УДК 681:513.54(045)

**В. Н. Азарсков**, д-р техн. наук, проф.,
**В. Р. Косенко**,
**Е. А. Харчевка**

# ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО УСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Институт электроники и систем управления НАУ, email: azarskov@nau.tdu.ua

*Рассмотрены особенности построения моделей бортовых функционально устойчивых информационно-управляющих комплексов подвижных объектов. Рассмотрены причины возникновения нештатных ситуаций в рассматриваемых динамических системах. Предложен рекуррентный алгоритм оценки состояния динамической системы, который может быть реализован в вычислительном устройстве подвижного объекта.*

**Введение.** Известно, [1; 2] что в настоящее время свойство динамических систем, в том числе и информационно-управляющих комплексов (ИУК) подвижных объектов характеризуется следующими понятиями.

Надежность – как свойство объекта, заключающееся в способности сохранять во времени в установленных пределах значения признаков и параметров, характеризующих те свойства объекта, которые определяют его способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях.

Живучесть – как свойство объекта, заключающееся в способности сохранять работоспособность при воздействии поражающих средств и нерасчетных условий эксплуатации.

Безопасность – как свойство объекта, заключающееся в способности не допускать таких изменений своих состояний и свойств, которые были бы опасны для людей и (или) окружающей среды.

Сегодня, как никогда, большое значение имеют правильная диагностика событий и понимание логики их развития во времени. Четкое знание условий возникновения опасности (нештатных ситуаций) позволяет с одной стороны заблаговременно принять соответствующие меры, а с другой – разработать алгоритм противоаварийного и восстанавливающего управления.

Под противоаварийным управлением в дальнейшем будем понимать управление, цель которого заключается в предотвращении развития аварийных событий, возникающих в ИУК.

Восстанавливающее управление – это управление, цель которого заключается в возвращении в состояние исправности, работоспособности или правильности функционирования системы управления, утраченное вследствие дефектов ее элементов и (или) структуры.

Таким образом, для ИУК подвижных объектов возникает принципиально новая проблема, заключающаяся в умении предвидеть случайные явления и предотвратить их до того, как они появятся в эксплуатации. В основу решения этой проблемы может быть положена теория вероятностей, предмет изучения которой – случайные события, и теория надежности, позволяющая создавать изделия, безотказно функционирующие в течение заданного промежутка времени в условиях нештатных, аварийных, катастрофических ситуаций.

**Понятие функциональной устойчивости информационно-управляющих комплексов подвижных объектов.** Функциональная устойчивость, [3] по определению,– это свойство динамической системы, заключающееся в способности выполнять хотя бы установленный минимальный объем своих функций при отказах в информационной, вычислительной, энергетической частях системы, а также внешних воздействий, которые не предусмотрены условиями эксплуатации.

Функциональная устойчивость ИУК может рассматриваться, как свойство объекта благополучно завершить полет при регламентированном числе изменений в состоянии самого комплекса, т. е. сохранение ИУК работоспособности после проявления в нем допустимого числа отказов и воздействия внешних возмущений.

Реализация функциональной устойчивости может быть достигнута введением в ИУК различных форм избыточности (структурной, функциональной, информационной и т. д.) и подготовленностью экипажа к управлению полетом при внезапной реконфигурации комплекса.

Избыточность позволяет своевременно обнаружить начало зарождения случайности (первых звеньев опасной цепи – совокупности отклонений в работе), предотвратить внезапность проявления, замедлить развитие до состояния, при котором наступает фатальная неизбежность потери элементов подвижного объекта. Поэтому возникает задача – контроль за состоянием в темпе времени движения объекта. Для решения этой задачи требуется обеспечить в ИУК сбор, обработку и анализ текущей информации с автоматическим распознаванием зарождающейся нештатной ситуации и формированием рекомендаций по действиям автоматической системы и(или) оператора в создавшихся условиях.

