УДК 681.518.2:621.391(045)

[1]**А.М. Кліпа**, канд. техн. наук,
[2]**Т.А. Галагуз**, канд. техн. наук,
[3]**П. В. Колоколов**, канд. техн. наук

ОЦІНЮВАННЯ ЗМІЩЕНЬ ДАТЧИКІВ ПІД ЧАС ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕГКИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Інститут аерокосмічних систем управління НАУ, e-mail: [1]aklipa@mail.ru, [2]Galaguz@yandex.ua,
[3]Кіровоградська льотна академія НАУ, e-mail: glaukaf22@rambler.ru

Розглянуто причини виникнення зміщень датчиків під час експлуатації легких літальних апаратів та оцінювання цих зміщень піл час ідентифікації динамічних характеристик літальних апаратів такого типу. Запропоновано оцінювати зміщення датчиків у результаті сумісної роботи розширеного фільтра Калмана та прискореної стохастичної апроксимації Кестена під час виконання процедури оптимізації критерію ідентифікації.

Ключові слова: зміщення датчиків, розширений фільтр Калмана, стохастична апроксимація, ідентифікація.

Вступ. Визначення аеродинамічних характеристик будь-якого літального апарата (ЛА) на підставі даних льотних випробувань за наявності в них шуму вимірювання і систематичних похибок, спричинених зсувами вимірювальних систем та приладів, є дуже актуальною проблемою, особливо для невеликих літаків авіації загального призначення і безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Для цього класу ЛА неможливо застосовувати ефективний віброзахист датчиків, що призводить до високого рівня шумів вимірювання [1]. Більш того, жорсткі технічні, економічні та конструктивні вимоги унеможливлюють застосування дорогих датчиків, які мають високу точність, у той час, як дешеві і менш точні (мікромеханічні та волоконно-оптичні) мають суттєві відхилення (систематичні похибки) у своїх вихідних сигналах. Оскільки шуми вимірювання і зміщення датчиків призводять до зміщених оцінок параметрів динамічної моделі легкого ЛА, тому мінімізація негативних впливів цих факторів під час ідентифікації є дуже актуальним завданням.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблемі ідентифікації динамічних характеристик ЛА присвячено досить велику кількість праць, основними з яких є [2 – 4]. Однак у цих працях не ставилось окреме завдання оцінювання зміщень датчиків. У цій роботі розглянуто причини виникнення зміщень датчиків під час експлуатації легких ЛА на основі праць [1; 5], розв'язано задачу оцінювання цих зміщень під час ідентифікації динамічних характеристик легких ЛА та виконано порівняльний аналіз результатів оцінювання зміщень датчиків, отриманих без застосування стохастичної апроксимації Кестена та з її використанням, що не було зроблено в працях [4; 6].

Постановка завдання. Необхідно розглянути причини виникнення зміщень датчиків під час експлуатації легких ЛА та БПЛА; на підставі даних льотних випробувань за наявності в них шуму вимірювання і зміщень датчиків у разі проведення процедури параметричної ідентифікації (визначення динамічних характеристик ЛА, які входять у модель у просторі станів [7] лінійно) оцінити зміщення датчиків без застосування стохастичної апроксимації Кестена та з її використанням під час виконання процедури оптимізації критерію ідентифікації. Як показано в праці [6], як критерій ідентифікації використовується від'ємний логарифм від функції максимальної правдоподібності $P\left(\mathbf{y}\middle|\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)$ [8]:

$$J(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = -\ln P\left(\mathbf{y}\middle|\hat{\boldsymbol{\theta}}\right) = 0{,}5\left\{\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i)^T \mathbf{R}_{in}^{-1}(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i) + N\ln|\mathbf{R}_{in}| + lN\ln(2\pi)\right\}, \qquad (1)$$

де $P\left(\mathbf{y}\middle|\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)$ – функція максимальної правдоподібності; $\mathbf{y}_i$ та $\hat{\mathbf{y}}_i$ – i-й елемент вектора вихідних змінних моделі та його оцінка; $\left(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i\right)$ – i-й вектор інновацій; N – кількість точок вимірювань (довжина реалізації); l – довжина вектора $\mathbf{y}$; $|\mathbf{R}_{in}|$ – норма Фробеніуса коваріаційної матриці інновацій.

