УДК 681. 5. 015. 54 (045)

Л. М. Блохін, д-р техн. наук, проф.,
Г. Ю. Лаванов, асист.
М. О. Лаванова

НОВІТНІ ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНОЇ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ СТОХАСТИЧНОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТА ФУНКЦІОНАЛ ЯКОСТІ ЦІЄЇ СИСТЕМИ

Інститут аерокосмічних систем управління НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Наведено розширений метод та алгоритм синтезу структури оптимального вінерівського фільтра в разі змін у функціоналі якості.

Ключові слова: оптимальність, робастність, функціонал якості, стабілізація, стохастична стабілізація, факторизація, сепарація.

Вступ. На сучасних етапах створення та експлуатації засобів аерокосмічної техніки для забезпечення її конкурентоспроможності необхідно використовувати спеціальні новітні наукоємні технології, за допомогою яких можна досягнути найвищих ступенів якості (точності) процесів навігації та управління об'єктами, зокрема стохастичної стабілізації об'єктів у просторі чи орієнтації.

Гарантоване забезпечення найвищої якості залежить від успішного вирішення проблеми максимізації точності управління, з якою безпосередньо пов'язана проблема максимізації точності бортових кібернетичних комплексів [2] об'єктів. Під час створення системи управління (стабілізації) сучасних об'єктів у базових режимах їх руху моделі динаміки як ланок, так і стохастичних факторів, що збурюють рух, перед початком синтезу невідомі, а структури самих систем управління (стабілізації) розробника визначають без наукового обґрунтування. Не враховуються також можливі зміни зазначених конструктивних та експлуатаційних стохастичних факторів у кожному конкретному режимі руху об'єкта, міра відповідальності кожного режиму. Все це істотно ускладнює процес подібної максимізації точності руху.

Вирішення проблеми максимізації можливе лише на основі результатів успішного розв'язання спеціальних наукоємних задач синтезу оптимальних структур і параметрів систем стохастичного управління та стабілізації сучасних рухомих об'єктів.

Аналіз досліджень і публікацій. Методи багатовимірної лінійної оптимальної фільтрації дозволяють знаходити найвищі за критеріями точності структури обчислювачів для вирішення різних завдань навігаційних вимірювань, наприклад, у працях [1; 2], у яких отримана інформація використовується не для формування законів замкненого управління, а для безпосереднього її відображення або контролю. В деяких випадках методи оптимальної фільтрації використовуються й для синтезу замкненого управління при зведенні замкненої системи до еквівалентної розімкненої.

Запропоновані нижче варіанти оптимального синтезу розімкнених систем являють собою деякий розвиток методу вінерівської оптимальної фільтрації.

Загальна постановка завдання досліджень. Як відомо [2], особливості постановок завдань синтезу оптимальних робастних систем стабілізації динамічних об'єктів на відміну від ряду традиційних задач синтезу оптимальних систем, наприклад [1 – 4], відрізняються тим, що для забезпечення саме робастності оптимальної системи стабілізації необхідно істотно змінити традиційний функціонал якості системи, наприклад [1 – 3], включаючи в нього члени, що відповідальні за забезпечення малої залежності досягненої якості стабілізації об'єкта від змін у широких діапазонах ряду конструктивних і експлуатаційних факторів руху. При цьому необхідно домагатися приблизно таких же рівнів якості системи, які досягнені за відсутності зазначених змін.

Нехай рух об'єкта стабілізації описується системою звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$Px = Mu + \psi, \tag{1}$$

де x – Фур'є-образ n-вимірного вектора помилок стабілізації; u – Фур'є-образ m-вимірного вектора управління; ψ – Фур'є-образ n-вимірного вектора випадкових ергодичних центрованих збурень, що діють на об'єкт у конкретному режимі його руху; P – відома поліноміальна аргумента $s = j\omega$ матриця розміру $m \times n$; M – відома поліноміальна матриця розміру $n \times m$.

Ці матриці характеризують динаміку об'єкта стабілізації.