Представим модель ИУК в виде вероятностной динамической системы с дискретным временем. При этом уравнение состояния характеризует динамику системы, а уравнение наблюдений определяет механизм образования данных, доступных измерению:

$$X(k+1) = \Phi(k+1,k)X(k) + B(k+1,k)U(k) + G(k+1,k)W(k)\,; \qquad (1)$$

$$Y(k) = H(k)X(k) + D(k)U(k) + \Psi(k)V(k)\,, \qquad (2)$$

где $X(k)$ – $n$-мерный вектор состояния системы; $\Phi(k+1,k)$ – динамическая матрица объекта; $U(k)$ – $m$-мерный вектор управления; $B(k+1,k)$ – матрица управляющих воздействий; $W(k)$ – случайный $r$-мерный вектор гауссовких возмущений с нулевым средним и корреляционной матрицей $M[W(k)W^T(j)] = Q(k)\delta(kj)$; $\delta(kj)$ – символ Кронекера; $G(k+1,k)$ – матрица возмущений; $Y(k)$ – $s$-мерный вектор наблюдений; $Y(k)$ – матрица наблюдений системы; $V(k)$ – $p$-мерный случайный вектор гауссовских погрешностей измерений с нулевым средним и корреляционной матрицей $M[V(k)V^T(j)] = R(k)\delta(kj)$; $D(k), \Psi(k)$ – матрицы соответствующей размерности. Для полного статистического описания поведения динамической системы необходимо задать плотность распределения начального состояния $f(X(0))$.

Динамическая система, определяемая уравнениями (1) и (2) может рассматриваться как модель ИУК, работающего без отказа (рис. 1).

Однако на практике предложение об идеальном функционировании динамической системы редко выполняется.

Причины возникновения нештатных (аварийных) ситуаций [4] могут быть следующие:

1. Нарушения, возникающие в процессе реализации самих алгоритмов оптимальной фильтрации и оптимального управления. Эти алгоритмы реализуются на специализированных вычислительных устройствах (специализированных вычислителях и т. д.), работающих в реальном масштабе времени. В процессе работы этих вычислительных устройств возможны сбои в процессоре или ячейках запоминающего устройства, приводящие к резкому возрастанию ошибок оценивания или ошибок управления. Величины этих ошибок зависят от интенсивности сбоев, их характера, от конкретного содержания той информации, которая была искажена в процессе сбоя. Анализируя указанные ошибки, можно определить наиболее чувствительные к сбоям параметры алгоритмов, обоснованно подойти к заданию количественных характеристик надежности хранения данных и выработать

рекомендации по организации вычислительного процесса, обладающего повышенной устойчивостью к сбоям.

2. Нарушения в канале измерения. Эти нарушения могут быть вызваны различными типами отказов датчиков информационно-измерительной системы или помехами в линиях связи.

3. Нарушения в процессе управления. Эти нарушения связаны с отказами в органах управления или исполнительных устройств.

Рис. 1. Структура ИУК, работающего без отказов

Если наличие указанных нарушений не учитывается при выработке управления $U(k)$, то информационно-управляющий комплекс может не достичь поставленной перед ним цели. Поэтому наиболее актуальной для таких комплексов является задача синтеза оптимального управления с учетом возможности перечисленных нарушений.

Введем понятие функциональной устойчивости динамической системы. Качественно понятие функциональной устойчивости системы конкретизируется количественной зависимостью компонент векторного функционала $K$, достаточно полно характеризующих эффективность всего комплекса, от компонент вектора состояния, помех системы. В условиях функционирования информационно-управляющего комплекса вместо ожидаемой в соответствии с (1), (2) априорной модели, в которой параметры $\Phi(k+1,k)$, $B(k+1,k)$, $H(k)$, $D(k)$, $G(k+1,k)$, $\psi(k)$ обычно полагаются известными, часто реализуется другая модель с другими параметрами.

В этих условиях некоторый алгоритм управления $U(k)$, возможно оптимальный при заданных характеристиках модели, может резко ухудшить свои показатели качества, или стать полностью неработоспособным. Такой алгоритм целесообразно назвать функционально неустойчивым.

Другую причину функциональной неустойчивости алгоритмов можно связать с существенным изменением класса плотности распределения вероятностей случайных процессов $X(k)$, $Y(k)$. Последствия такого изменения плотностей распределения вероятностей для эффективности алгоритма также могут быть катастрофическими.

Будем рассматривать векторный функционал эффективности как функцию обобщенного вектора возмущений и помех

$$\theta^T(k) = [W^T(k) \;\; V^T(k)].$$

Для анализа устойчивости алгоритма $U(k)$ по показателю $k_i(\theta, U(k), X(k), y(k))$, $i = \overline{1,n}$ следует задать диапазон ($\theta_{\min}, \theta_{\max}$) варьирования $\theta$, выполнить расчеты элементов вектора показателя качества с шагом $\Delta\theta$ и сравнить $\Delta K_i = K_{i_{\max}}$ - $K_{i_{\max}}$, $i = \overline{1,n}$ с допустимой по техническим условиям неустойчивостью показателя в условиях функционирования информационно-управляющего комплекса.