Розв'язання завдання. У зв'язку з тим, що вихідний сигнал датчиків містить не тільки корисний сигнал, а й заваду, майже всі операції оброблення інформації мають статистичний характер. Суміш корисного сигналу й завади на виході датчиків у загальному випадку складна, між складовими цієї суміші можуть бути кореляційні зв'язки. Однак для більшості практичних задач аналізу вимірювальних пристроїв ця суміш є адитивною [5], тобто припускається незалежність корисного сигналу й завади. Таким чином, вихідний сигнал вимірювальних пристроїв у загальному випадку є таким:

$$\mathbf{y}(t) = \Phi\left(\mathbf{y_0}(t), \varsigma(t)\right),$$

де $\mathbf{y}(t)$ – вихідний сигнал вимірювальних пристроїв; $\mathbf{y_0}(t)$ – вимірюваний корисний сигнал; $\varsigma(t)$ – завада; $\Phi\left(\mathbf{y_0}(t), \varsigma(t)\right)$ – деяка нелінійна функція, яку можна вважати такою: $\mathbf{y}(t) = \mathbf{y_0}(t) + \varsigma(t)$.

Для ЛА, що розглядаються в роботі, похибки, викликані запізненням, мають дуже малі значення, тому їх можна не враховувати [5].

Таким чином, модель датчиків має вигляд

$$\mathbf{y} = \mathbf{y_0} + \mathbf{b} + \xi, \tag{2}$$

де $\mathbf{b}$ – вектор зміщень датчиків; ξ – вектор гаусових δ-корельованих випадкових похибок вимірювання: $E\xi(t) = 0$; $E\left[\xi(t)\xi^T(t+\tau)\right] = \mathbf{R}\delta(\tau)$, де E – знак математичного сподівання; $\mathbf{R}$ – коваріаційна матриця похибок вимірювання; $\delta(\tau)$ – дельта-функція Дірака; τ – часовий зсув.

Особливо великі зміщення відбуваються в сигналах, виміряних за допомогою акселерометрів та датчиків кутових швидкостей [5]. Головна причина наявності зміщень у вимірюваних сигналах акселерометрів полягає у відсутності гіростабілізації, оскільки акселерометри встановлюються прямо на корпус легких ЛА або малих БПЛА [1]. У датчиках кутових швидкостей, окрім відсутності гіростабілізації, не відбувається температурної компенсації, що також призводить до значних зміщень [5]. Оскільки ці датчики не мають віброзахисту рівень випадкових завад підвищується [1; 5].

Протягом польоту зміщення датчиків змінюються досить повільно, тому протягом льотного експерименту (20–60 с) їх значення можна вважати сталими.

Модель динаміки ЛА з урахуванням моделі датчиків (2) у просторі станів зі сталими значеннями коефіцієнтів [7] має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{b} + \xi, \end{aligned} \tag{3}$$

де $\mathbf{A}$, $\mathbf{x}$ – $n \times n$ матриця і $n \times 1$ вектор стану відповідно; $\mathbf{B}$, $\mathbf{u}$ – $n \times m$ матриця і $m \times 1$ вектор керування відповідно; $\mathbf{C}$, $\mathbf{y}$ – $l \times n$ матриця та $l \times 1$ вектор вимірювань відповідно; $\mathbf{D}$ – $l \times m$ матриця прямої передачі керування від входу до виходу; $\mathbf{b}$ – вектор розміром $\mu \times 1$; ξ – вектор розміром $l \times 1$.

Оскільки необхідно оцінити зміщення датчиків за невідомих параметрів моделі ЛА (3), у праці [4] запропоновано розширити простір стану цієї моделі за рахунок уведення в неї «фіктивних» змінних стану – зміщень датчиків $\mathbf{b} = [b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_\mu]^T$.

