

УДК 621.396.962.3(045)

¹І. Г. Прокопенко, д-р техн. наук, проф.,²І. П. Омельчук,³Ю. Д. Чирка,⁴С. В. Мігель

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ НА ОБМЕЖЕНОМУ ІНТЕРВАЛІ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

^{1,3,4} Інститут аеронавігації НАУ; e-mail: arec_nau@ukr.net² Науково-дослідна частина НАУ; e-mail: elsi_td@ukr.net

Запропоновано та досліджено числовий ітераційний алгоритм оцінювання параметрів дискретизованого гармонічного сигналу на тлі некорельованого гаусівського шуму за методом максимальної правдоподібності.

Ключові слова: правдоподібність, оцінювання, параметр, алгоритм, ефективність.

Вступ. Питання вимірювання параметрів гармонічного сигналу, які на перший погляд здаються тривіальними, у випадку його спостереження на короткому інтервалі часу стають надто проблемними, про що свідчить велика кількість присвячених цьому праць [1 – 5]. Так, у статті [1] викладено аспекти їх оцінювання за методом максимальної правдоподібності з використанням ітераційної процедури пошуку частоти сигналу, яка супроводжується розрахунками уточнених значень амплітуди та фази. Але складний “резонансний” вид (як це буде показано далі) функції правдоподібності (ФП) потребує більш детального аналізу характерних її властивостей для побудови ефективних пошукових алгоритмів мінімізації.

Умовне поняття “обмежений інтервал спостереження” означає вимірювання параметрів гармонічного сигналу на інтервалі часу, сумірному з його періодом [3 – 5], коли отриманих даних недостатньо для застосування алгоритмів швидкого перетворення Фур’є або інших, що потребують реалізації сигналу з великою кількістю періодів.

Постановка завдання. У межах окреслених проблем оцінити невідомі параметри: амплітуди ρ , початкової фази φ (надалі скорочено “фаза”) та частоти ω – гармонічного сигналу $s(t) = \rho \sin(\omega t + \varphi)$, який спостерігається на тлі адитивного некорельованого гаусівського шуму η з апіорно невідомою дисперсією σ^2 . Обробленню підлягає дискретизована еквідистантна з інтервалом τ , реалізація відліків (інакше – пачка відліків)

$$x_i = s_i + \eta_i = \rho \sin(\gamma i + \varphi) + \eta_i, \quad i = 0, 1 - N$$

кінцевого розміру N , де замість частоти використано нормовану її величину

$$\gamma = \omega \tau.$$

Надалі під терміном “частота” будемо розуміти саме цю нормовану частоту.

Запишемо логарифм ФП гармонічного сигналу у вигляді

$$\ln L(\rho, \gamma, \varphi, \sigma | x_0, \dots, x_{N-1}) = \ln \frac{\sigma^{-N}}{(2\pi)^{N/2}} - \frac{\Lambda(\rho, \gamma, \varphi | x_0, \dots, x_{N-1})}{2\sigma^2}, \quad (1)$$

де достатню статистику позначено так:

$$\Lambda(\rho, \gamma, \varphi | x_0, \dots, x_{N-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \rho \sin(\gamma i + \varphi))^2. \quad (2)$$

Вочевидь, ФП (1) набуває максимуму на множині оцінок параметрів гармонічного сигналу, що одночасно забезпечує мінімальне значення достатньої статистики:

$$\{\rho^*, \gamma^*, \varphi^*\} = \arg \min_{\rho, \gamma, \varphi} \Lambda(\rho, \gamma, \varphi | x_0, \dots, x_{N-1}),$$

яку надалі за умов постійної дисперсії використовуємо як ФП.

Імовірнісний характер цієї задачі обумовлюється лише випадковістю відліків $\{x_i\}$. Але для конкретної пачки, коли їх значення відомі, функція (2) вже є детермінованою. Таким чином, задача належить до класу багатовимірної багатоекстремальної мінімізації [6], для розв'язання якої на практиці, зазвичай, застосовують числові методи. Обґрунтуванню, побудові та дослідженню пошукового алгоритму оцінювання параметрів (АОП), адаптованого до властивостей ФП гармонічного сигналу, й присвячено цю роботу.