При случайных вариациях $\theta$ значения $K_i$, $i = \overline{1,n}$ также будут случайными. Если известна плотность распределения этих значений, решение о функциональной устойчивости целесообразно выносить сравнением математических ожиданий $M\{K_i(\theta)\}$ и дисперсией $D\{K_i(\theta)\}$ с заданными по техническим условиям. Возможен учет и моментов более высокого порядка, включая смешанные или отыскание *n*-мерных плотностей распределения вектора критериев $K(\theta)$.

В качестве первого приближения при поиске $\Delta K_i(\theta)$ можно использовать

$$\Delta k_i(\theta)\big|_{\theta = \theta_0} = \sum_{j=1}^{q} \left[ \frac{\partial k_i(\theta)}{\partial \theta_j}\bigg|_{\theta = \theta_0} \right]^2 \Delta\theta_j,$$

где $\theta_0$ – вектор средних значений параметров помех и возмущений; $\Delta k_i(\theta)$, $\Delta\theta_j$ – приращения *i*-го показателя и *j*-ой независимой переменной. На основе изложенного подхода возможна конкретизация понятия функциональной устойчивости. Под функциональной устойчивостью понимается способность системы обеспечить минимизацию относительного времени пребывания в состоянии «отказа» при допустимых вариациях параметров помех (возмущений и погрешностей).

Теория построения функционально-устойчивых бортовых информационно-управляющих комплексов [5; 6] в настоящее время находится в стадии развития, при этом возможно использование как аналитических (принцип максимума Понтрягина, динамическое программирование, аналитическое конструирование регуляторов), так и алгоритмических (решение обратных задач динамики, рекуррентно-сходящиеся алгоритмы) методов синтеза.

**Модель информационно-управляющего комплекса при отсутствии отказов.** Для построения модели ИУК при отсутствии отказов (нарушений функционирования) воспользуемся идеями теории фильтрации в пространстве состояний.

Уравнение состояния ИУК представим в виде

$$X(k+1) = \Phi(k+1,k)X(k) + G(k+1,k)W(k), \tag{3}$$

уравнение наблюдений –

$$Y(k) = H(k)X(k) + V(k).$$

Начальное состояние $X(0)$ представляет собой гауссовский вектор со средним значением $M[X(0)]$ и корреляционной матрицей $P(0)$. Допускаем о некоррелированности шумов возмущений $W(k)$ и измерений $V(k)$, т. е. $M\{W(k)V^T(j)\} = 0$ для всех $i$, $j$.

Требуется по совокупности последовательных измерений $\{y_1, y_2, ..., y_k\} = Y_1^k$ найти оптимальную оценку вектора состояния $X(k)$, удовлетворяющую критерию минимума среднеквадратического значения ошибки. Обозначим эту оценку через $\hat{X}(k/k)$, а ошибку оценки в виде

$$\tilde{X}(k/k) = X(k) - \hat{X}(k/k).$$

Считаем, что оценка вектора состояния, удовлетворяющая этому критерию, является условным средним $\hat{X}(t/t) = M\left\{X(t)/Y_1^k\right\}$. Следовательно, для ее нахождения необходимо вычислить апостериорную плотность распределения вероятностей $f[X(k)/Y_1^k]$ по формуле Байеса

$$f[X(k)/Y_1^k] = f[X(k)/Y_1^k, Y(k)] = \\ = \frac{f[X(k)/Y_1^{k-1}] \cdot f[Y(k)/X(k), Y_1^{k-1}]}{f[Y(k)/Y_1^{k-1}]}, \tag{4}$$

где каждая из плотностей является гауссовской.

Причем $f[Y(k)/X(k), Y_1^{k-1}] = f[Y(k)/X(k)]$, так как $V(k)$ – белый гауссовский шум и, следовательно, при фиксированном значении $X(k)$ вектор $Y(k)$ не зависит от последовательности предыдущих измерений $Y_1^{k-1}$.