Після розширення простору станів вектори входу $\mathbf{u}_{ext}$, стану $\mathbf{x}_{ext}$, виходу (що вимірюється) $\mathbf{y}_{ext}$ мають такий вигляд:

$$\mathbf{u}_{ext} = \mathbf{u} = [u_1,\ \ldots,\ u_m]^T, \quad \mathbf{x}_{ext} = \left[\mathbf{x},\ \mathbf{b}\right]^T = [x_1,\ \ldots,\ x_n,\ b_1,\ \ldots,\ b_\mu]^T, \quad \mathbf{y}_{ext} = \mathbf{y} = [y_1,\ \ldots,\ y_l]^T. \tag{4}$$

У разі розширення (4) система (3) буде мати 2μ нульових власних числа матриці Гамільтона, асоційованої з рівнянням Ріккаті для синтезу оптимального спостерігача [7]. Розвязати задачу синтезу оптимального спостерігача за наявності сингулярної матриці Гамільтона з нульовими власними числами великої кратності майже неможливо. Тому у праці [4] запропоновано використати прийом рандомізації «фіктивних» змінних стану, в результаті якої гамільтоніан є невиродженою матрицею (хоча й слабко обумовленою) й задача синтезу оптимального спостерігача розв'язується за допомогою стандартного алгоритму [7].

Для розширеної моделі ЛА з векторами (4) та коваріаційними матрицями шумів змінних стану $\mathbf{Q}$ і вимірювань $\mathbf{R}$ коваріаційна матриця оновлювальної послідовності $\mathbf{R}_{in}$ необхідна для визначення матриці коефіцієнтів підсилення Калмана $\mathbf{K} = \mathbf{P}\mathbf{C}^T(\mathbf{R}_{in})^{-1}$, де $\mathbf{P}$ – розв'язок рівняння Ріккаті, буде мати вигляд [7]:

$$\mathbf{R}_{in} = \mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}.$$

Оскільки $\mathbf{R}_{in}$ залежить від коваріаційної матриці змінних станів $\mathbf{P}$, яку можна знайти пізніше як розв'язок рівняння Ріккаті, який, у свою чергу, залежить від матриці $\mathbf{R}_{in}$ [2], то у праці [4] запропоновано перед розв'язанням рівняння Ріккаті матрицю $\mathbf{R}_{in}$ апроксимувати таким чином:

$$\mathbf{R}_{in} = \mathbf{C}\mathbf{Q}\mathbf{C}^T + \mathbf{R}.$$

Таку апроксимацію можна успішно використовувати на кожному кроці процедури оптимізації.

Для розрахунку оновленого вектора простору станів використовується відома процедура стаціонарної калманівської фільтрації [7].

Оскільки застосування стаціонарної калманівської фільтрації до «фіктивних» змінних дає їх грубу оцінку, то у праці [4] запропоновано застосовувати комбінацію: розширений фільтр Калмана (для оцінки реальних змінних стану та грубої оцінки фіктивних змінних стану, якими є зміщення датчиків) та прискорена стохастична апроксимація Кестена (для уточнення отриманих в результаті фільтрації розширеним фільтром Калмана значень зміщень датчиків).

Переваги такої комбінованої оцінки стану відзначаються зокрема у праці [9]. У зв'язку з цим в [4] пропонується для змінних стану, які належать до зміщень b_j, використовувати додаткову корекцію, що визначається алгоритмом прискореної стохастичної апроксимації Кестена [9]:

$$\hat{\hat{x}}_{bj}(i+1) = \hat{x}_{bj}(i+1) + \gamma(i)\left(y_{bj} - \hat{y}_{bj}\right),$$

де $\hat{x}_{bj}(i+1)$ – змінна стану, що належить до *j*-го зміщення, на (*i*+1)-му кроці; $\gamma(i)$ – коефіцієнт стохастичної апроксимації на *i*-му кроці [10].

Необхідно зауважити, що при оптимальному оцінюванні оновлювальна послідовність $(y-\hat{y})_{i+1}$ в усталеному режимі повинна мати властивості білого шуму. Підтвердженням ефективності цієї процедури оціннювання зміщень датчиків є наближення кореляційних функцій всіх оцінок зміщень до дельта-функцій.

