

УДК629.051'844 (045)

О. А. Сущенко, канд. техн. наук,  
Д. О. Луцко, асп.

## ОСОБЛИВОСТІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СТОХАСТИЧНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТА ВИЗНАЧЕННЯ КУРСУ

Інститут електроніки та систем керування НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

*Проаналізовано особливості параметричної оптимізації стохастичної системи стабілізації та визначення курсу і виконано моделювання синтезованої системи.*

**Ключові слова:** стохастична система, параметрична стабілізація, формувальний фільтр.

**Постановка проблеми.** Сучасний етап розвитку транспортних засобів характеризується необхідністю удосконалення засобів навігації та керування морськими рухомими об'єктами. Серед таких засобів широкого застосування набули гіроскопічні системи стабілізації та визначення курсу завдяки своїй стійкості до зовнішніх впливів і високому ступеню автономності. Одним з найбільш поширених напрямів проектування сучасних систем керування взагалі та систем стабілізації зокрема є створення робастних систем, які є малочутливими як до варіацій параметрів системи, так і до відхилень параметрів моделі системи від її реальних значень. Роботу присвячено дослідженню особливостей стохастичної параметричної оптимізації системи стабілізації та визначення курсу для об'єктів морського призначення.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Основні положення синтезу робастних систем викладено у праці [1]. Теоретичні засади обчислювальних процедур параметричного оптимального синтезу робастних систем керування літальними апаратами широкого класу на підставі змішаного  $H_2/H_\infty$  підходу, який одночасно враховує вимоги до якості та робастності синтезованої системи, наведено у праці [2]. Розроблення відповідних процедур для високоточних автономних платформних систем стабілізації та визначення курсу морського призначення залишається актуальною проблемою. Підходи до задання зовнішніх збурень, які необхідно використовувати для організації процедури синтезу стохастичної системи стабілізації та визначення курсу морського призначення, подано у праці [3]. Повний математичний опис системи стабілізації та визначення курсу наведено у праці [4]. Особливості параметричної оптимізації системи стабілізації та визначення курсу на прикладі режиму попереднього зведення до горизонту досліджено у праці [5].

**Параметрична оптимізації стохастичної системи стабілізації та визначення курсу.** Створення обчислювальної процедури параметричного синтезу будь-якої складної системи потребує використання низки етапів, до яких входять:

1. Постановка завдання оптимального синтезу.
2. Створення повного математичного опису системи з максимально можливим урахуванням усіх нелінійностей, притаманних реальним системам.
3. Створення лінеаризованої математичної моделі системи у просторі станів.
4. Аналіз вимог, які надаються до системи взагалі та формування відповідної цільової та штрафної функцій.
5. Створення методики задання зовнішніх збурень з умовою специфіки руху об'єкта, на якому встановлюється досліджувана система.
6. Вибір методу оптимізації.
7. Створення алгоритму синтезу системи з орієнтацією на сучасні автоматизовані засоби оптимального синтезу систем керування.
8. Моделювання та аналіз отриманих результатів.

Особливості виконання цих етапів стосовно системи досліджуваного типу полягають у такому.

Синтез стійких до збурень систем може базуватись на мінімізації  $H_\infty$  норми матричної передатної функції замкненої системи. Відомий також підхід до синтезу систем, який базується на мінімізації  $H_2$  норми матричної передатної функції замкненої системи, що характеризує її точність. Слід зазначити, що з точки зору організації обчислювальних алгоритмів  $H_\infty$ -оптимізація є значно складнішою за  $H_2$ -оптимізацію у зв'язку з необхідністю реалізації пошукової процедури. Методи синтезу на підставі мінімізації  $H_2$ -норми забезпечують високу точність синтезованої системи, але вона залишається чутливою як до зовнішніх збурень, так і до параметричних збурень об'єкта керування. Застосування  $H_\infty$ -норми дозволяє забезпечити стійкість системи до зовнішніх збурень за умови структурованої та неструктурованої параметричної невизначеності. Оптимізація за кожним з розглянутих підходів має свої переваги. Але оптимізація за змішаним критерієм дозволяє поєднувати ці переваги [6]. При цьому синтезована система буде характеризуватись оптимальною якістю за умови можливості її функціонування за наявності збурень.