Для нахождения параметров условной плотности $f[X(k)/Y_1^{k-1}]$, входящей в числитель выражения (4) введем обозначения

$$M[X(k)/Y_1^{k-1}] \triangleq \hat{X}(k/k-1);$$

$$M\left\{[X(k) - \hat{X}(k/k-1)][X(k) - \hat{X}(k/k-1)^T / Y_1^{k-1}]\right\} = \\ = M[\tilde{X}(k/k-1)\tilde{X}^T(k/k-1)/Y_1^{k-1}] = P(k/k-1).$$

По физическому смыслу величина $\hat{X}(k/k-1)$ представляет собой оценку экстраполяции (предсказания) на один шаг, а $P(k/k-1)$ – корреляционную матрицу ошибок экстраполяции.

Найдем параметры гауссовской плотности, стоящей в знаменателе выражения (4)

$$M\left\{Y(k)/Y_1^{k-1}\right\} = M\left\{H(k)X(k) + V(k)/V_1^{k-1}\right\} = \\ = H(k)\hat{X}(k/k-1);$$

$$M\left\{[Y(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)][Y(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)]^T\right\} = \\ = M\left\{\tilde{Z}(k/k-1)\tilde{Z}^T(k/k-1)\right\} \triangleq \\ = P_{\tilde{Z}}(k) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k),$$

где $\tilde{Z}(k/k-1) = Y(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)$ – обновляющийся процесс.

Подставляя полученные выражения математических ожиданий и корреляционных матриц в формулу для апостериорной плотности вероятностей $f[X(k)/Y_1^k]$ можно убедиться, что эта плотность является гауссовской с вектором средних $\hat{X}(k/k)$.

$$\hat{X}(k/k) = \Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1) + \\ +K(k)[Y(k) - H(k)\Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1)] = \\ \hat{X}(k/k-1) + K(k)\hat{Z}(k/k-1), \quad (5)$$

где $K(k)$ – матричный коэффициент усиления оптимального фильтра

$$K(k) = P(k/k)H^T(k)R^{-1}(k) = P(k/k-1)H^T(k)\times \\ \times[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}$$

Корреляционная матрица ошибок фильтрации

$$P(k/k) = P(k/k-1) - P(k/k-1)H^T(k)\times \\ \times[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}H(k)P(k/k-1).$$

Корреляционная матрица ошибок экстраполяции

$$P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k-1/k-1)\Phi^T(k/k-1) + \\ + G(k/k-1)Q(k-1)G^T(k/k-1).$$

Начальные условия

$$\hat{X}(0,0) = M[X(0)]\,; P(0,0) = P(0)$$

Структурная схема этого фильтра показана на рис. 2.