Нехай вектор вихідних координат стабілізації x вимірюється системою, яка має матрицю передатних функцій, що дорівнює одиничній матриці розмірності $n \times n$, а процес вимірювань супроводжується завадами. Вектор завад вимірювань також є відомим n-вимірним вектором випадкових ергодичних сигналів. Результатом вимірювань є n-вимірний вектор спостережень y, який є входом у систему стабілізації з матрицею передатних функцій W, структура та параметри якої невідомі і підлягають визначенню за результатами розв'язання задачі оптимального синтезу за алгоритмом, що має бути визначений у цій роботі.

Структурну схему системи стабілізації, що синтезується, показано на рис. 1.

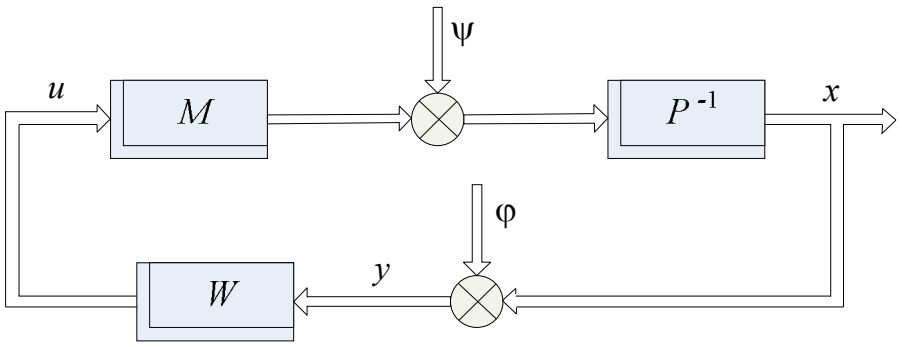


Рис. 1. Структурна схема контуру стабілізації стійкого динамічного об'єкта

З урахуванням зазначених вище позначень спостережуваний вектор y слід описати як $y = x + \varphi$, а вектор вихідних сигналів замкненої системи відповідно

$$x = y - \varphi. \tag{2}$$

Підставивши вираз (2) у систему рівнянь (1), можна записати:

$$P = P_0.$$

Рівняння (1) можна переписати так:

$$P_0 y = M_0 u + \psi_0. \tag{3}$$

Тут введено такі позначення:

$$M_0 = M;\ \psi_0 = \begin{pmatrix} E_n & P_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \varphi \end{pmatrix}.$$

Ураховуючи рівняння (3), а також матриці F_u і F_y замкненої системи стабілізації, що вводяться нижче, вектор спостережень системи y необхідно подати як

$$y = P_0^{-1} M_0 u + P_0^{-1} \psi_0.$$

Рівняння зв'язку матриць F_u і F_y матиме вигляд

$$F_y = P_0^{-1} M_0 F_u + P_0^{-1}. \tag{4}$$

Структурну схему перетвореної зазначеним чином системи показано на рис. 2.

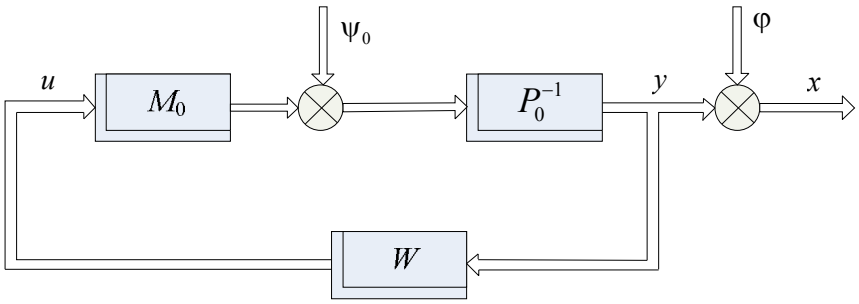


Рис. 2. Структурна схема перетвореної системи стабілізації динамічного об'єкта

Як функціонал якості системи стабілізації, що синтезується, доцільно використати відомий [2] вираз

$$e = \frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} tr[S'_{xx}R + S'_{uu}C + \Lambda S'_{\psi_0\theta} + S'_{\theta\psi_0}\Lambda]ds, \tag{5}$$

де S'_{xx} – транспонована матриця спектральних щільностей вектора помилок стабілізації; S'_{uu} – транспонована матриця спектральних щільностей вектора управлінь; $S'_{\psi_0\theta}$, $S'_{\theta\psi_0}$ – транспоновані матриці взаємних спектральних щільностей векторів сигналів θ і ψ_0.

