УДК 621.372.542(045)

Т. Ю. Шкварницкая, канд. техн. наук,
А. В. Молчанов, ассист.

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ФАЗОЗДВИГАЮЩЕЙ ЦЕПИ НА ВЕЛИЧИНУ ФАЗОВОГО СДВИГА

Институт аэрокосмических систем управления НАУ, e-mail: molchanovlesha@ukr.net

Фазосдвигающая цепь рассматривается как четырёхполюсник. Исследовано влияние изменения параметров схемы на вносимый фазовый сдвиг. Анализ производится матричным методом. Получены соотношения для расчёта фазовых сдвигов

Ключевые слова: фазосдвигающая цепь, четырёхполюсник, фазовый сдвиг, разброс параметров четирёхполюсника.

Введение и постановка задания. Фазосдвигающие цепи широко используются в электротехнике и радиотехнике. Современные электро- и радиотехнические системы используют цифровые регуляторы на базе микроконтроллеров, которые входят в аналоговую часть исполнительных контуров таких систем. В связи с разбросом параметров фазосдвигающих цепей при применении микроконтроллеров возникает актуальная проблема составления алгоритма расчёта фазовых сдвигов в реальном режиме времени с минимальными затратами вычислительных мощностей микроконтроллеров. Анализ фазосдвигающих цепей производится на основании теории четырёхполюсников. Поведение четырёхполюсника описывается уравнениями, связывающими входные и выходные токи и напряжения. Коэффициенты, входящие в эти уравнения, определяются схемой четырёхполюсника и называются его параметрами. В зависимости от структуры уравнений указанные коэффициенты будут различными для одного и того же четырёхполюсника как по величине, так и по физическому смыслу. Уравнение четырёхполюсника в различных системах параметров имеют вид:

в системе $\dot{A}$-параметров

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}\dot{I}_2,$$

$$\dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}\dot{I}_2;$$

в системе $\dot{B}$-параметров

$$\dot{U}_2 = \dot{B}_{11}\dot{U}_1 + \dot{B}_{12}\dot{I}_1,$$

$$\dot{I}_2 = \dot{B}_{21}\dot{U}_1 + \dot{B}_{22}\dot{I}_1;$$

в системе $\dot{Z}$-параметров

$$\dot{U}_1 = \dot{Z}_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{12}\dot{I}_2,$$

$$\dot{U}_2 = \dot{Z}_{21}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{22}\dot{I}_2;$$

в системе $\dot{Y}$-параметров

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2,$$

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2;$$

в системе $\dot{G}$-параметров

$$\dot{I}_1 = \dot{G}_{11}\dot{U}_1 + \dot{G}_{12}\dot{I}_2,$$

$$\dot{U}_2 = \dot{G}_{21}\dot{U}_1 + \dot{G}_{22}\dot{I}_1;$$

в системе $\dot{H}$-параметров

$$\dot{U}_1 = \dot{H}_{11}\dot{I}_1 + \dot{H}_{12}\dot{U}_2,$$

$$\dot{I}_2 = \dot{H}_{21}\dot{I}_1 + \dot{H}_{22}\dot{U}_2.$$

Все системы параметров равнозначны. В каждой системе параметров можно получить выражение для фазового сдвига, вносимого четырёхполюсником. Использование той или иной системы параметров определяется удобством представления физического смысла параметров и простоты вычислений. В электронике наибольшее распространение получила система Y-параметров. В работе [1] приводятся соотношения для фазового сдвига, вносимого четырехполюсником. Однако здесь не оценивается влияние изменения параметров элементов схемы на фазовый сдвиг, что необходимо при проектировании фазосдвигающих цепей. Этому вопросу и посвящена эта работа.

Анализ фазосдвигающей цепи как четырёхполюсника. Если независимые источники внутри четырехполюсника отсутствуют, то по известному определению $\Delta \det \overline{Y}$ матрицы полной проводимости четырехполюсника вносимый им фазовый сдвиг можно выразить через алгебраические дополнения $\Delta_{pq} = \lfloor G_{pqik} + jB_{pqik} \rfloor$, $g_{pq} = [G_{pqik}]$, $b_{pq} = [B_{pqik}]$.

