

УДК 621.372.542(045)

Т. Ю. Шкварницкая, канд. техн. наук,
Ю. Н. Квач, канд. техн. наук,
Т. И. Яремич, ассист.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ФАЗОВОГО КОНТУРА ПРИ РАЗБРОСЕ ВЕЛИЧИН ЕГО ЭЛЕМЕНТОВ

Институт аэрокосмических систем управления НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Получены соотношения, позволяющие определить влияние отклонения величин элементов схемы фазового контура на его амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. Рассмотрены различные варианты отклонения величин элементов от номинального значения. Приведены соотношения, которые позволяют оценить точность выбора величин элементов схемы фазового контура и требования к их температурной стабильности.

Ключевые слова: фазовый контур, разброс параметров фазового контура, амплитудно-частотная характеристика фазового контура, фазочастотная характеристика фазового контура.

Введение и постановка задания. Фазовые контуры (ФК) находят широкое применение при создании линий задержки на большое время задержки, дисперсионных линий задержки, предназначенных для обработки сложных сигналов, а также в качестве фазокорректирующих цепей.

Фазовые контуры описываются в ряде работ. Наиболее подробно их характеристики рассмотрены в работе [1]. Однако и здесь не приводятся сведения о влиянии отклонения величин элементов схемы ФК на его характеристики. Этому вопросу и посвящается эта работа.

Анализ характеристик фазового контура. Фазовый контур LC может быть выполнен в виде любой из схем, представленных на рис. 1.

Передачная функция ФК второго порядка имеет вид

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{v(-p)}{v(p)} = \frac{p^2 - b_1 p + b_0}{p^2 + b_1 p + b_0} = \frac{(p + p_1)(p + p_2)}{(p - p_1)(p - p_2)},$$

где $p = \sigma + j\omega$ – комплексная частота.

Коэффициенты полинома $v(p)$ связаны с его корнями соотношениями:

$$b_1 = 2\sigma_i; \quad b_0 = \sigma_i^2 + \omega_i^2,$$

где σ_i и ω_i – соответственно действительная и мнимая части i -го корня полинома $v(p)$.

Величина

$$Q_n = \frac{\sqrt{b_0}}{b_1} = 0,5 \sqrt{1 + \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}}$$

называется добротностью полюса коэффициента передачи.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) ФК не зависит от частоты, а фазочастотная характеристика (ФЧХ) и частотная характеристика времени задержки описываются выражениями:

$$\varphi(\omega) = -2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega b_1}{b_0 - \omega^2} \right);$$

$$\tau(\omega) = \frac{2\sigma_i}{\sigma_i^2 + (\omega - \omega_i)^2},$$

Указанные зависимости представлены на рис. 2 и 3.