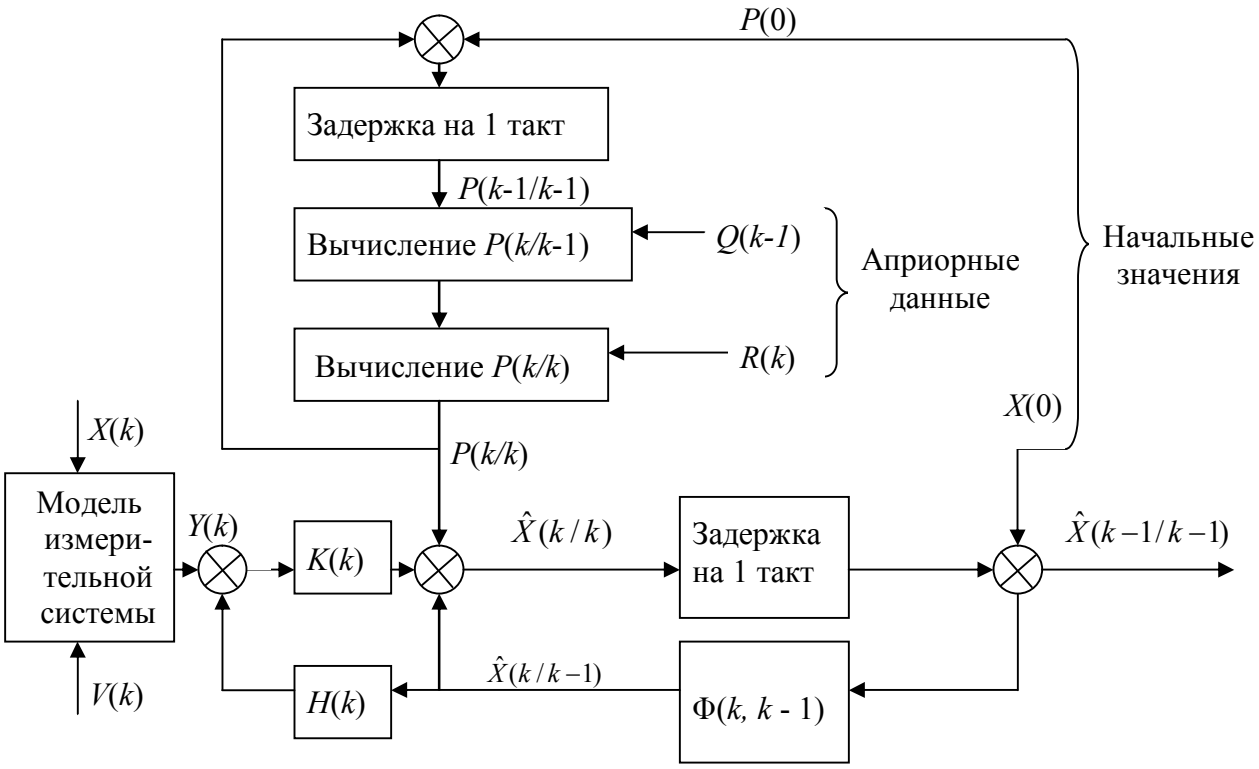


Рис. 2. Структурная схема фильтра оптимального оценивания

Работа фильтра начинается с установки начальных значений $M[X(0)]$, $P(0)$ и ввода величин элементов корреляционных матриц шумов возмущений $Q(k)$ и измерений $R(k)$. Оценки вектора состояния вычисляются рекуррентно по мере поступления новых измерений.

При этом, как следует из (5) для вычисления текущего значения оценки $\hat{X}(k/k)$ нет необходимости запоминать все предыдущие измерения $\{y(1), y(2), y(3),..., y(k-1)\}$, так как вся информация о них содержится в оценке $\hat{X}(k-1/k-1)$, полученной на предыдущем шаге. Таким образом, фильтр представляет собой динамическую систему с переменным матричным коэффициентом усиления, величина которого зависит от точности текущих оценок и уровня шумов измерений.

Временная диаграмма, поясняющая механизм образования оценки в фильтре, приведена на рис. 3. Текущая оценка в соответствии с формулой (5) является сумой оценки экстраполяции $\hat{X}(k/k-1)$ и корректирующей поправки $K(k)\tilde{Z}(k/k-1)$, причем, оценка экстраполяции формируется из оценки фильтрации на предыдущем шаге путем умножения ее на матрицу перехода системы. Величина поправки придается новым измерениям на текущем шаге оценивания. Этот вес зависит от уровня шумов измерений и текущей точности оценивания, уменьшаясь по мере уточнения оценок. Так, если исходная модель системы (3) не содержит шумов возмущений $W(k)$ или эти шумы достаточно малы, то оптимальный коэффициент усиления фильтра $K(k) \to 0$ (рис. 2). В результате этого фильтр теряет чувствительность к новым данным и в качестве текущей оценки он начинает постоянно выдавать оценку экстраполяции. В настоящее время эта особенность становится наиболее существенным недостатком, приводящим к расходимости оценок вектора состояния по отношению к его истинному значению на входе фильтра.