Повний математичний опис системи стабілізації та визначення курсу містить моделі усіх режимів системи, зокрема попереднього зведення до горизонту, точного зведення до горизонту, зведення до горизонту, гіроскопічного компасу та гіроскопічного азимуту. Ці режими відрізняються складом датчиків та особливостями керування.

Лінеаризована модель системи стабілізації та визначення курсу в режимі попереднього зведення до горизонту є такою [4]:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_{xp} &= [-(f+k_7)\omega_{xp} - k_1\delta_1 - k_5(-\delta_1 + k_3\beta)]/T + H\omega_{0x}/J_x; \\ \dot{\omega}_{yp} &= [-(f+k_8)\omega_{yp} - k_2\delta_1 - k_6(-\delta_2 + k_4\alpha)]/T + H\omega_{0y}/J_y; \\ \dot{\omega}_{zp} &= [-(f+k_9)\omega_{zp} + H\omega_{0z}]/J_z; \\ \dot{\beta} &= \omega_{xp}; \quad \dot{\alpha} = \omega_{yp}; \quad \dot{\gamma} = \omega_{zp}; \\ \dot{\delta}_1 &= (-\delta_1 + k_3\beta)/T; \quad \dot{\delta}_2 = (-\delta_2 + k_4\alpha)/T,\end{aligned}$$

де  $\omega_{xp}, \omega_{yp}, \omega_{zp}$  – проекції кутової швидкості платформи на її власні осі;  $J_x, J_y, J_z$  – моменти інерції платформи відносно її власних осей;  $f_x, f_y, f_z$  – моменти в'язкого тертя;  $M_o$  – момент опору двигунів стабілізації;  $\omega_0$  – зовнішня кутова швидкість;  $\delta_{xp}, \delta_{yp}$  – сигнали акселерометрів;  $T$  – стала часу;  $k_i$  – коефіцієнти законів керування.

Цю модель можна подати у просторі станів у такій спосіб:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu};$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du},$$

де  $\mathbf{x}$  – вектор змінних стану;  $\mathbf{u}$  – вектор керувань;  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  – матриці, що характеризують властивості системи, керувань, спостережень та збурень, при цьому матриця  $\mathbf{A}$  є такою:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{f+k_7}{J_x} & 0 & 0 & -\frac{k_1-k_5}{J_x} & 0 & -\frac{k_3k_5}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f+k_8}{J_y} & 0 & 0 & -\frac{k_2-k_6}{J_y} & 0 & -\frac{k_4k_6}{J_x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f+k_9}{J_z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 & \frac{k_3}{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 & \frac{k_4}{T} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для постановки завдання оптимального синтезу доцільно використовувати комплексний критерій якості [2]  $J_{H_2/H_\infty}(\mathbf{K}) = \lambda_d J_d^2 + \lambda_s J_s^2 + \lambda_\infty \|\Phi(j\omega)\|_\infty$ , де  $\mathbf{K}$  – регулятор системи;  $\Phi$  – передатна функція замкненої системи;  $\lambda_d, \lambda_s$  – вагові коефіцієнти показників якості;  $\lambda_\infty$  – ваговий коефіцієнт показника робастності. Тоді постановка завдання  $H_2/H_\infty$  оптимальної стабілізації за умови виконання

$$\mathbf{K}(j\omega) \in D, \quad D: \operatorname{Re} |\operatorname{eig}(\Phi)| < 0$$

буде такою:  $\mathbf{K}^* = \arg \inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} J_{H_2/H_\infty}(\mathbf{K})$ .