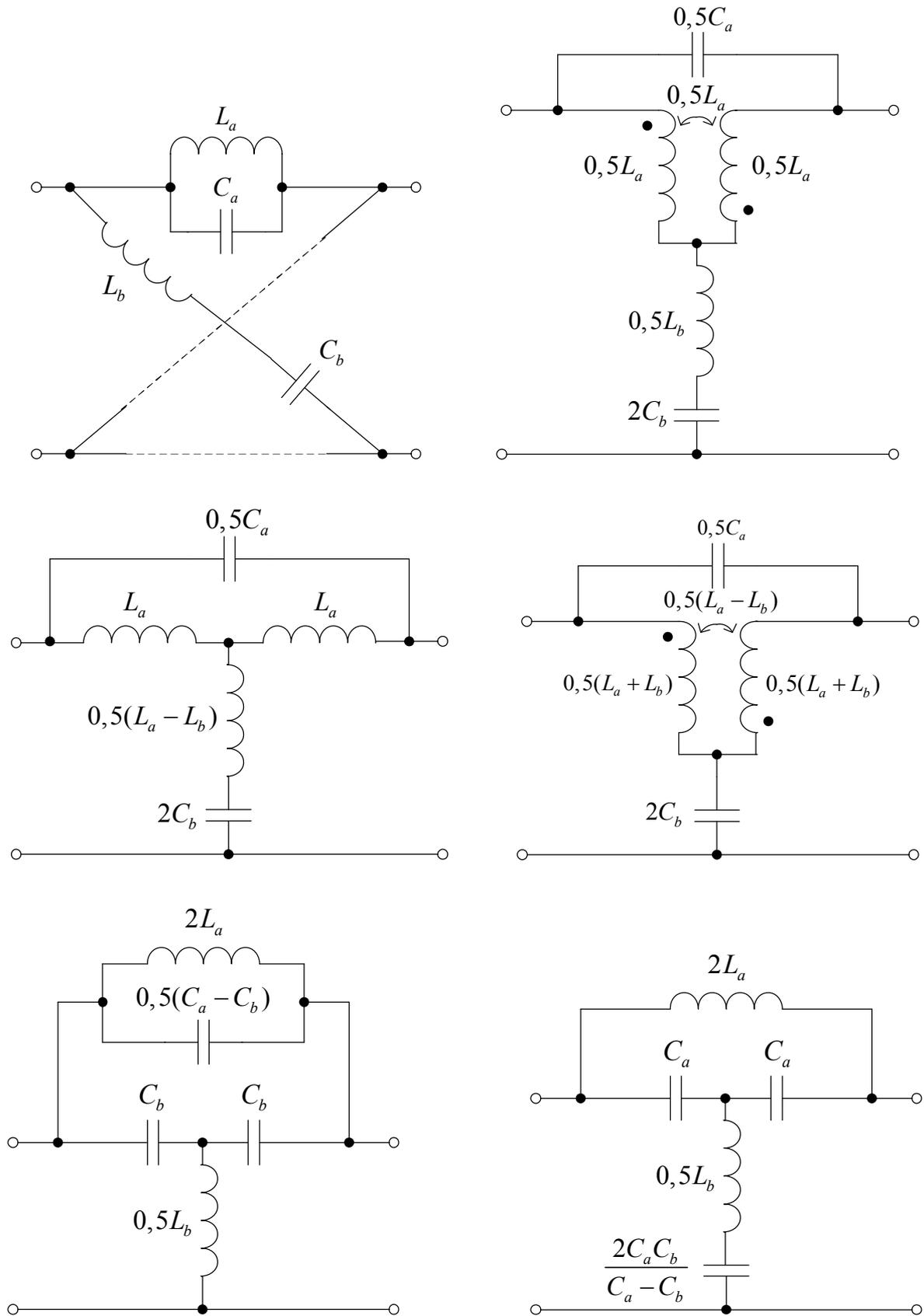


Рис. 1. Схемы фазовых контуров

Фазочастотная характеристика (рис. 2) изменяется в пределах $0 \dots (-2\pi)$. На частоте $\omega_\phi = \sqrt{b_0}$ фазовый сдвиг равен $(-\pi)$. Крутизна ФЧХ возрастает по мере уменьшения σ_i .

Кривая задержки (рис. 3) симметрична относительно ω_i , где она имеет максимум

$$\tau_{\max} = \frac{2}{\sigma_i}.$$

На частотах $\omega_{1,2} = \omega_i \pm \sigma_i$ задержка равна

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{\sigma_i} = 0,5\tau_{\max},$$

т. е. уменьшение σ_i (соответственно увеличение добротности полюса Q_n) увеличивает τ_{\max} и обостряет кривую задержки.

Формирование необходимого закона задержки с помощью ФК на примере линии задержки показано на рис. 4.

Элементы фазового контура находятся по коэффициентам полинома передаточной функции в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} L_a &= \frac{b_1 R}{b_0}; & C_a &= \frac{1}{b_1 R}; \\ L_b &= \frac{R}{b_1}; & C_b &= \frac{b_1}{b_0 R}, \end{aligned}$$

где R – сопротивление нагрузки ФК.

Поскольку

$$\frac{L_b}{L_a} = \frac{C_a}{C_b} = \frac{b_0}{b_1^2} = Q_n^2,$$

то при больших добротностях полюса индуктивности и емкости схемы будут существенно различаться по номиналам, что создает трудности в изготовлении катушек индуктивности и использовании высокодобротных конденсаторов. Поэтому для практической реализации предпочтительней является схема, представленная на рис. 5.