Аналіз функції правдоподібності гармонічного сигналу. Оскільки ФП (2) гармонічного сигналу залежить від трьох параметрів, то аналіз її структури зобразимо графічно за трьома двопараметричними проекціями для можливих попарних комбінацій параметрів. На рис. 1 зображено як приклад такі проекції, що побудовані у середовищі MatLab, для деякої пачки розміром 32 відліки, за відношення потужностей сигнал/шум $b=100$ і таких значень параметрів гармонічного сигналу: $\rho=1, \gamma=1, \varphi=0$. По осях координат відкладено абсолютні значення параметрів.

За параметрами частота та фаза (амплітуда незмінна) ФП має чітко виражений періодичний характер. Оскільки структура ФП повторюється з періодом фази 2π , то на графіках показано лише ділянки довкола її істинного значення.

Залежність від частоти значно складніша. Вона полягає у чергуванні різних за глибиною локальних мінімумів (жолобів) та максимумів з приблизно однаковою періодичністю, тобто має "резонансний" вид. Як було виявлено в результаті моделювання, довжина інтервалів між мінімумами визначається лише розміром пачки:

$$\Delta\gamma \approx 2\pi / N. \quad (3)$$

Із наближенням до істинної частоти локальні мінімуми поступово поглиблюються, а біля точки нульового відхилення частоти та фази спостерігається двовимірний глобальний мінімум.

Функція правдоподібності має ще деякі характерні особливості. Всі жолоби розміщуються під однаковим кутом до осі фази, який, як

