

СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

УДК 62-754(045)

О. К. Аблесімов, проф.,
А. Ю. ГончарСИНТЕЗ СПОСТЕРЕГАЧІВ СТАНУ У СКЛАДІ БЕЗПІЛОТНИХ
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВІнститут аерокосмічних систем управління НАУ, e-mail: iasy@nau.edu.ua*Розглянуто принципи синтезу спостерігачів стану безпілотного літального апарата повного й зниженого порядків.***Ключові слова:** безпілотний літальний апарат, вектор стану, спостерігач, матриця, передатна функція, характеристичне рівняння.

Вступ та постановка завдання. Інтерес, який виявляють до безпілотних літальних апаратів (БПЛА), цілком очевидний. Їм приділяють увагу різні галузі застосування як у мирний, так і воєнний час. При цьому основним завданням розробників БПЛА залишається забезпечення точності керування об'єктом.

Принцип керування БПЛА полягає у формуванні вектора входу $u(t)$ зі зміною вектора виходу $y(t)$ системи (рис.1). Вектор станів $x(t)$ обмежується вихідними координатами $x_i(t) = y_i(t)$ системи й швидкостями $x_{i+1}(t) = \dot{y}_i(t)$ їхніх змін.

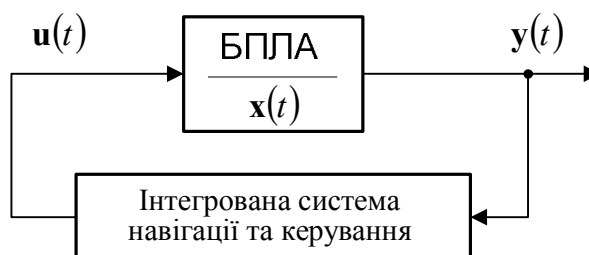


Рис. 1. Принцип керування БПЛА

Систему автоматичного керування літальним апаратом традиційно називають автопілотом. Автопілоти структурно входять до складу інтегрованих систем навігації й керування БПЛА. Крім функцій керування на них покладаються додаткові функції керування бортовою апаратурою.

Зазвичай БПЛА розглядають як системи другого порядку, у яких реалізуються зворотні зв'язки щодо положення й швидкості. Отже, вони є системами з повним зворотним зв'язком за станом.

Безпілотні літальні апарати як досить складні системи, описуються моделями високого рівня. Проте може виявитися, що не всі потрібні змінні стани системи можна визначити безпосередньо, тому їх оцінюють на підставі вимірюваних параметрів. Результати оцінювання за браком інформації використовують у ході реалізації керування БПЛА.

Оцінювання стану. Припустімо, що у складі БПЛА є лише автопілот по одній вихідній координаті $y(t)$ й система описується рівняннями

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) &= Cx(t).\end{aligned}\tag{1}$$

Необхідно оцінити вектор стану системи $\mathbf{x}(t)$, яку позначимо як $\hat{\mathbf{x}}(t)$. У процесі оцінювання можна використовувати всю доступну інформацію, тобто вхідний сигнал $u(t)$, обмірюване значення виходу $y(t)$ й матриці системи $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Оскільки спостерігач стану повинен мати таку саму динаміку, що й БПЛА, то його рівняння запишемо як

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{H}u(t) + \mathbf{G}y(t). \quad (2)$$

Скористаємося методом передатної функції для визначення матриць $\mathbf{F}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{G}$:

$$\frac{\hat{X}_i(s)}{U(s)} = \frac{X_i(s)}{U(s)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Перетворення Лапласа рівнянь (1) БПЛА дає змогу отримати:

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s);$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s).$$

Розв'язуємо ці рівняння відносно $\mathbf{X}(s)$:

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}U(s), \quad (3)$$

де $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ – матрична передатна функція БПЛА.

Перетворюючи за Лапласом рівняння (2), знаходимо матричну передатну функцію спостерігача стану

$$\frac{\hat{\mathbf{X}}(s)}{\mathbf{U}(s)} = (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}[\mathbf{H} + \mathbf{G}\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}]. \quad (4)$$

Дорівнюємо матричні передатні функції БПЛА (3) і спостерігача (4)

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}[\mathbf{H} + \mathbf{G}\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}]$$

і знаходимо матриці спостерігача станів

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{B}. \quad (5)$$

За обраних значень матриць матричні передатні функції БПЛА (3) і спостерігача стану (4) однакові незалежно від матриці $\mathbf{G}$:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{G}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}] \Rightarrow (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{I}\mathbf{B}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}.$$

Отже, матрицю $\mathbf{G}$ можна вибрати, з огляду на бажані обмеження, виходячи, наприклад, із виду перехідної функції або необхідних частотних характеристик спостерігача стану.