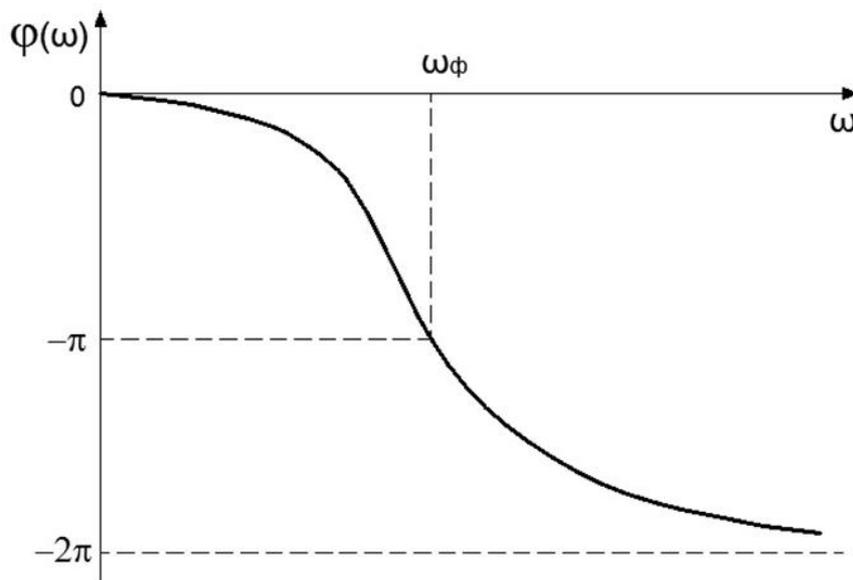


Рис. 2. Фазочастотная характеристика фазового контура

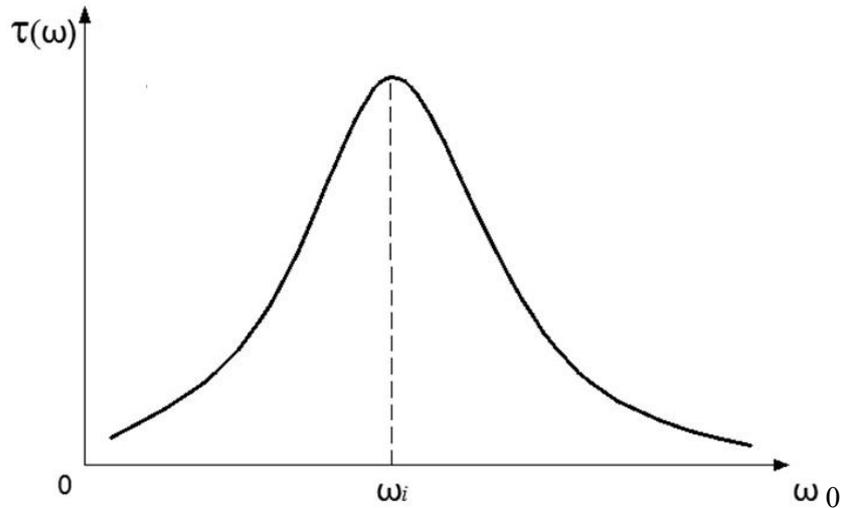


Рис. 3. Частотная характеристика времени задержки ФК

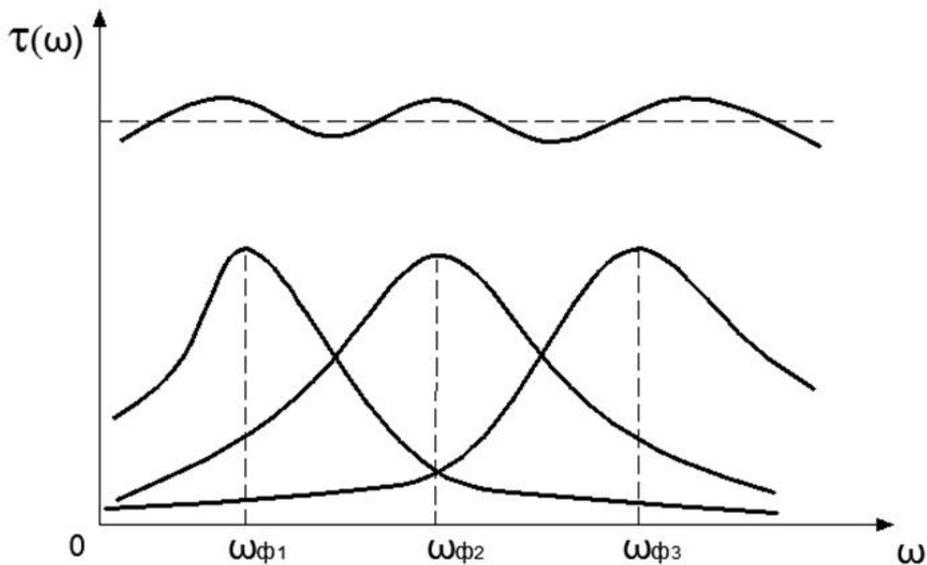


Рис. 4. Линия задержки на ФК

Несоответствие действительных значений элементов схемы их расчетному значению приводит к искажению характеристик ФК.

Для анализа влияния разброса параметров элементов схемы на АЧХ и ФЧХ удобно ввести следующие обозначения:

$$L = \frac{2R}{\sqrt{b_0}}; \quad C = \frac{2}{\sqrt{b_0}R}; \quad m = \sqrt{\frac{L_a}{L_b}} = \frac{b_1}{\sqrt{b_0}} = \frac{1}{Q_n}.$$

Тогда можем записать:

$$L_1 = ml; \quad C_1 = \frac{1-m^2}{4m}C;$$

$$L_2 = \frac{L}{4m}; \quad C_2 = C_3 = \frac{mC}{2},$$

При этом

$$\sqrt{b_0} = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \omega_\phi.$$

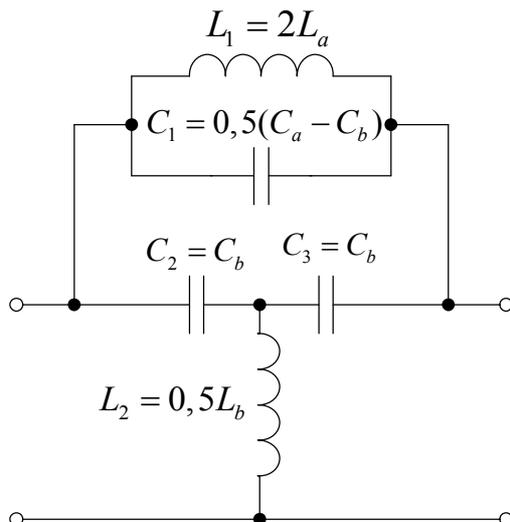


Рис. 5. Рабочая схема ФК

Элементы ФК, имеющие отклонения величин от расчетного значения, представим в виде:

$$\begin{aligned}
 L'_1 &= L_1(1 + a_1); & L'_2 &= L_2(1 + a_2); \\
 C'_1 &= C_1(1 + a_3); & C'_2 &= C_2(1 + a_4); & C'_3 &= C_3(1 + a_5).
 \end{aligned}$$

Используя преобразование треугольника в звезду и объединяя \dot{Z}_{30} с \dot{Z}_L , можно представить схему ФК в виде, изображенном на рис. 6.