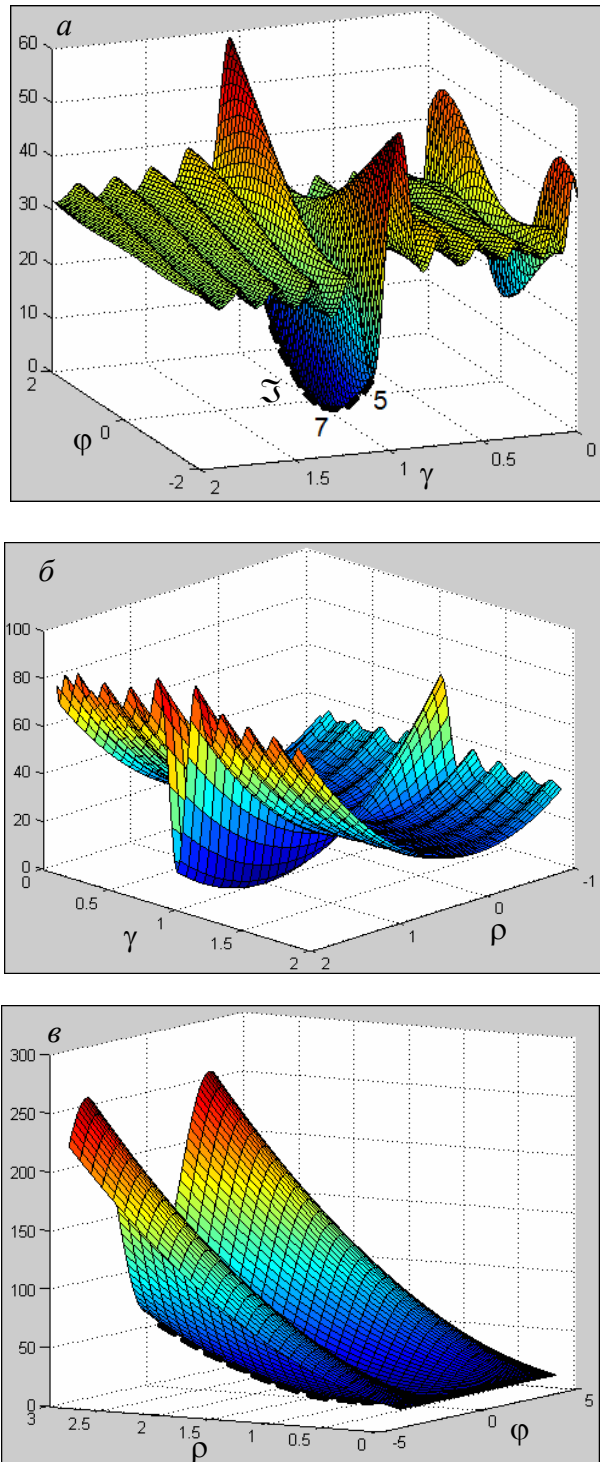


Рис. 1. Проекції ФП у координатах: а – частота – початкова фаза; б – частота – амплітуда; в – амплітуда – початкова фаза

показали результати моделювання, приблизно дорівнює: $\alpha \approx -\arctan\{(1,1 \dots 1,15)/N\}$. А біля нульової частоти є ще один глибокий хибний мінімум.

У міру збільшення рівня шуму глобальний мінімум ФП може далі віддалятися від точки істинних значень. Але оскільки ефективне вимірювання параметрів досягається лише за умов значного перевищення потужності сигналу над шумом, то деякі незначні відмінності суттєво не змінюють загальної структури ФП. Тому наведеного прикладу достатньо для якісного визначення її основних властивостей.

Проекція ФП у координатах частота–амплітуда висвітлює резонансний її характер за частотою, подібний до попереднього варіанта, з тією відмінністю, що жолоби розміщуються паралельно осі амплітуди.

З останньої проекції видно, що залежність ФП від пари амплітуда–фаза також немонотонна, а її чутливість до зміни фази трохи більша, ніж до амплітуди.

Загальна характеристика алгоритму оцінювання параметрів. Хоча задача оцінки параметрів гармонічного сигналу є тривимірною, але означений вище “резонансний” характер ФП потребує виділення процедури оцінювання частоти як окремої одновимірної, оскільки багатовимірний одночасний пошук може призводити до неконтрольованих стрибків між жолобами локальних мінімумів. Причому значно більша чутливість ФП до відхилень частоти, ніж фази та амплітуди, визначає саме процедуру оцінювання оптимальної частоти як першочергової в АОП. Надалі умовно означимо, що під терміном “оптимальний” параметр будемо розуміти точку мінімуму (або локального мінімуму) ФП за цим параметром.

З урахуванням немонотонного рельєфу ФП за амплітудою та фазою також доцільно розділити пошук їх оптимальних значень на дві одновимірні процедури. Причому пріоритетним є пошук за фазою, оскільки чутливість ФП до неї дещо більша, ніж до амплітуди. Таким чином, унаслідок такої редукції [6] алгоритм трипараметричної мінімізації будують як трирівневу ієрархічну структуру (на рис. 2).