Під час створення стохастичних систем стабілізації та визначення курсу рухомих об'єктів морського призначення слід враховувати, що найбільший вплив на процес керування їх рухом справляють збурення, спричинені морським хвилюванням. Натепер відома низка виразів для спектральної щільності, які можуть бути використані для математичного опису морського хвилювання, наприклад, спектри Неймана, Бретшнейдера, Дербішайра, але в цих спектрах немає низьких частот, в той час, як смуга перепускання частот морських суден розміщена саме в цій області. У цих випадках доцільно використовувати спектр Рахманіна і Фірсова. Передатна функція для формувального фільтра, визначеного на підставі відомих виразів для спектральної щільності [3] з урахуванням кута хвильового схилу

$$S_\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{g^2} S_r(\omega),$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння може бути подано у такий спосіб [5]:

$$W_f(j\omega) = 2\sqrt{\frac{D_r \mu (\mu^2 + \lambda^2)}{\pi}} \frac{j\omega}{g} \frac{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}{(j\omega)^2 + 2\lambda j\omega + \mu^2 + \lambda^2},$$

тут  $D_r$  – дисперсія ординат хвиль;  $\mu, \lambda$  – параметри морського хвилювання.

Для обчислення дисперсії ординат хвиль використовується поняття забезпеченості  $h\%$ , яке відповідає імовірності того, що випадкове значення ординати перевищить або буде дорівнювати максимальному можливому значенню амплітуди хвилі.

Для дослідження стохастичних систем важливо створити розширену модель об'єкта керування і визначити місце задання збурень у цій моделі.

Структурну схему математичної моделі системи стабілізації та визначення курсу в режимі точного горизонтування [5] показано на рис. 1.

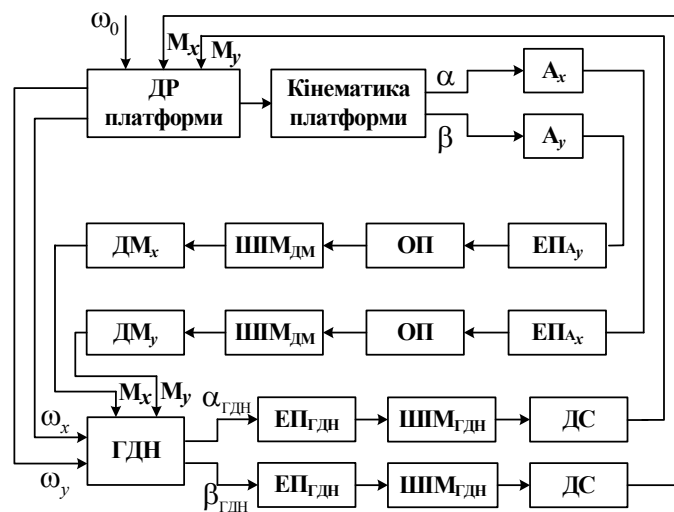


Рис. 1. Структурна схема математичної моделі системи стабілізації та визначення курсу в режимі точного горизонтування: А – акселерометр; ОП – обчислювальний пристрій; ЕП – електронний пристрій; ГДН – гіроскоп із динамічним настроюванням; ШІМ – широтно-імпульсний модулятор

Відповідно до цієї структурної схеми для стабілізаційних контурів системи доцільно розглядати збурення як кутову швидкість, що діє на платформу.

Що стосується оптимізації навігаційних контурів, то тут є деякі особливості. Дослідження навігаційних контурів керування системи визначення курсу потребує максимального спрощення моделей окремих складових системи, але при цьому повною мірою досліджуються усі складові законів керування. Для спрощення математичної моделі системи у цілому вважається, що рівняння руху гіроскопів із точністю до похибок системи стабілізації збігаються із рівняннями руху платформи. Такий підхід викладено в роботі [7].