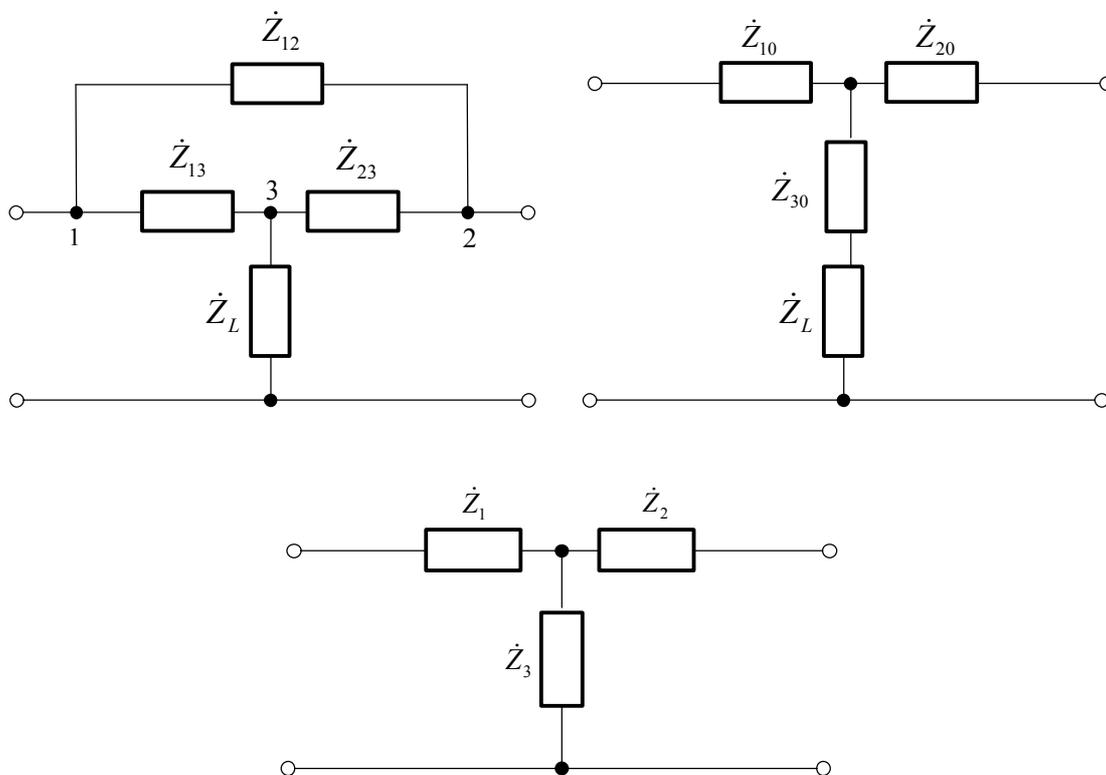


Рис. 6. Преобразование схемы ФК

Элементы схемы соответственно равны:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \frac{0,5j\omega m L(1+a_1)(1+a_5)}{\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)\left[1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)\right]}; \\ \dot{Z}_2 &= \frac{1-\eta^2(1-m^2)(1+a_1)(1+a_3)-\eta^2(1+a_2)\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)}{j\omega m C\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)\left[1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)\right]} \times \\ &\times \frac{\left[1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)\right]}{j\omega m C\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)\left[1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)\right]}; \\ \dot{Z}_3 &= \frac{0,5j\omega m L(1+a_1)(1+a_4)}{\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)\left[1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)\right]}. \end{aligned}$$

где

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_{\Phi}}.$$

Сопротивлением нагрузки \dot{Z}_4 ФК является входное сопротивление аналогичного ФК

$$\dot{Z}_4 = \frac{\omega L}{2\eta} \sqrt{\frac{1+a_1}{1+\frac{a_4+a_5}{2}}} \left[\frac{1-\eta^2(1+a_2)\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)}{1-\eta^2(1+a_1)(1+a_3)+m^2\eta^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)} \right]^{0,5}. \quad (1)$$

Исследуя формулу (1), можно отметить, что в интервале значений η , заключенных между η' и η'' , где

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{1}{\sqrt{(1+a_2)\left(1+\frac{a_4+a_5}{2}\right)}}; \\ \eta'' &= \frac{1}{\sqrt{(1+a_1)(1+a_3)-m^2(1+a_1)\left(a_3-\frac{a_4+a_5}{2}\right)}}, \end{aligned}$$

величина \dot{Z}_4 имеет реактивный характер. При $\eta' < \eta''$ реактивность имеет индуктивный характер, при $\eta' > \eta''$ – емкостный. Вне указанного интервала η сопротивление \dot{Z}_4 активно.