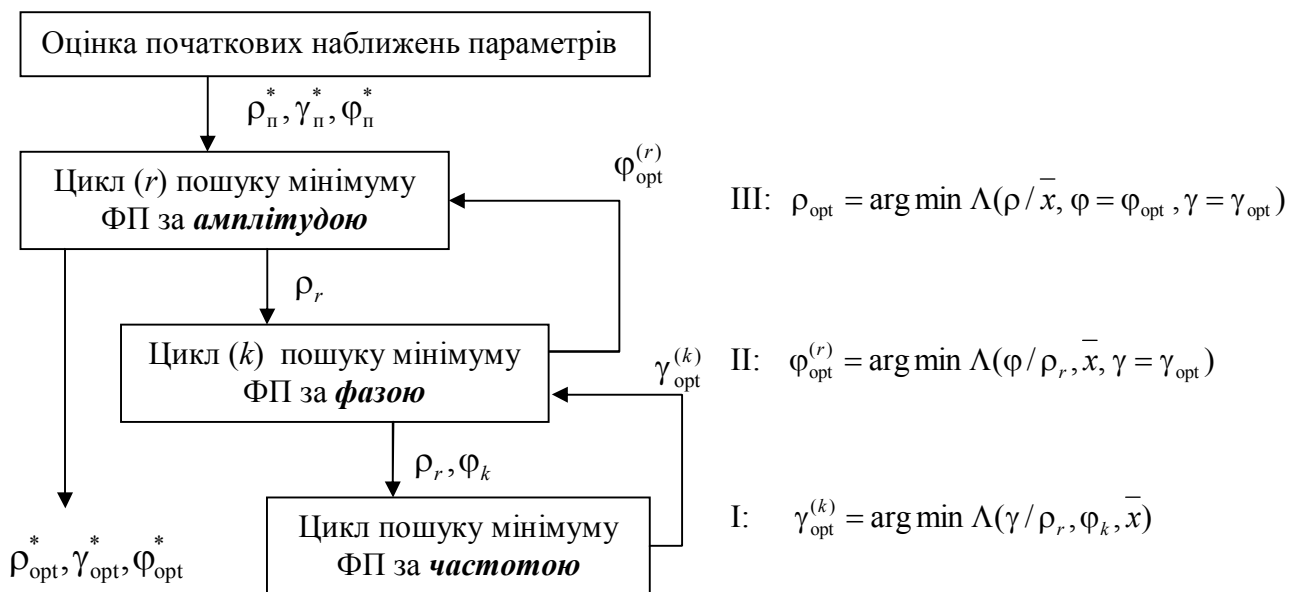


Рис. 2. Загальна структурна схема алгоритму оцінювання параметрів гармонічного сигналу

На кожному рівні мінімізацію виконують ітераційно за одним з параметрів гармонічного сигналу, а саме: на нижньому I – частоти; на середньому II – фази; на верхньому III – амплітуди. Характерним для такого вкладеного алгоритму пошуку є те, що

процедура деякого верхнього рівня завжди використовує локально-оптимальні оцінки інших параметрів, які визначають у результаті попереднього ітераційного пошуку на нижніх рівнях.

Зазначимо, що додаткові дослідження показали більшу стійкість запропонованого АОП відносно таких алгоритмів, які використовували методи одночасної багатовимірної оптимізації – покрокового та градієнтного. І це є наслідком суттєвої полімодальності ФП.

Визначення початкових наближень параметрів. Починається алгоритм пошуку з визначення початкових значень усіх параметрів гармонічного сигналу. Відомо [1 – 4], що ключовою у цьому питанні є оцінювання частоти, оскільки за відомим її значенням можна легко розрахувати два інші параметри. Оцінювати частоту надалі будемо згідно з алгоритмом, що синтезований у праці [2], як

$$\gamma_{\Pi}^* = \arccos(\alpha/2), \quad (4)$$

де α – допустимий корінь квадратного рівняння $\alpha^2 - 2B\alpha - 2 = 0$, в якому коефіцієнт B розраховують за формулою

$$B(x_0, \dots, x_{N-1}) = \sum_{i=1}^{N-2} [(x_{i+1} + x_{i-1})^2 - 2x_i^2] / \left[2 \sum_{i=1}^{N-2} (x_{i+1}x_i + x_ix_{i-1}) \right].$$

Для встановленої початкової частоти гармонічного сигналу початкові значення його амплітуди та фази знаходимо за методом максимальної правдоподібності із системи рівнянь, отриманої диференціюванням ФП (2) за змінними ρ , φ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Lambda}{\partial \rho} = -2 \sum_{i=0}^{N-1} \sin(\gamma i + \varphi) [x_i - \rho \sin(\gamma i + \varphi)] = 0; \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial \varphi} = -2\rho \sum_{i=0}^{N-1} \cos(\gamma i + \varphi) [x_i - \rho \sin(\gamma i + \varphi)] = 0. \end{cases}$$

