + \mathbf{F} \mathbf{S}'_{\varphi\varphi} \mathbf{F}_*, \end{aligned}$$

де $\mathbf{S}_{\psi\psi}$ – матриця спектральної щільності вектора впливу; $\mathbf{S}_{\varphi\varphi}$ – матриця спектральної щільності завад.

Функціонал якості (1) оцінки виходу об'єкта набуде вигляду

$$\begin{aligned} e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} \text{tr}(\mathbf{S}'_{\varepsilon\varepsilon} \mathbf{R}) ds &= \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} \left\{ [(\mathbf{F}\mathbf{K} - \mathbf{E}_n) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{K}_* \mathbf{F}_* - \mathbf{E}_n) + \right. \\ &+ (\mathbf{F}\mathbf{K} - \mathbf{E}_n) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi} \mathbf{F}_* + \mathbf{F} \mathbf{S}'_{\psi\varphi} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{K}_* \mathbf{F}_* - \mathbf{E}_n) + \left. \mathbf{F} \mathbf{S}'_{\varphi\varphi} \mathbf{F}_*] \right\} ds. \end{aligned} \quad (6)$$

Мінімізацію функціонала (6) виконаємо за допомогою методу Вінера–Колмогорова. Згідно з цим методом необхідно визначити умови, за яких перша варіація функціонала тотожно дорівнювала нулю.

Перша варіація функціонала якості має вигляд

$$\begin{aligned} \delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} \text{tr} \{ [\mathbf{R} \mathbf{F} (\mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi} + \mathbf{S}'_{\psi\varphi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{S}'_{\varphi\varphi}) - \mathbf{R} (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\varphi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi})] \delta \mathbf{F}_* + \\ + \delta \mathbf{F} [\mathbf{F} \mathbf{R} (\mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi} + \mathbf{S}'_{\psi\varphi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{S}'_{\varphi\varphi}) - \mathbf{R} (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\varphi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi})]_* \} ds \end{aligned} \quad (7)$$

Уведемо позначення:

$$\mathbf{R} = \tilde{\mathbf{A}}_* \tilde{\mathbf{A}}. \quad (8)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{D}_* = \mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{K} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{S}'_{\varphi\psi} + \mathbf{S}'_{\psi\varphi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{S}'_{\varphi\varphi}. \quad (9)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ + \mathbf{T}_- = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{S}'_{\psi\psi} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K}_* + \mathbf{S}'_{\varphi\psi}) \mathbf{D}_*^{-1}, \quad (10)$$

де $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{D}$ – матриці, отримані після вінерівської факторизації [3]; $\mathbf{T}_0, \mathbf{T}_+, \mathbf{T}_-$ – результати вінерівської сепарації [3].

З урахуванням виразів (8) – (10) варіацію (7) можна записати у такому вигляді:

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} \text{tr} \{ \tilde{\mathbf{A}}_* [\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{F} \mathbf{D} - (\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ + \mathbf{T}_-)] \mathbf{D}_* \delta \mathbf{F}_* + \delta \mathbf{F} \mathbf{D} [\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{F} \mathbf{D} - (\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ + \mathbf{T}_-)]_* \tilde{\mathbf{A}} \} ds.$$

Після підставлення позначень (7) – (9) у рівняння (6), отримаємо таку структуру спостерігача: алгоритм синтезу структури оптимального спостерігача

$$\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{F} \mathbf{D} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ \text{ або } \mathbf{F} = \tilde{\mathbf{A}}^{-1} (\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+) \mathbf{D}^{-1},$$

який сумісно з виразами (8) – (10) є алгоритмом синтезу оптимальної структури спостерігача $\mathbf{F}$ з урахуванням вхідної інформації.

Висновок. Знайдена структура спостерігача $\mathbf{F}$ є оптимальною. Звідси випливає, що задачу оптимального оцінювання вихідних координат багатовимірного замкненого об'єкта з урахуванням теореми розділення розв'язано.

Список літератури

1. Квакуернаак Х. Линейные оптимальные системы / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир, 1977. – 650 с.
2. Блохин Л. Н. Основы навигации и пилотажно-навигационные комплексы: учеб. для вузов ГА / Л. Н. Блохин, И. К. Кадышев, П. И. Трифонов-Богданов. – М.: Воздуш. трансп., 199. – 243 с.
3. Блохин Л. Н. Оптимальные системы стабилизации / Л. Н. Блохин. – К.: Техніка, 1982. – 144 с.
4. Блохін Л. М. Статистична динаміка систем управління / Л. М. Блохін, М. Ю. Бурченко. – К.: НАУ, 2003. – 208 с.

Л. Н. Блохин, А. Н. Юрченко

Синтез оптимальной структуры наблюдателя с учетом теоремы разделения

Представлена постановка и алгоритм решения задачи оптимального оценивания выходных координат стационарного многомерного замкнутого объекта. В работе решена задача синтеза оптимальной структуры наблюдателя с учетом теоремы разделения.

L. N. Blochin, A. N. Yurchenko

Synthesis of optimal structure of observer based on the separation theorem

The task statement of output coordinates optimal estimation of a stationary multivariable closed loop object and its solution are presented. The problem of synthesis of optimal structure of observer based on the separation theorem is solved in this paper.