Слід зазначити, що такий підхід не є справедливим для режиму попереднього приведення до горизонту, оскільки керування під час його реалізації здійснюється за показаннями акселерометрів. Математична модель системи визначення курсу в режимі точного приведення до горизонту може бути складена на підставі рівнянь, що описують кутовий рух гіроскопа, який виконує функції гіровертикалі. Математична модель системи в режимі точного зведення до горизонту за сумісного виконання із режимом гіроскопічного компаса має складатись на підставі вищезгаданих рівнянь та рівняння, що описує рух системи визначення курсу в площині азимуті:

$$\begin{aligned} H_1 \omega_{xp} &= -M_{кор,y}^r + H \Delta \omega_x; \\ H_1 \omega_{yp} &= M_{кор,x}^r - H \Delta \omega_y, \quad ; \\ H_1 \omega_{zp} &= -M_{кор,x}^A + H \Delta \omega_z \end{aligned}$$

Математичну модель системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса або гіроазимута можна скласти на підставі рівнянь [7], що визначають кутовий рух гіроскопа, який виконує функції вимірювача курсу, та рівняння системи, яке характеризує кутове відхилення від горизонтальної площини осі  $Oy_{II}$ :

$$\begin{aligned} H_1 \omega_{xp} &= M_{кор,z}^A - H \Delta \omega_x; \\ H_1 \omega_{yp} &= M_{кор,y}^r - H \Delta \omega_y; \\ H_1 \omega_{zp} &= -M_{кор,x}^A + H \Delta \omega_z, \end{aligned}$$

де  $\Delta \omega_x$ ,  $\Delta \omega_y$ ,  $\Delta \omega_z$  – похибки визначення кутових швидкостей платформи.

Слід зазначити, що такий підхід є достатньо універсальним, оскільки він в остаточному підсумку не залежить від типу гіроскопічного приладу. Отже тепер для визначення моделі необхідно визначити рівняння для визначення кутових швидкостей платформи. Для цього необхідно використовувати певні кінематичні співвідношення та вирази для показань акселерометрів, що використовуються для формування законів керування, мають розглядатись з усією детальністю. При цьому основні збурення задаються як складові вхідних сигналів акселерометрів.

Задача оптимального синтезу системи будь-якої системи керування характеризується наявністю обмежень на проектувальні параметри. При цьому найбільш відомими підходами до завдання таких обмежень є метод невизначених множників Лагранжа та метод штрафних функцій.

Метод невизначених множників Лагранжа досить ефективний, якщо обмеження задається у вигляді рівностей. Більшу практичну значущість має метод штрафних функцій, який може використовуватись для широкого кола задач оптимізації, включаючи обмеження у вигляді як рівностей, так і нерівностей. Цей метод ефективний для задач оптимізації з нечіткими та вільними обмеженнями.

Метод штрафних функцій реалізується в два етапи. На першому етапі визначається нова цільова функція із включенням таких складових, які штрафуються великими значеннями в разі порушень заданих обмежень, в той час, як виконання допустимих обмежень не впливатиме на вигляд цільової функції. На другому етапі мінімізується нова

цільова функція за допомогою методу оптимізації, який використовується для розв'язання задач оптимізації без обмежень. Слід зазначити, що градієнтні методи у цій ситуації використовуватись не можуть. Тому найбільш доцільно тут буде обрати метод Нелдера–Міда [8].

Процедура робастної параметричної оптимізації потребує виконання значних обсягів обчислень та матричних перетворень. З точки зору виконання матричних перетворень, які є типовими для організації процедур оптимального проектування систем керування рухомими об'єктами, найбільшими можливостями характеризується обчислювальна система математичних розрахунків MATLAB.

Повний математичний опис системи стабілізації та визначення курсу містить моделі усіх режимів системи. Ці режими відрізняються складом датчиків та особливостями керування. Слід зазначити, що створення повних математичних моделей досліджуваної системи неможливе без урахування типових нелінійностей, притаманних реальній апаратурі. Одним з найкращих засобів створення таких моделей є розширений пакет Simulink, який є складовою частиною обчислювальної системи MATLAB.