На підставі рівнянь (2) і (5) знаходимо рівняння спостерігача стану:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}y(t), \quad (6)$$

де підлягає визначенню матриця $\mathbf{G}$.

Матрицю $\mathbf{G}$ вибирають такою, щоб перехідний процес у спостерігачі закінчувався швидше, ніж перехідний процес у системі. Емпірично встановлено, що спостерігач повинен мати швидкодію, що перевищує у 2–4 рази швидкодію системи.

Помилки оцінки стану. Для аналізу помилок оцінки стану введемо поняття вектора помилки

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t).$$

Рівняння похідної вектора помилки має вигляд:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t).$$

Розкриваючи значення $\dot{x}(t)$ й $\dot{\hat{x}}(t)$, дістаємо:

$$\dot{e}(t) = (A - GC)e(t). \quad (7)$$

Аналіз рівнянь (6) і (7) показує, що помилка оцінки стану має таку саму динаміку, що й спостерігач стану.

Синтез спостерігача. Завданням синтезу спостерігача БПЛА є визначення матриці G за заданим характеристичним поліномом $A_n(s)$ спостерігача й відомими A і B матрицям системи.

Рівняння спостерігача має вигляд:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - GC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Gy(t).$$

Звідси характеристичне рівняння спостерігача:

$$\det(sI - A + GC) = 0.$$

Оскільки швидкодія спостерігача має бути вищою за швидкодію системи, то можна вибрати таке характеристичне рівняння спостерігача, яке містить інформацію про бажану швидкодію:

$$A_n(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0.$$

Тоді матрицю G можна знайти з рівняння

$$\det(sI - A + GC) = A_n(s).$$

Відзначимо подібність цього завдання із синтезом системи через розміщення полюсів. Тому для синтезу спостерігача стану БПЛА можна використати формулу Акермана. У підсумку отримаємо результат:

$$G = A_n(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Спостерігач стану, який оцінює всі змінні стану БПЛА, називають спостерігачем повного порядку. Під час реалізації закону керування спостерігача розміщують у контурі керування БПЛА, а сигнал, що надходить на вхід інтегрованої системи навігації й керування, являє собою комбінацію всіх його змінних стану (рис. 2, а).

На практиці деякі зі змінних стану доступні для вимірювання за допомогою датчиків. При цьому очевидно, що безпосереднє вимірювання змінної стану буде більш точним, ніж її оцінка за допомогою спостерігача. Тому нелогічно буде оцінювати ті змінні стану, які можна виміряти. Спостерігач, що оцінює тільки ті змінні стану, які не можуть бути обмірювані, називають спостерігачем зниженого порядку. Модель керування БПЛА зі спостерігачем зниженого порядку показано на рис. 2, б.

Спостерігач зниженого порядку. Обмежимося випадком вимірювання за допомогою датчика тільки однієї змінної стану БПЛА. Припускаємо, що вимірюється змінна стану $x_1(t)$. Тоді рівняння виходу буде мати вигляд:

$$y(t) = x_1(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

Розділимо вектор стану на змінну стану, що вимірюється, – $x_1(t)$, і вектор стану, що підлягає оцінці, – $\mathbf{x}_e(t)$:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \mathbf{x}_e(t) \end{bmatrix}.$$