Вектор сигналів θ має бути подано так:

$$\theta = \hat{O}\psi_0,\ \hat{O} = F_y P_0,$$

де $\hat{O}$ – функція чутливості [2; 3] системи, що показана на рис. 2; матриці R, C і Λ – додатні визначені вагові коефіцієнти у функціоналі (5).

Відповідно до теореми Вінера–Хінчина [1 – 3] матриці спектральних та взаємних спектральних щільностей досліджуваних векторів сигналів після відповідних перетворень набувають вигляду:

$$S'_{xx} = < xx_* > = < (y-\varphi)(y_*-\varphi_*) > = P_0^{-1}M_0F_uS'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}M_{0*}P_{0*}^{-1} + P_0^{-1}M_0F_u(E_n \quad P_0)\begin{pmatrix} S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi} \\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\times$$
$$\times\begin{pmatrix} P_{0*}^{-1} \\ 0_n\end{pmatrix} + (P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix} S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi} \\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_n \\ P_{0*}\end{pmatrix}F_{u*}M_{0*}P_{0*}^{-1} + (P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix} S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi} \\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} P_{0*}^{-1} \\ 0_n\end{pmatrix}; \tag{6}$$

$$S'_{uu} = < uu_* > = F_uS'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}; \tag{7}$$

$$S'_{\psi_0\theta} = < \theta\psi_0 > = \left(P_0^{-1}M_0F_uP_0 + E_n\right)(E_n \quad P_0)\begin{pmatrix} S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi} \\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_n \\ P_{0*}\end{pmatrix}; \tag{8}$$

$$S'_{\theta\psi_0} = < \psi_0\theta > = S'_{\psi_0\psi_0}(P_{0*}F_{u*}M_{0*}P_{0*}^{-1} + E_n), \tag{9}$$

де <> – символ математичного сподівання; «*» – символ ермітового спряження; $S'_{\psi\psi}, S'_{\psi\varphi}, S'_{\varphi\psi}, S'_{\varphi\varphi}$ – матриці спектральних та взаємних спектральних щільностей векторів сигналів ψ і φ.

Розв'язання задачі синтезу та запропонований алгоритм синтезу. Після підставлення матриць (6) – (9) у функціонал (5) він набуде вигляду

$$e=\frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} tr\{[P_0^{-1}M_0F_uS'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}M_{0*}P_{0*}^{-1}+P_0^{-1}M_0F_u(E_n \quad P_0)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_{0*}^{-1}\\ 0_n\end{pmatrix}+$$

$$+(P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_n\\ P_{0*}\end{pmatrix}F_{u*}M_{0*}P_{0*}^{-1}+(P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_{0*}^{-1}\\ 0_n\end{pmatrix}]R+F_uS'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}C+ \quad (10)$$

$$+\Lambda(P_0^{-1}M_0F_uP_0+E_n)S'_{\psi_0\psi_0}+S'_{\psi_0\psi_0}(P_{0*}^{-1}M_{0*}F_{u*}P_{0*}+E_n)\Lambda\}ds.$$

Саме останні два члени функціонала (10) мають забезпечувати робастність системи стабілізації. Для визначення за методом Вінера–Колмогорова, наприклад [1 – 3], оптимальних структури і параметрів системи стабілізації треба визнати умови тотожної рівності нулю першої варіації функціонала (10), що має вигляд

$$\delta e=\tfrac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} tr\Big\{\Big[(M_{0*}P_{0*}^{-1}RP_0M_0+C)F_uS'_{\psi_0\psi_0}+M_{0*}P_{0*}^{-1}R(P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_n\\ P_{0*}\end{pmatrix}+$$

$$+M_{0*}P_{0*}^{-1}\Lambda S'_{\psi_0\psi_0}\Big]\delta F_{u*}+\delta F_u\Big[S'_{\psi_0\psi_0}F_{u*}(M_0P_0^{-1}RP_{0*}M_{0*}+C)+(E_n \quad P_0)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_{0*}^{-1}\\ 0_n\end{pmatrix}RP_0^{-1}M_0+ \quad (11)$$

$$+S'_{\psi_0\psi_0}\Lambda P_0^{-1}M_0\Big]\Big\}ds.$$

Для визначення умови тотожної рівності нулю варіації (11) потрібно ввести такі позначення:

$$\boldsymbol{\Gamma}_*\boldsymbol{\Gamma}=M_{0*}P_{0*}^{-1}RP_0M_0+C;$$

$$\mathbf{DD}_*=S'_{\psi_0\psi_0}; \quad (12)$$

$$T=T_0+T_+ +T_-=\boldsymbol{\Gamma}_*^{-1}M_0P_{0*}^{-1}\left[R(P_0^{-1} \quad 0_n)\begin{pmatrix}S'_{\psi\psi} & S'_{\varphi\psi}\\ S'_{\psi\varphi} & S'_{\varphi\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_n\\ P_{0*}\end{pmatrix}\mathbf{D}_*^{-1}+\Lambda P_*D\right].$$

У виразах (12) матриці $\boldsymbol{\Gamma}_*,\boldsymbol{\Gamma},\mathbf{D},\mathbf{D}_*$ треба визначати за допомогою вінерівської операції факторизації, а матриці T_0,T_+ і T_- – за допомогою вінерівської операції сепарації [1; 2] матриці T.

З урахуванням виразів (12) першу варіацію функціонала якості системи стабілізації можна записати так

$$\delta e=\frac{1}{j}\int_{-j\infty}^{j\infty} tr\left\{\Gamma_*(\Gamma F_uD+T)D_*\delta F_{u*}+\delta F_uD(D_*F_{u*}\Gamma_*+T_*)\Gamma\right\}ds. \quad (13)$$

Як відомо, наприклад [1 – 3], умовою, що гарантує тотожну рівність нулю варіації (13) відповідно до методу Вінера–Колмогорова, буде таке рівняння:

$$\Gamma F_uD-\left(T_0+T_+\right)=0_n,$$

яке еквівалентне виразу

$$\widehat{F}_u=-\Gamma^{-1}(T_0+T_+)D^{-1} \quad (14)$$

і чітко визначає структуру та параметри матриці F_u замкненої системи стабілізації.

Підставивши матрицю (14) у рівняння зв'язку (4), можна визначити оптимальні структуру та параметри другої матриці передатних функцій F_y замкненої системи у вигляді

$$\widehat{F}_y=P_0^{-1}M_0\widehat{F}_u+P_0^{-1},$$

а матриця оптимальних структури та параметрів безпосередньо системи стабілізації об'єкта визначається виразом

$$W = \hat{F}_u \hat{F}_y^{-1}. \tag{15}$$

Підставлення матриці (14) у функціонал (10) дозволяє визначити мінімальне його значення $e_{\min}$, тобто кількісно знайти максимальну якість (точність) процесу стабілізації. Можна дослідити також змінність $e_{\min}$ від істотних змін ряду конструктивних та експлуатаційних факторів руху системи у заданому режимі.

Приклад, що ілюструє ефективність результатів синтезу. Цей приклад визначає основні стадії та результати запропонованого підходу до розв'язання задач синтезу замкнених оптимальних робастних систем стохастичної стабілізації складних динамічних об'єктів.

Нехай вхідні дані до задачі синтезу будуть такими:

$$\begin{aligned}
&P_0(s) = p_0(s) = p(s) = \tau s + 1;\\
&M_0(s) = m_0(s) = m(s) = m,\\
&\psi_0 = (E_n p)\begin{pmatrix}\psi\\ \varphi\end{pmatrix};\\
&S'_{\psi\psi} = \frac{\sigma_\psi^2}{\pi}\cdot\frac{1}{|\nu s+1|^2};\\
&S'_{\varphi\varphi} = \frac{\sigma_\varphi^2}{\pi}\cdot\frac{1}{|(\tau s+1)^2|^2};\\
&S'_{\psi\varphi} = S'_{\varphi\psi} = 0;\\
&\frac{C}{R} = \eta^2,\ \frac{\Lambda}{R} = \zeta^2,\ \frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_\psi^2} = \gamma.
\end{aligned} \tag{16}$$