Розроблена процедура оцінювання зміщень датчиків під час ідентифікації динамічних характеристик легких ЛА була перевірена на «benchmark» моделі динаміки бічного руху легкого пілотованого ЛА DHC-2 «Beaver» [11]. Математична модель у просторі станів цього руху [12] має $\mathbf{x} = [p, r, v]^T$, де p, r – кутові швидкості по поздовжній та вертикальній осях літака; v – бічна швидкість; $\mathbf{u} = [\delta\alpha, \delta r]^T$, де $\delta\alpha$ – відхилення елеронів; δr – відхилення руля напряму; $\mathbf{y} = [\dot{p}, \dot{r}, a_y, p, r]^T$, де $\dot{p}, \dot{r}$ – кутові прискорення по поздовжній та вертикальній осях літака; a_y – бічне прискорення; $\mathbf{b} = [b_p, b_r, b_{ay}]^T$, де b_p, b_r, b_{ay} – зміщення відповідних сигналів вимірювання.

Значення зміщень датчиків, оцінених без застосування прискореної стохастичної апроксимації Кестена (рис. 1) і з її застосуванням (рис. 2) у разі ідентифікації динамічних характеристик моделі бічного руху літака «Beaver», збігаються (див. таблицю), але час, необхідний для цього, відрізняється більш ніж у 40 разів. Найбільше часу необхідно для оцінювання значення b_r (без стохастичної апроксимації цей час становить близько 300 с, а із застосуванням прискореної стохастичної апроксимації – 7,5 с). Отримані результати підтверджують ефективність сумісного застосування розширеного фільтра Калмана та прискореної стохастичної апроксимації Кестена під час виконання процедури оптимізації критерію ідентифікації (1).

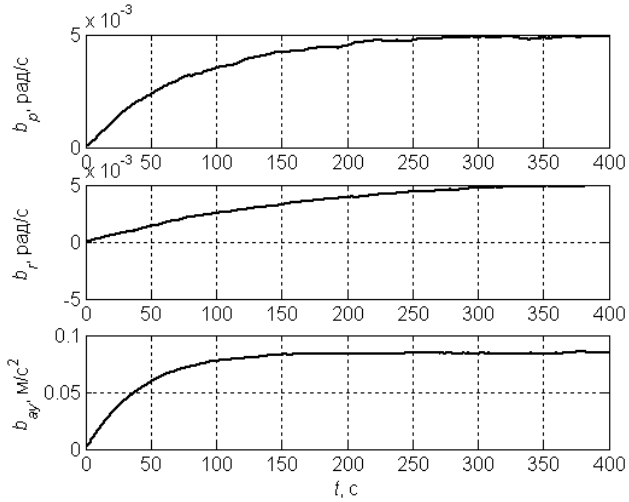


Рис. 1. Оцінювання зміщень датчиків без стохастичної апроксимації

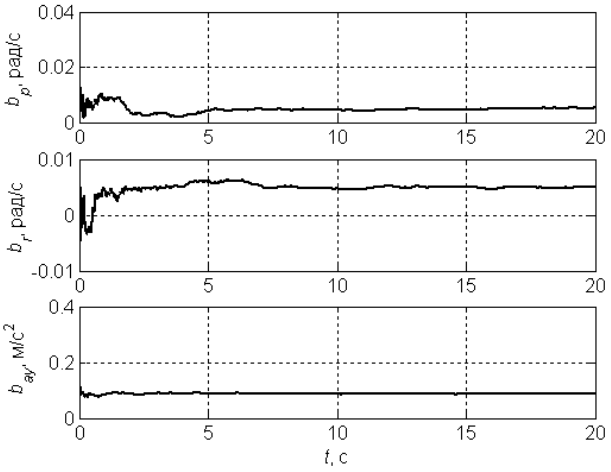


Рис. 2. Оцінювання зміщень датчиків з прискореною стохастичною апроксимацією Кестена

Результати оцінювання зміщень датчиків бічного руху літака

Назва зміщень	b_p, рад/с	b_r, рад/с	b_{ay}, м/с^2
Номінальні значення	0,0050	0,0050	0,0850
Оцінені значення	0,0047	0,0049	0,0871
$\varepsilon_{\%}$, %	6,00	2,00	2,47

Висновки. Розглянуто причини виникнення зміщень датчиків під час експлуатації легких ЛА. Розв'язано задачу оцінювання цих зміщень під час ідентифікації динамічних характеристик легких ЛА та проведено порівняльний аналіз результатів оцінювання зміщень датчиків, отриманих без застосування стохастичної апроксимації Кестена та з її застосуванням.