Коэффициент передачи полученного четырехполюсника

$$\dot{K} = \frac{1}{1 + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_4} + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_4} \left(1 + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} \right)}.$$

Для случая, когда \dot{Z}_4 активно,

$$\dot{K}(\eta) = \frac{\beta + \gamma}{\beta - \gamma + j2\sqrt{\beta\gamma}}, \quad (2)$$

$$\text{где } \beta = \left[1 - \eta^2 (1 + a_2) \left(1 + \frac{a_4 + a_5}{2} \right) \right] \left[1 - \eta^2 (1 + a_1)(1 + a_3) + m^2 \eta^2 (1 + a_1) \left(a_3 - \frac{a_4 + a_5}{2} \right) \right];$$

$$\gamma = m^2 \eta^2 (1 + a_1) \left(1 + \frac{a_4 + a_5}{2} \right).$$

Модуль (2)

$$K(\eta) = \frac{\beta + \gamma}{\sqrt{(\beta - \gamma)^2 + 4\beta\gamma}} = 1,$$

т. е. АЧХ фазового контура в указанном диапазоне частот не претерпевает искажений. Фазочастотная характеристика фазового контура при этом

$$\varphi(\eta) = \arctg \left(-\frac{2\sqrt{\beta\gamma}}{\beta - \gamma} \right).$$

Подставляя β и γ , получаем

$$\varphi(\eta) = 2\arctg \left\{ \frac{-m^2 \eta^2 (1 + a_1) \left(1 + \frac{a_4 + a_5}{2} \right)}{\left[1 - \eta^2 (1 + a_2) \left(1 + \frac{a_4 + a_5}{2} \right) \right] \left[1 - \eta^2 (1 + a_1)(1 + a_3) + m^2 \eta^2 (1 + a_1) \left(a_3 - \frac{a_4 + a_5}{2} \right) \right]} \right\}.$$

При реактивных значениях \dot{Z}_4

$$K(\eta) = \frac{\beta + \gamma}{\beta - \gamma + 2\sqrt{|\beta\gamma|}};$$

$$\varphi(\eta) = -\pi.$$

Исследования искажений выходных сигналов линий задержки и дисперсионных линий задержки, вызванных отклонением величин элементов, произведенные как с учетом одновременного изменения АЧХ и ФЧХ, так и с учетом изменения одной лишь ФЧХ, показали идентичность результатов, что свидетельствует о преобладающем влиянии искажений ФЧХ, на которые и следует обращать основное внимание.

Расчеты показывают, что искажения ФЧХ определяются соотношением знаков отклонения величин элементов и произведением добротности полюса на абсолютное значение отклонения $Q_n |a|$, что иллюстрируется рис. 7. Наиболее характерные случаи искажений ФЧХ фазового контура изображены на рис. 7 – 9.