На першій стадії розв'язання задачі синтезу необхідно підставити дані (16) у позначення (12) та виразити функції $\Gamma_*, \Gamma, D, D_*, T_0, T_+$ і T_- через базову вхідну інформацію задачі в аналітичному вигляді. Виконавши вказані в алгоритмі (12) операції факторизації та сепарації, можна результати виконання першої стадії розв'язання задачі синтезу подати таким чином:

$$\Gamma_*\Gamma = \left|\frac{\zeta\tau s + \sqrt{m^2+\zeta^2}}{\tau s+1}\right|^2;$$

$$\Gamma = \frac{\zeta\tau s + \sqrt{m^2+\zeta^2}}{\tau s+1},\ \ \Gamma_* = \frac{-\zeta\tau s + \sqrt{m^2+\zeta^2}}{-\tau s+1}; \tag{17}$$

$$DD_* = \frac{\sigma_\psi^2}{\pi}(1 \quad \tau s+1)\begin{pmatrix}\dfrac{1}{-\nu^2 s^2+1} & 0\\ 0 & \dfrac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -\tau s+1\end{pmatrix} = \frac{\sigma_\psi^2}{\pi}\left|\frac{\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\,s + \sqrt{1+\gamma^2}}{(\tau s+1)(\nu s+1)}\right|^2;$$

$$D = \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\pi}}\frac{\left(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\,s + \sqrt{1+\gamma^2}\right)}{(\tau s+1)(\nu s+1)},\ \ D_* = \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\pi}}\frac{\left(-\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\,s + \sqrt{1+\gamma^2}\right)}{(-\tau s+1)(-\nu s+1)}; \tag{18}$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\pi}} \frac{m}{\left(-\zeta\tau s + \sqrt{m^2+\zeta^2}\right)} \left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau s+1} & 0_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{-\nu^2 s^2+1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\tau s+1 \end{pmatrix} \times \right.$$

$$\left. \times D_*^{-1} + \eta^2 (\tau s+1) D \right\} = \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\pi}} m \left\{ \frac{-\tau s+1}{(\tau s+1)(\nu s+1)(-\zeta\tau s+\sqrt{m^2+\zeta^2})(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\, s+\sqrt{1+\gamma^2})} + \right. \quad (19)$$

$$\left. + \eta^2 \frac{(-\tau s+1)(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\, s+\sqrt{1+\gamma^2})}{(\tau s+1)(\nu s+1)(-\zeta\tau s+\sqrt{m^2+\zeta^2})} \right\}.$$

Виконуючи операцію сепарації виразу (19), можна отримати такі результати:

$$T_0 = 0,\ T_+ = \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\pi}} m \frac{\{\nu(A+C\eta^2)+\tau(B+D\eta^2)\}s + A + B + C\eta^2 + D\eta^2}{(\tau s+1)(\nu s+1)}, \quad (20)$$

де

$$A = \frac{2\tau^3}{(\tau-\nu)(\zeta\tau+\tau\sqrt{m^2+\zeta^2})(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}+\tau\sqrt{1+\gamma^2})};$$

$$B = \frac{\nu^3+\tau\nu^2}{(\nu-\tau)(\zeta\tau+\nu\sqrt{m^2+\zeta^2})(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}+\nu\sqrt{1+\gamma^2})};$$

$$C = \frac{-2\tau\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}+2\tau^2\sqrt{1+\gamma^2}}{(\tau-\nu)(\zeta\tau+\tau\sqrt{m^2+\zeta^2})};$$

$$D = \frac{\nu^2\sqrt{1+\gamma^2}-\nu(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}-\sqrt{1+\gamma^2}\tau)-\tau\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}}{(\nu-\tau)(\zeta\tau+\nu\sqrt{m^2+\zeta^2})}. \quad (24)$$

На другій стадії розв'язання задачі синтезу, підставивши результати першої стадії (17), (18) та (20) в алгоритм (14), можна визначити в аналітичній формі отримані структуру та параметри матриці передатних функцій замкненої системи стабілізації від вектора впливів ψ_0 до вектора управлінь *u* у вигляді

$$\hat{F}_u = -m \frac{(\tau s+1)\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]s+\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)}{\left(\zeta\tau s+\sqrt{m^2+\zeta^2}\right)\left(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\, s+\sqrt{1+\gamma^2}\right)}. \quad (21)$$