Запропонований підхід було перевірено на «benchmark» моделі бічного руху легкого пілотованого літака «Beaver». Відносна похибка оцінки зміщень датчиків становить менше 3 % для двох зміщень b_r та b_{ay} і 6 % для b_p, при цьому відносна похибка оцінювання параметрів моделі бічного руху цього літака становить менше 5 % для 12 параметрів, а для інших трьох – менше 25 %, що збігається з результатами аналізу на ідентифікованість [3] моделі бічного руху літака [13].

Список літератури

1. *Туник А. А.* Методы и средства моделирования эксплуатационных состояний при случайных воздействиях / А. А. Туник; под ред. М. Д. Генкина // Вибрации в технике – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 5. – С. 459–474.

2. *Jategaonkar R.* Algorithms for aircraft parameter estimation accounting for process and measurement noise / R. Jategaonkar, E. Plaetschke // Journal of Aircraft. – 1989. – P. 360–372.
3. *Касьянов В. А.* Моделирование полета / В. А. Касьянов. – К.: НАУ, 2004. – 400 с.
4. *Tunik A. A.* Identification of flight dynamics models with biased sensors / A. A. Tunik, A. N. Klipa // Stability and control: Theory and applications. – 2003. – Vol. 5, №. 1. – P. 41–48.
5. *Воробъев В. Г.* Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы: учеб. для вузов / В. Г. Воробъев, В. В. Глухов, И. К. Кадышев; под ред. В. Г. Воробъева. – М.: Транспорт, 1992. – 399 с.
6. *Кліпа А. М.* Методика параметричної ідентифікації моделей динаміки легких безпілотних літальних апаратів / А. М. Кліпа // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2011. – Вип. 4, № 20. – С. 79–85.
7. *Квакернаак Х.* Линейные оптимальне системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван; пер. с англ. В. А. Васильева и Ю. А. Николаева. – М.: Мир, 1977. – 252 с.
8. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг; пер. с англ. А. С. Манделя и А. В. Назина. – М.: Мир, 1991. – 432 с.
9. *Огарков М. А.* Методы статистического оценивания параметров случайных процессов / М. А. Огарков. – М.: Энергоатомиздат, 1990.– 207 с.
10. *Kesten H.* Accelerated stochastic approximation / H. Kesten // Ann. Math. Stat. – 1958. – №29. – P. 41–59.
11. *Rauw M.* The Flight Dynamics and Control Toolbox / M. Rauw. – MathWorks Company, 2000. – 263 p.
12. *McLean D.* Automatic flight control systems / D. McLean – Englewood: Prentice Hall Inc., 1990. – 593 p.
13. *Кліпа А. М.* Оцінювання динамічних характеристик легких літаків в умовах інтенсивних шумів вимірювань та зміщень датчиків / А. М. Кліпа // Авіа-2011 : X міжнар. наук.-техн. конф., 19–21 квітня 2011 р. : матеріали конф. – К., 2011.– Т. 3. – С. 19.47–19.50.

А. Н. Клипа, Т. А. Галагуз, П. В. Колоколов

Оценивание смещений датчиков при идентификации динамических характеристик легких летательных аппаратов

Рассмотрены причины возникновения смещений датчиков во время эксплуатации легких летательных аппаратов и задача оценивания этих смещений при идентификации динамических характеристик летательных аппаратов такого типа. Предложено оценивать смещение датчиков в результате совместной работы расширенного фильтра Калмана и ускоренной стохастической аппроксимации Кестена во время выполнения оптимизационной процедуры критерия идентификации.

A. M. Klipa, T. A. Galaguz, P. V. Kolokolov

Estimation of sensors biases during the identification of dynamic characteristics of small aircraft

The reasons of appearance of sensors biases during small aircraft operation and the problem of estimation of these biases during the identification of dynamic characteristics of this type of aircraft are considered. It is offered to estimate sensors biases as a result of simultaneous application of expanded Kalman filter and accelerated Kesten stochastic approximation during the performance of optimization procedure of identification criterion.