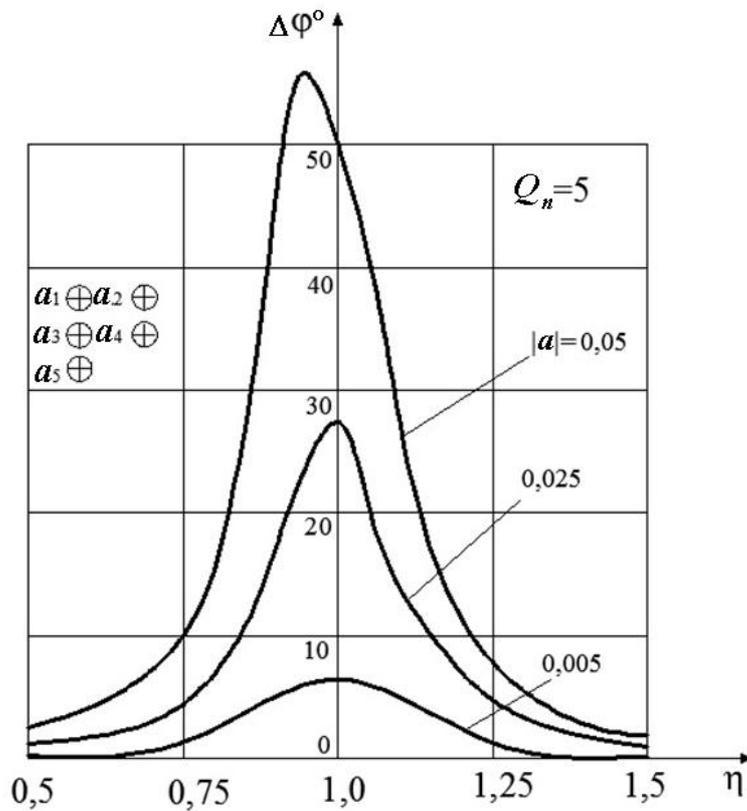
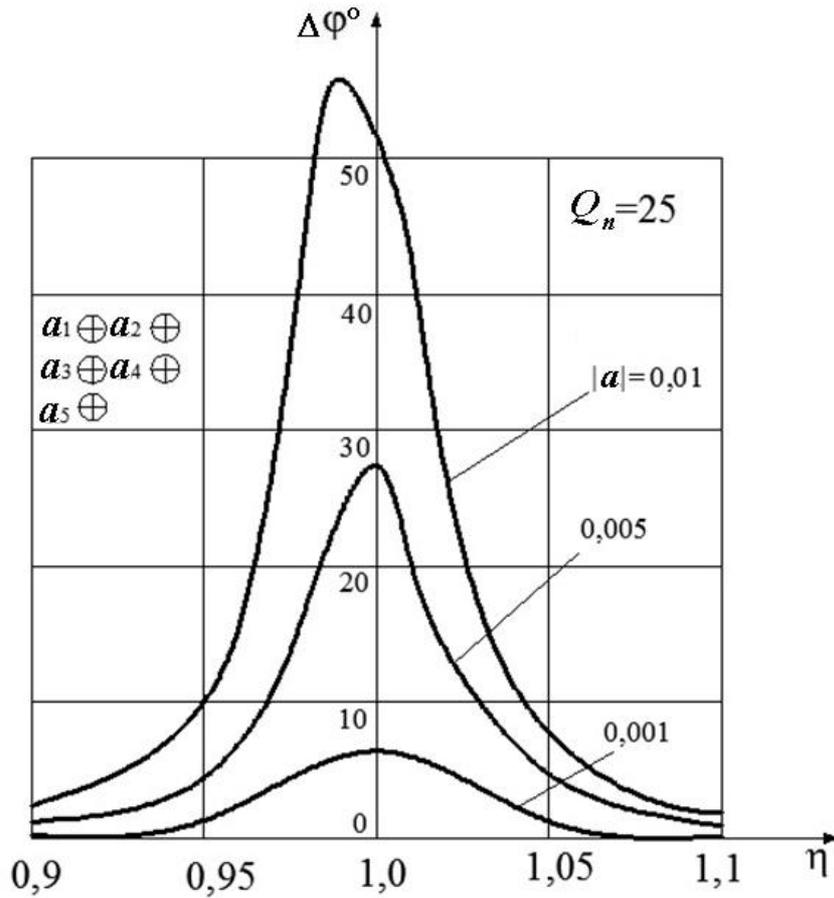


Рис. 7. Зависимость искажения ФЧХ от величины $Q_n |a|$

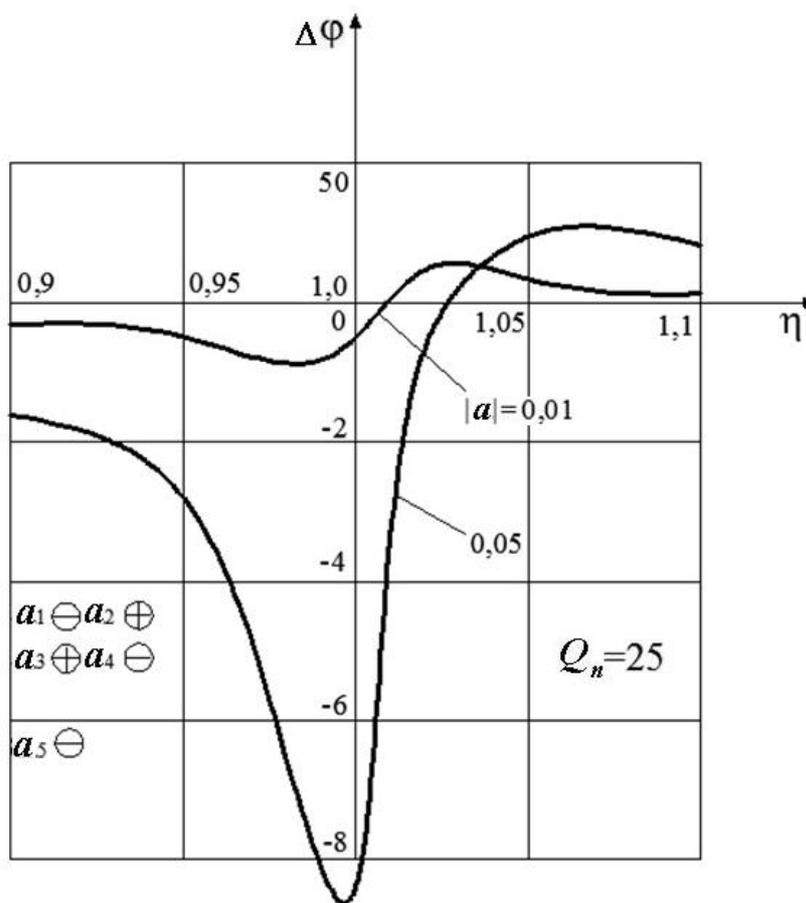
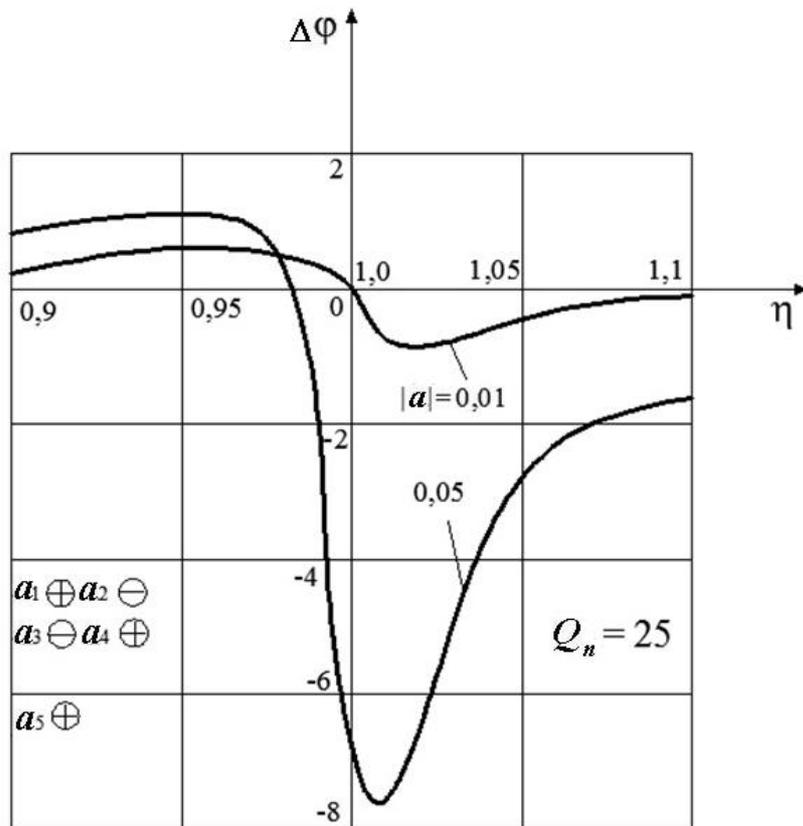