Підставивши вираз (21) у рівняння зв'язку (4), можна визначити оптимальні структуру та параметри другої матриці передатних функцій замкненої системи стабілізації від вектора збурень ψ_0 до вектора помилок стабілізації в аналітичній формі таким чином:

$$\hat{F}_y = -m \frac{\left\{\zeta\tau\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}-m^2\tau\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]\right\}s^2+\left\{\sqrt{\left(\gamma^2\nu^2+\tau^2\right)\left(m^2+\zeta^2\right)}+\right.}{\left(\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}\, s+\sqrt{1+\gamma^2}\right)\left(\varsigma\tau s+\sqrt{m^2+\zeta^2}\right)(\tau s+1)}$$

$$\left. +\zeta\tau\sqrt{(1+\gamma^2)}-m^2\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]+\tau\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)\right\}s+$$

$$+\left[\sqrt{(1+\gamma^2)(m^2+\zeta^2)}-m^2\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)\right]. \quad (22)$$

Підставивши вирази (21) та (22) у рівняння (15), можна визначити в аналітичній формі оптимальні структуру та параметри шуканої матриці передатних функцій системи стабілізації (регулятора) у вигляді:

$$W = -m\frac{(\tau s+1)^2\left\{\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]s+\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)\right\}}{\left\{\zeta\tau\sqrt{\gamma^2\nu^2+\tau^2}-m^2\tau\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]\right\}s^2+\left\{\sqrt{\left(\gamma^2\nu^2+\tau^2\right)\left(m^2+\zeta^2\right)}+\right.}$$
$$\left.+\zeta\tau\sqrt{\left(1+\gamma^2\right)}-m^2\left[\nu\left(A+C\eta^2\right)+\tau\left(B+D\eta^2\right)\right]+\tau\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)\right\}s+$$
$$+\left[\sqrt{\left(1+\gamma^2\right)\left(m^2+\zeta^2\right)}-m^2\left(A+B+C\eta^2+D\eta^2\right)\right].$$

Визначити мінімальне значення відносного функціонала $\frac{e_{\min}}{\sigma_\psi^2}$ можна, підставивши матрицю (21) у функціонал (10). Ця третя стадія є розв'язанням задачі аналізу синтезованої замкненої системи стабілізації в аналітичному вигляді.

Після підставляння матриці (21) у функціонал (10) останній набуває вигляду

$$\frac{e_{\min}}{\sigma_\psi^2}=\frac{1}{\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}tr\left[\frac{m}{\tau s+1}\widehat{F}_u(1,\quad \tau s+1)\begin{pmatrix}\frac{1}{-\nu^2s^2+1} & 0\\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -\tau s+1\end{pmatrix}\widehat{F}_{u^*}\frac{m}{-\tau s+1}+2\,\mathrm{Re}\left\{\begin{pmatrix}\frac{1}{\tau s+1} & 0\end{pmatrix}\times\right.\right.$$
$$\times\begin{pmatrix}\frac{1}{-\nu^2s^2+1} & 0\\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -\tau s+1\end{pmatrix}\widehat{F}_{u^*}\frac{m}{-\tau s+1}\Bigg\}+\begin{pmatrix}\frac{1}{\tau s+1} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{-\nu^2s^2+1} & 0\\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{-\tau s+1}\\ 0\end{pmatrix}+$$
$$+\widehat{F}_u(1,\quad \tau s+1)\begin{pmatrix}\frac{1}{-\nu^2s^2+1} & 0\\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -\tau s+1\end{pmatrix}\widehat{F}_{u*}\zeta^2+2\eta^2\,\mathrm{Re}\left\{\left(M\widehat{F}_u+E_n\right)(1,\quad \tau s+1)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\begin{pmatrix}\frac{1}{-\nu^2s^2+1} & 0\\ 0 & \frac{\gamma^2}{|(\tau s+1)^2|^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -\tau s+1\end{pmatrix}\right\}\right]ds. \qquad (23)$$

Після обчислення інтеграла (23) відомим засобом, наприклад [2], змінність отриманої цілком досяжної максимальної якості системи стабілізації можна досліджувати за істотних змін базових конструктивних та експлуатаційних параметрів, а за результатами досліджень робити обґрунтовані висновки про дійсну ефективність системи стабілізації, що синтезована запропонованим чином.