При вариации параметров четырёхполюсника алгебраические дополнения определителя его матрицы получают приращения Δ^0_{pq}, которые можно найти с помощью обобщенной теоремы вариации [2], используя алгебраические дополнения, составленные из приращений элементов четырёхполюсника, $\delta\Delta_{pq} = \lfloor \delta G_{pqik} + j\delta B_{pqik} \rfloor$, $\delta g_{pq} = \lfloor \delta G_{pqik} \rfloor$, $\delta b_{pq} = \lfloor \delta B_{pqik} \rfloor$.

Изменение фазового сдвига, вносимого четырехполюсником (рисунок), можно представить в виде

$$\delta\varphi = \operatorname{Arg} \frac{1 + \dfrac{\Delta^0_{ab}}{\Delta_{ab}}}{1 + \dfrac{\Delta^0_{aa}}{\Delta_{aa}}}. \tag{1}$$

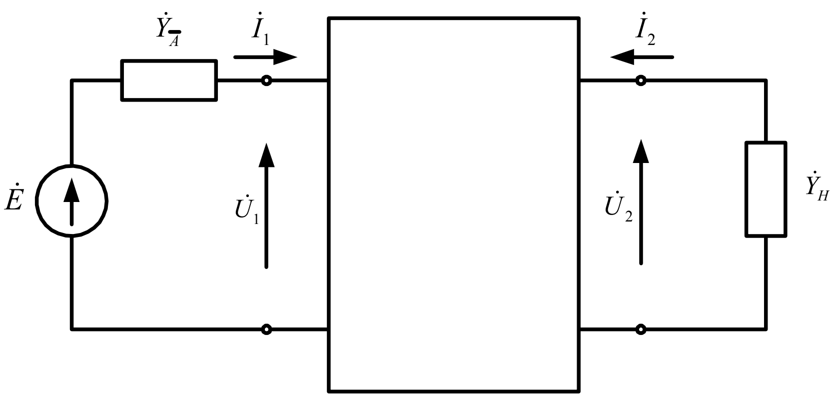

Схема четырёхполюсника

В реальных ситуациях параметры четырехполюсника получают малые приращения. Поэтому величинами второго и более высокого порядка малости можно пренебречь. Тогда выражение (1) примет вид

$$\delta\varphi \approx \frac{\Delta''^0_{ab}}{\Delta'_{ab}} - \frac{\Delta''^0_{aa}}{\Delta'_{aa}} + \frac{\Delta''_{aa}\Delta'^0_{aa}}{(\Delta'_{aa})^2} - \frac{\Delta''_{ab}\Delta'^0_{ab}}{\Delta'_{ab}}, \tag{2}$$

где

$$\Delta'_{pq} = \operatorname{Re}(\Delta_{pq}) = \sum_{s=0}^{k'} \sum (-1)^s M^b_{2^{pq}_s} A^g_{2^{pq}_s} \approx g_{pq}. \tag{3}$$

$$\Delta''_{pq} = \mathrm{Im}(\Delta_{pq}) = \sum_{s=0}^{k''} \sum (-1)^s M^{b}_{2^{pq}_{s+1}} A^{b}_{2^{pq}_{s+1}} \approx \sum_{i,k=1}^{n} B_{pqik} \Delta^{g}_{ik^{pq}}, \tag{4}$$

$k' \le \dfrac{n}{2}$, $k'' \le \dfrac{n-1}{2}$ – целые числа.

Алгебраические дополнения определителей, составленных из приращений параметров, найдем, используя теорему об определителе суммы двух матриц [2] и раскладывая свертки определителей в ряд

$$\Delta^{0}_{pq} = \sum_{s=1}^{n} \sum M_s^{\delta\Delta_{pq}} A_s^{\Delta_{pq}} \approx \sum_{i,k=1}^{n} (\delta G_{pqik} + j\delta B_{pqik}) \Delta_{ik}^{\Delta_{pq}}, \tag{5}$$