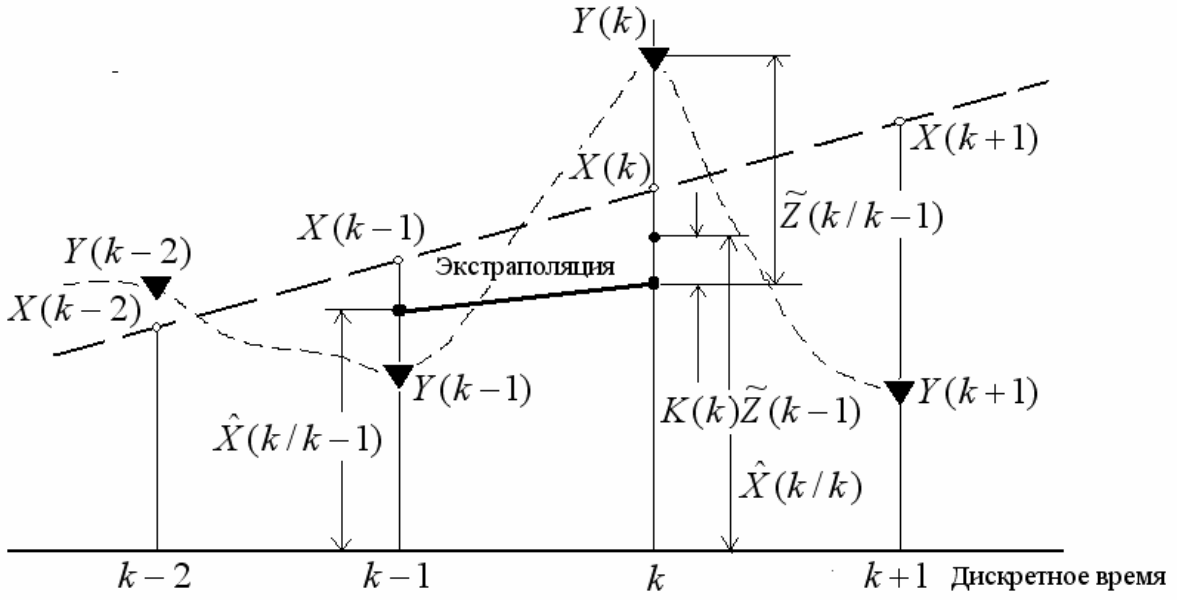


Рис. 3. Временная диаграмма образования оценки в фильтре

**Выводы.** Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы. При исследовании функциональной устойчивости систем управления подвижными объектами необходимо использовать модели ИУК при возникновении нештатных, аварийных ситуаций. Основой таких моделей может выступать предложенный фильтр оптимального оценивания. Фильтр представляет собой рекуррентный алгоритм оценки состояния динамической системы при полностью известной ее модели и может быть реализован в вычислительном устройстве подвижного объекта. Корреляционная матрица ошибок фильтрации $P(k/k)$ вследствие линейности фильтра не зависит от наблюдений $Y(k)$ и может быть вычислена заранее, поэтому заранее можно вычислить матричный коэффициент усиления фильтра. Так

как параметры фильтра изменяются во времени, то такой фильтр минимизирует среднеквадратическое значение ошибки оценивания, как в установившемся режиме, так и в течение переходных процессов.

## Список литературы


1. *Артюшин Л. М.* Оптимизация цифровых автоматических систем, устойчивых к отказам / Л. М. Артюшин, О. А. Машков – К.: КВВАИУ, 1991. – 88 с.
2. *Азарсков В.Н.* Надежность систем управления и автоматики / В. Н. Азарсков, В. П. Стрельников – К.: НАУ, 2004. – 116 с.
3. *Направления* развития теории функционально устойчивых сложных систем управления / О. А. Машков, Л. М. Усаченко // Матеріали міжнар. наук. конф.: Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту, 18–22 травня 2009, – Т.1. – С. 74 – 86.
4. *Машков О. А., Барабаш О. В.* Оцінка функціональної стійкості розподіленних інформаційно-керуючих систем / Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, НАН України, Вип. 1, 2005, – С. 159 – 165.
5. *Азарсков В. Н.* Методика синтеза модели нештатных ситуаций в бортовых информационно-управляющих комплексах / В. Н. Азарсков, О. А. Машков, С. П. Кондратенко // Електроніка та системи управління. – № 3(13). – К.: НАУ, 2007. – С. 104 – 111.
6. *Азарсков В. Н.* Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецький, Н. Н. Куссуль – К.: НАУ, 2003. – 502 с.


В. М. Азарсков, В. Р. Косенко, Є. О. Харчевка

**Особливості побудови моделей функціонально стійких систем управління рухомих об’єктів**

Розглянуто особливості побудови моделей бортових функціонально стійких інформаційно-керуючих комплексів рухомих об’єктів. Розглянуто умови виникнення нештатних ситуацій в розглядуваних динамічних системах. Запропоновано рекурентний алгоритм оцінки стану динамічної системи, яка може бути реалізована в обчислювальному пристрої рухомого об’єкта.

V. N. Azarskov, V. R. Kosenko, E. O. Kharchevka

**Peculiarities of Construction of Functionally-Stable Control Systems of Moving Plants**

The peculiarities of the construction of the moving vehicle’s functionally-stable computer-aided control complexes are considered. The reasons of abnormal situations appearance in the considered dynamic systems are analyzed. The recurrent algorithm of the dynamic system’s state estimation is proposed. which may be implemented in the airborne computer of the moving vehicle.