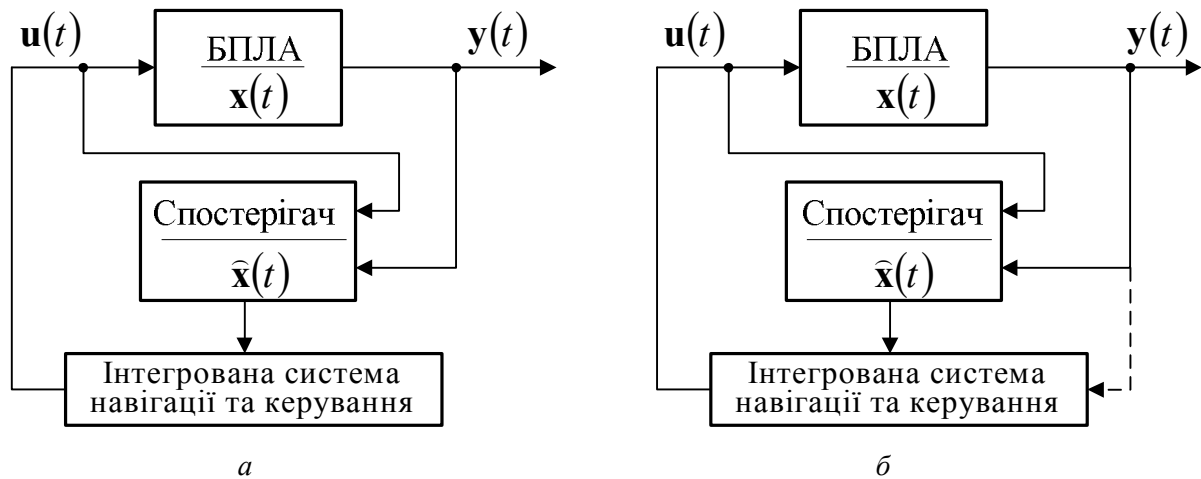


Рис. 2. Безпілотний літальний апарат зі спостерігачем стану: а – повного порядку; б – зниженого порядку

Розділимо рівняння стану БПЛА:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \mathbf{A}_{1e} \\ \mathbf{A}_{e1} & \mathbf{A}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \mathbf{x}_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \mathbf{B}_e \end{bmatrix} \mathbf{u}(t). \quad (8)$$

На підставі виразу (8) запишемо рівняння БПЛА щодо змінних стану, що підлягають оцінюванню:

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{A}_{e1}x_1(t) + \mathbf{A}_{ee}\mathbf{x}_e(t) + \mathbf{B}_e u(t), \quad (9)$$

а також рівняння щодо вимірюваної змінної:

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + \mathbf{A}_{1e}\mathbf{x}_e(t) + b_1 u(t). \quad (10)$$

У цих рівняннях $x_1(t)$ і $\mathbf{u}(t) = u(t)$ відомі, а $\mathbf{x}_e(t)$ підлягає оцінюванню.

Після перегрупування рівнянь (9) і (10) і порівняння їх з рівнянням (1) дістаємо рівняння спостерігача зниженого порядку:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A}_{ee} - \mathbf{G}_e \mathbf{A}_{1e})\hat{\mathbf{x}}_e(t) + \mathbf{A}_{e1}y_1(t) + \mathbf{B}_e u(t) + \mathbf{G}_e [\dot{y}(t) - a_{11}y(t) - b_1 u(t)],$$

де $x_1(t)$ замінено на $y(t)$; $\mathbf{G}_e$ – матриця коефіцієнтів спостерігача зниженого порядку.

Характеристичне рівняння для спостерігача зниженого порядку має вигляд:

$$A_{\text{не}}(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ee} + \mathbf{G}_e \mathbf{A}_{1e}) = 0.$$

Якщо задати поліном $A_{\text{не}}(s)$, що визначає бажану динаміку процесу оцінювання стану, то можна знайти матрицю $\mathbf{G}_e$, що задовольняє це рівняння.

Використовуючи формулу Акермана, отримаємо алгоритм синтезу спостерігача зниженого порядку:

$$G_e = A_{ne} (A_{ee}) \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{1e} A_{ee} \\ \dots \\ A_{1e} A_{ee}^{n-2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Порядок цього спостерігача на одиницю менший, ніж порядок спостерігача повного порядку.

Висновки. Розглянутий підхід може бути поширений на синтез спостерігача автопілота БПЛА як багатовимірної системи з декількома вихідними координатами.

Рівняння стану системи в цьому випадку матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

У рівнянні (11) ураховано вектор $\mathbf{w}(t)$ зовнішніх збурювань на БПЛА.

Список літератури

1. Аблесімов О. К. Автоматичне керування рухомими об'єктами й технологічними процесами / О. К. Аблесімов, Є. Є. Александров, І. Є. Александрова. – Х.: НТУ «ХПІ», – 2008. – 443 с.
2. Филлипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор. – М.: Лаборатория базовых знаний, – 2001. – 616 с.
3. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, – 2003. – 280 с.

А. К. Аблесімов, А. Ю. Гончар

Синтез наблюдателей состояния в составе беспилотных летательных аппаратов

Рассмотрены принципы синтеза наблюдателей состояния БПЛА полного и пониженного порядков.

A. K. Ablesimov, A. Ju. Gonchar

Synthesis of observer states of UAV

The principles of the synthesis of observers states UAV full and reduced order are considered.