Проведення процедури параметричної оптимізації доцільно здійснювати на підставі моделі системи у просторі станів, що дозволяє використовувати спеціалізовані розширені пакети системи MATLAB, а саме Control System Toolbox. Для визначення такого опису потрібно виконати лінеаризацію кінематичних співвідношень з урахуванням малості кутів поворотів платформи та знехтувати різницею осьових моментів платформи.

При створенні алгоритму параметричної оптимізації системи стабілізації та визначення курсу необхідно враховувати астатизм системи. У цьому випадку для виконання параметричної оптимізації необхідно здійснювати мінімальну реалізацію системи. Аналіз системної матриці моделі системи стабілізації та визначення курсу показує, що її елементи розрізняються між собою приблизно на три порядки. З огляду на це вважається доцільним проведення збалансованої реалізації моделі. За параметри, що оптимізуються, слід брати коефіцієнти передачі законів керування системи.

Результати параметричної оптимізації приймаються після моделювання за допомогою повної моделі з урахуванням нелінійностей, притаманних реальним системам. У разі незадоволення надаваних до системи вимог початкові умови та вагові коефіцієнти критерію оптимізації змінюються і процедура оптимізації повторюється.

Результати моделювання показано на рис. 2, 3.

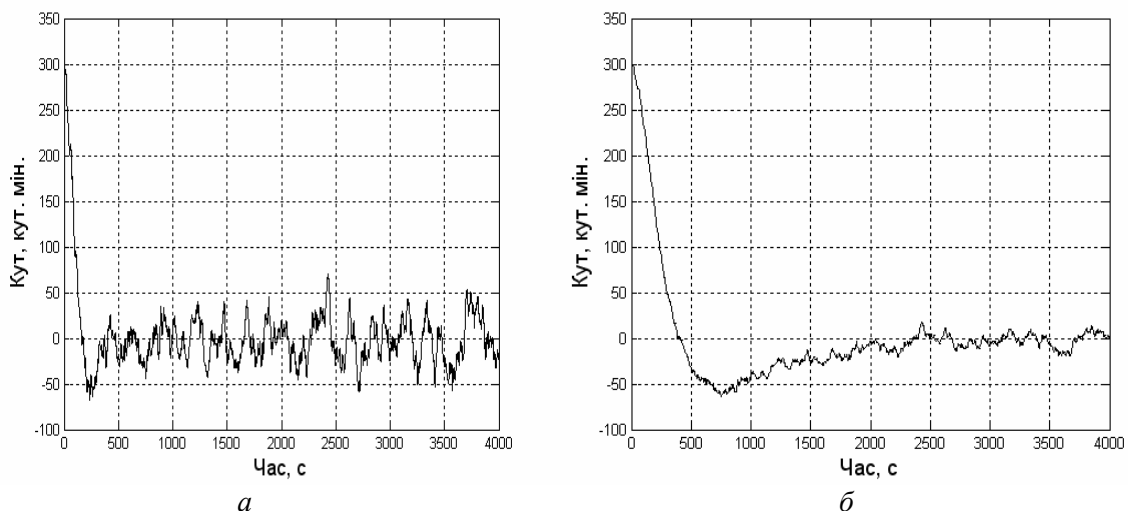


Рис. 2. Результати параметричної синтезу у режимі точного зведення до горизонту:  
а – детермінована оптимізація; б – стохастична оптимізація