Рис. 8. Искажение ФЧХ при разных знаках $a_1 - a_5$

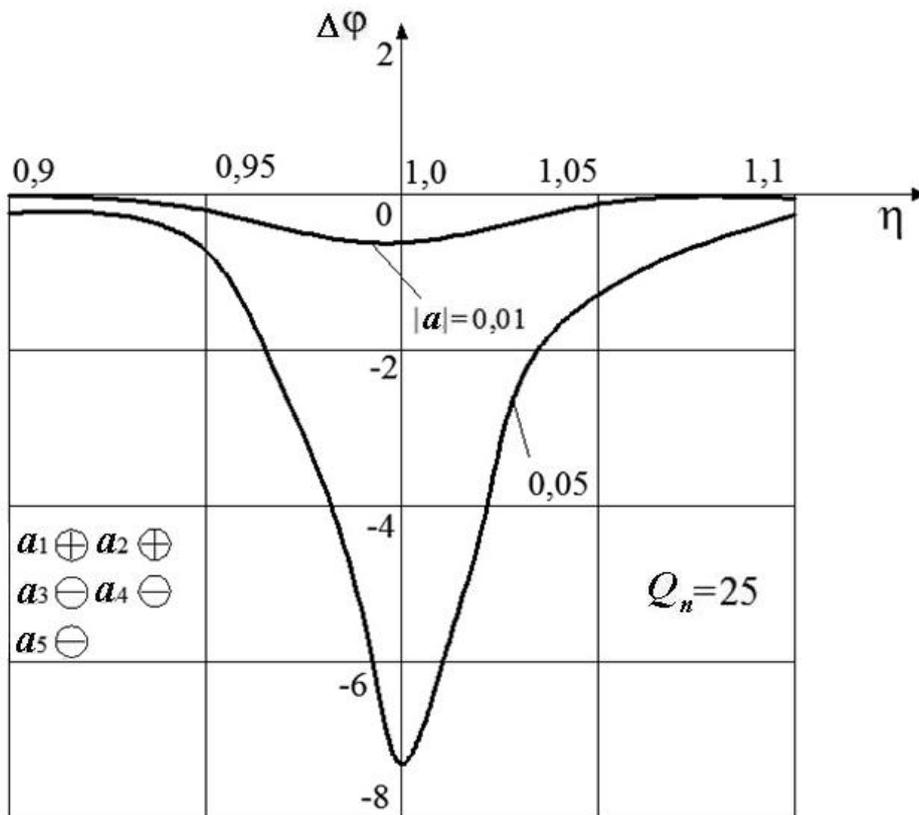
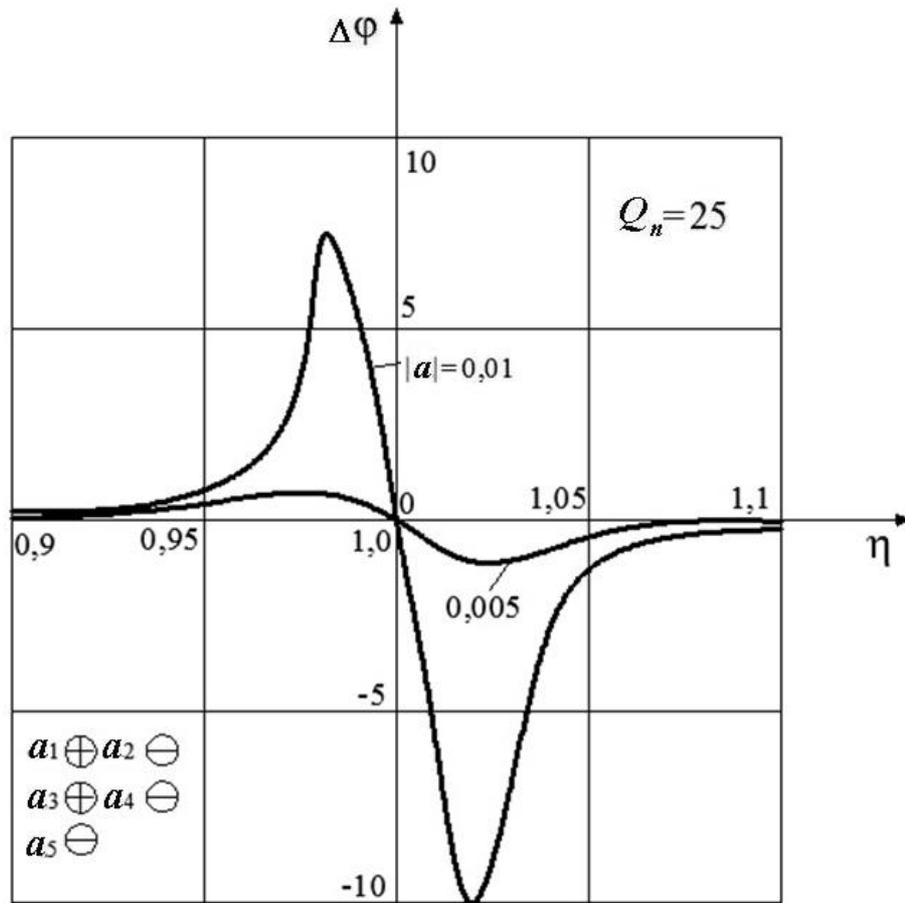