где

$$\mathrm{Re}(\Delta_{ik}^{\Delta_{pq}}) = \sum_{s=0}^{k'} \sum (-1)^s M_{2^s}^{\Delta^{b}_{pq\,ik}} A_{2^s}^{\Delta^{g}_{pq\,ik}} \approx \Delta^{g_{pq}}_{ilk}; \tag{6}$$

$$\mathrm{Im}(\Delta_{ik}^{\Delta_{pq}}) = \sum_{s=0}^{k''} \sum (-1)^s M_{2s+1}^{\Delta^{b}_{ik}pq} A_{2s+1}^{\Delta^{g}_{ik}pq} \approx \sum_{l,m=1\,(i,m=ik)} B_{pqlm} \Delta^{g_{pq}}_{il,km}. \tag{7}$$

Подставляя уравнения (6), (7) в ряд (5) и выделяя мнимые и вещественные части определителей, получим:

$$\Delta'^{0}_{pq} = \mathrm{Re}^{0}(\Delta^{0}_{pq}) \approx \sum_{i,k=1}^{n} \delta G_{pqik} \Delta^{g_{pq}}_{ik}; \tag{8}$$

$$\Delta''^{0}_{pq} = \mathrm{Im}(\Delta^{0}_{pq}) = \Delta''^{0}_{pq\,\mathrm{Im}} + \Delta''^{0}_{pq\,\mathrm{Re}}, \tag{9}$$

где

$$\Delta''^{0}_{pq\,\mathrm{Im}} \approx \sum_{i,k=1}^{n} \delta B_{pqik} \Delta^{g_{pq}}_{ik}; \tag{10}$$

$$\Delta''^{0}_{pq\,\mathrm{Re}} \approx \sum_{i,k=1}^{n} \sum_{l,m=1}^{n} \delta G_{pqik} B_{pqlm} \Delta^{g_{pq}}_{il,km}. \tag{11}$$

Используя уравнения (2), (9), находим:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{\mathrm{Im}} + \delta\varphi_{\mathrm{Re}}; \tag{12}$$

$$\delta\varphi_{\mathrm{Im}} = \frac{\Delta''^{0}_{ab\,\mathrm{Im}}}{\Delta'_{ab}} - \frac{\Delta''^{0}_{aa\,\mathrm{Im}}}{\Delta'_{aa}}; \tag{13}$$

$$\delta\varphi_{\mathrm{Re}} = \frac{\Delta''^{0}_{ab\,\mathrm{Re}} \Delta'_{ab} - \Delta'^{0}_{ab} \Delta''_{ab}}{(\Delta'_{ab})^2} - \frac{\Delta''^{0}_{aa\,\mathrm{Re}} \Delta'_{aa} - \Delta'^{0}_{aa} \Delta_{aa}}{(\Delta'_{aa})^2}. \tag{14}$$

Подставляя в выражения (12) – (14) значения алгебраических дополнений, найденных по уравнениям (3), (4), (8), (10), (11), определяем искомый сдвиг фаз $\delta\varphi$. В частности, для анализа фазовых искажений, вносимых схемой при изменении реактивных элементов (что чаще требуется), имеем

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{\mathrm{Im}} \approx \frac{\sum\limits_{i,k=1}^{n} \delta B_{abik} \Delta_{ik}^{g_{ab}}}{g_{ab}} - \frac{\sum\limits_{i,k=1}^{n} \delta B_{aaik} \Delta_{ik}^{g_{aa}}}{g_{aa}}.$$

Выводы. Рассмотренная методика расчета позволяет оценить изменение фазового сдвига, вносимого фазосдвигающей цепью при разбросе величин её элементов и существенно сократить объём необходимых математических вычислений при разработке аналоговой части адаптивных цифровых регуляторов.

Список литературы

1. *Радиопередающие* устройства / Л. А. Белов – М.: Радио и связь, 1991. – 327 с.
2. *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго – М.: Наука, 1985. – 779 с.

Т. Ю. Шкварницька, О. В. Молчанов

Вплив розкиду параметрів елементів фазозсувного кола на величину фазового зсуву

Коло для зсуву фаз розглядається як чотириполюсник. Досліджено вплив зміни параметрів схеми на внесений фазовий зсув. Аналіз проводиться матричним методом. Отримано співвідношення для розрахунку фазових зсувів.

T. Yu. Shkvarnytska, O. V. Molchanov

Influence of parameters variation of phase-shifting network elements on the value of phase shift

Phase-shifting network is considered as a quadripole. Influence of changing of circuit parameters on phase shift is researched. Analysis is executed with matrix approach. The expressions for phase shift calculation are received.