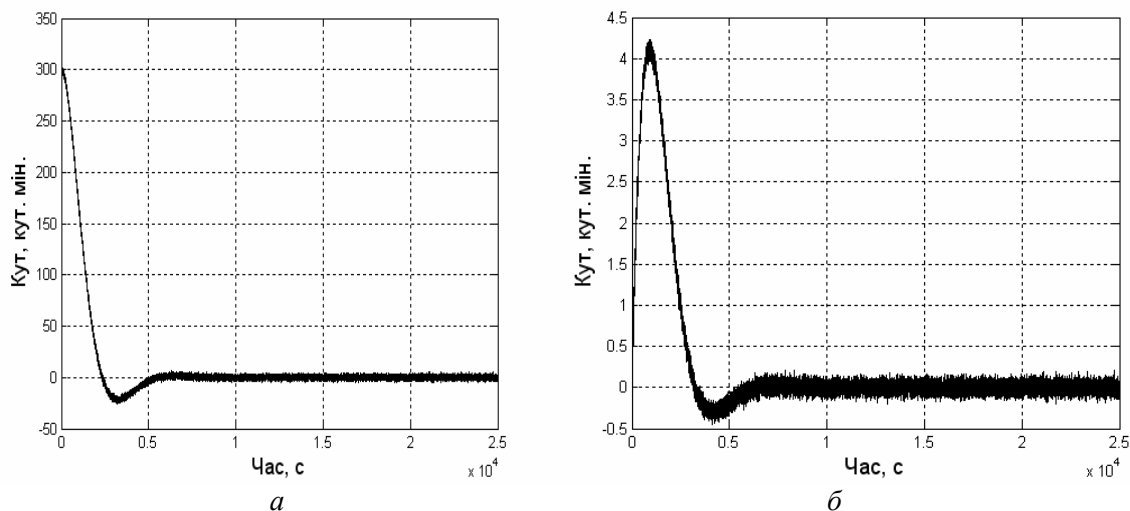


Рис. 3. Результати параметричної оптимізації в режимі компасування:  
 а – детермінована оптимізація; б – стохастична оптимізація

**Висновок.** Подані підходи дозволяють виконати лінеаризацію моделі системи визначення курсу, отримати вирази для формувальних фільтрів для задання збурень, спричинених морським хвилюванням та виконати параметричну оптимізацію стохастичної системи стабілізації та визначення курсу.

#### Список літератури

1. Квакуернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакуернаак, Р. Сиван – М.: Мир, 1977. – 464 с.
2. Tunik A. A. Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design. KSAS International Journal / A. A. Tunik, H. Rye, H. C. Lee – Vol.2. – No.2. – Nov.2001. – P. 95 – 107.
3. Петров Ю. П. Оптимизация управляемых систем, испытывающих воздействие ветра морского волнения / Ю. П. Петров – Л.: Судостроение, 1973. – 214 с.
4. Суцценко О. А. Математична модель системи визначення курсу з урахуванням руху платформи та особливостей керування / О. А. Суцценко // Вісн. Центр. наук. центру Трансп. акад. України. – 2007. – №10. – С. 100 – 103.
5. Суцценко О. А. Робастна параметрична оптимізація системи стабілізації та визначення курсу / Електроніка та системи управління. – 2009. – №1(19). – С. 111 – 118.
6. Егунов И. П. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления. – М.: МГТУ им. Н. Э.Баумана, 2002. – 744 с.
7. Брозгуль Л. И. Динамически настраиваемые гироскопы. Модели погрешностей для систем навигации. – М.: Машиностроение, 1989. – 232 с.
8. Yang W. Y., Cao T. S., Chung, Morris J. Applied Numerical Methods Using MATLAB. – 2005.: Wiley Interscience. – 509 с.

О. А. Суцценко, Д. О. Луцко

#### **Особенности параметрической оптимизации стохастической системы стабилизации и определение курса**

Проанализированы особенности параметрической оптимизации стохастической системы стабилизации и определения курса и выполнено моделирование синтезированной системы.

O. A. Sushchenko, D. O. Lutzko

#### **Features of parametric optimization for stochastic stabilization and course system**

Features of parametric optimization for stochastic stabilization and course system are analysed. Simulation of the synthesized system is carried out.