Рис. 9. Искажение ФЧХ при разных знаках отклонений величин элементов схемы ФК

В случае, когда либо все элементы, либо отдельно индуктивности и емкости схемы имеют отклонения одного знака, фазовые искажения имеют вид узких выбросов, симметричных относительно $\eta = 1$. При этом, если знаки отклонения одинаковы, то величина максимального отклонения фазы более, чем на порядок, выше, чем в случае, когда знак отклонения у индуктивностей и емкостей противоположны. Так, при $Q_n |a| = 0,25$ указанные величины фазового отклонения составляют соответственно 54° и $0,8^\circ$. При других сочетаниях знаков отклонения фазовые искажения носят знакопеременный характер, причем амплитуда фазового отклонения максимальна в том случае, когда индуктивность L_1 и емкость C_1 имеют одинаковый знак отклонения, противоположный знаку отклонения L_2, C_2, C_3 . Амплитуда фазового отклонения в этом случае достигает 10° при $Q_n |a| = 0,25$.

Выводы. Отклонения величин элементов схемы существенно влияют на характеристики фазового контура, что необходимо учитывать при проектировании устройств на ФК. Полученные соотношения позволяют оценить точность выбора элементов схемы ФК и требования к их температурной стабильности.

Список литературы

1. Трифонов И. И. Синтез реактивных цепей с заданными фазовыми характеристиками / И. И. Трифонов. – М.: Связь, 1994. – 216 с.
2. Башарин С. А. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля / С. А. Башарин, В. В. Федоров. – М.: Академия, 2004. – 304 с.
3. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. – М.: Сов. радио, 1997. – 608 с.
4. Иванов М. Т. Теоретические основы радиотехники / М. Т. Иванов, В. Н. Ушаков, А. В. Сергиенко. – М.: Высш. шк., 2008. – 306 с.

Т. Ю. Шкварницька, Ю. М. Квач, Т. І. Яремич

Характеристики фазового контуру при розкиді величин його елементів

Отримано співвідношення, що дозволяють визначити вплив відхилення елементів схеми фазового контуру на його амплітудно-частотну і фазочастотну характеристики. Розглянуто різні варіанти відхилення величин елементів від номінального значення. Наведено співвідношення, що дозволяють оцінити точність вибору величин елементів схеми фазового контуру та вимоги до їх температурної стабільності.

T. Y. Shkvarnytska, I. N. Kvach, T. I. Iaremich

Characteristics of a phase contour at dispersion of values of its elements

The formulas, which allow to determine influence of deviation of values of the phase contour scheme elements on its magnitude and phase frequency responses, are received. Various variants of elements values deviation near nominal value are considered. The received formulas allow to estimate accuracy of choice of the phase contour scheme elements values and requirements to their temperature constancy.