У разі зміни експлуатаційних параметрів системи зміну відносного показника якості у порівнянні з поверхнею яка отримана на функціоналі, коли $\lambda = 0$, можна проілюструвати такою поверхнею, як показано на рис. 3.

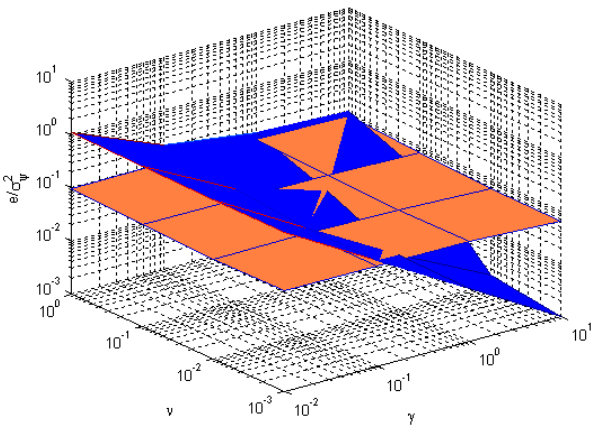


Рис. 3. Залежність відносного показника якості від експлуатаційних параметрів

У разі зміни конструктивних параметрів системи мінливість відносного показника якості можна проілюструвати поверхнею, яку показано на рис. 4.

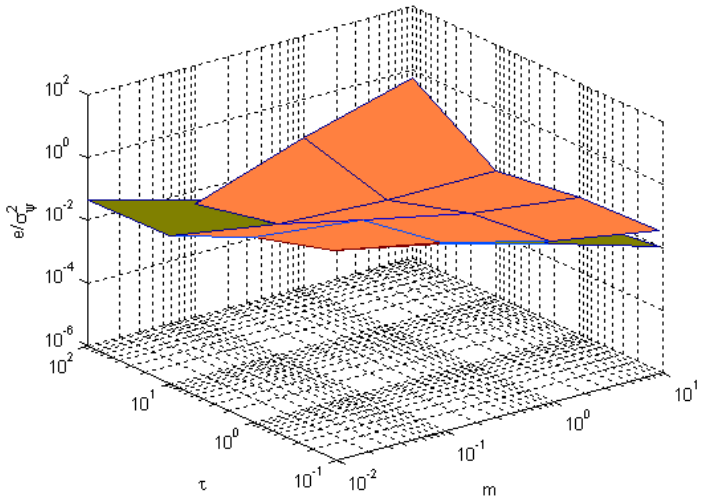


Рис. 4. Залежність відносного показника якості від конструктивних параметрів

Висновок. Запропоновано новітні функціонал якості, задачу та алгоритм синтезу оптимальних робастних систем стохастичної стабілізації складних динамічних об'єктів. Результати розв'язання задачі синтезу ілюструються аналітичним прикладом.

З наведених ілюстрацій видно, що з уведенням у функціонал додаткових складових досягається абсолютна нечутливість системи до зміни експлуатаційних (див. рис. 3) та часткова нечутливість до зміни конструктивних (рис. 4) параметрів.

Список літератури

1. *Алиев Ф. А.* Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления : монография / Ф. А. Алиев, В. Б. Ларин, К. И. Науменко, В. Н. Сунцев. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.
2. *Азарсков В. Н.* Методология конструирования оптимальних систем стохастической стабилизации: монография / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий. – К.: Кн. вид-во НАУ, 2006. – 437 с.
3. *Блохин Л. Н.* Оптимальные системы стабилизации: монография. – К.: Техніка, 1982. – 143 с.
4. *Блохин Л. Н.* Нелинейные оптимальне системы стохастической стабилизации / Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып. 139. – С. 12–23.

Л. Н. Блохин, Г. Ю. Лаванов, М. О. Лаванова

Современные задачи синтеза оптимальной робастной системы стохастической стабилизации и функционал качества этой системы.

Приведены расширенный метод и алгоритм синтеза структуры оптимального винеровского фильтра при изменениях в функционале качества.

L. N. Blochin, G. Y. Lavanov, M. O. Lavanova

The newest tasks of synthesis of optimum robust system stochastic stabilization and quality functional of this system.

The expanded method and algorithm of synthesis of structure of optimum Wiener filtering in the presence of changes in quality functional were produced.