Використаємо нові змінні:

$$A_x = \rho \cos \varphi, \quad A_y = \rho \sin \varphi.$$

Тоді систему рівнянь після подібних до наведених у праці [1] тотожних перетворень можна подати відносно нових змінних у такому лінійному вигляді:

$$\begin{cases} A_x \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(\gamma i) + A_y \sum_{i=0}^{N-1} \sin(\gamma i) \cos(\gamma i) = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \sin(\gamma i); \\ A_x \sum_{i=0}^{N-1} \cos(\gamma i) \sin(\gamma i) + A_y \sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(\gamma i) = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cos(\gamma i). \end{cases}$$

За її розв'язком розраховуємо початкові оцінки амплітуди та фази:

$$\rho_{\Pi}^* = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \quad \varphi_{\Pi}^* = \arctan(A_y/A_x),$$

які разом з початковою оцінкою частоти визначають тривимірну початкову точку для подальшого пошуку глобального мінімуму ФП.

Процедури числової одновимірної мінімізації. Відповідно до ієрархії АОП першочергово розглянемо процедуру мінімізації ФП за частотою. Оскільки значення фази та амплітуди сигналу на цьому рівні є деякими фіксованими параметрами, які “спущені” з верхніх рівнів мінімізації, то відшукується глобальний мінімум функції однієї змінної $F(\gamma)$, що утворюється як переріз ФП за значеннями цих двох параметрів. Для прикладу на рис. 3

наведено переріз проекції частота–фаза з початковою оцінкою амплітуди $\rho_n^* = 1$ (див. рис. 1, а) за початковою оцінкою фази $\varphi_n^* = -2$ рад. Зазначимо, що наявність зсуву глобального мінімуму функції $F(\gamma)$ відносно істинного значення частоти ($\gamma = 1$ рад), який виникає внаслідок похибок початкових оцінок, не є принциповим на цьому рівні мінімізації.

Суттєвою ознакою отриманої одновимірної функції є полімодальність. Але означені раніше типові властивості ФП як монотонне зменшення значень локальних мінімумів у напрямку глобального та розміщення всіх мінімумів приблизно з постійним періодом (3), – дають змогу побудувати відповідну процедуру багатоекстремальної мінімізації. Розглянемо її на прикладі, коли значення початкової оцінки частоти $\gamma_n^* = 1,45$ попадає у другу справа зону локального мінімуму – точку 1 (рис. 3).

Процедура пошуку глобального мінімуму складається із таких етапів:

а) для точки 1 здійснюється пошук ближнього локального мінімуму (точка 2), наприклад, за допомогою класичного методу золотого перерізу;

б) за відомим періодом чергування мінімумів (3) відносно точки 2 означаються зони сусідніх правого та лівого локальних мінімумів;

в) аналогічно етапу а) уточнюються координати цих мінімумів (точки 3 та 4); далі будується та аналізується обвідна функції $F(\gamma)$, що утворюється з точок її мінімумів;

г) за трьома знайденими локальними мінімумами визначається напрям їх зменшення; якщо мінімум у середній точці (точці 2) виявиться найменшим, то її визначають як точку глобального мінімуму, і пошук завершується;

д) у напрямку монотонного зменшення мінімумів від крайнього мінімуму на відстані періоду (3) означається зона наступного мінімуму;

е) аналогічно етапу а) уточнюється локальний мінімум (точка 5);

ж) далі пошук здійснюється шляхом циклічного виконання етапів г), д) та е), що приводить до глобального мінімуму – це точка 5 відносно точок 4 та 6.

Таким чином, буде знайдена частота сигналу, що мінімізує ФП за фіксованих значень амплітуди ρ_r і початкової фази φ_k : $\gamma_{\text{opt}}^{(k)} = \arg \min_{\gamma} \Lambda(\gamma / \rho_r, \varphi_k, \bar{x})$.

Вочевидь знайдена точка оптимальної частоти розміщується на дні головного жолобу $\Im$ проекції частота – фаза, який позначено пунктиром на рис. 1, а. Цей факт, а також унімодальність цього жолобу за фазою в зоні, що обмежується $\pm \pi$ від істинного її значення, дає змогу на рівні II здійснювати пошук оптимального значення фази також за процедурою одновимірної мінімізації шляхом спуску по дну головного жолоба: $\varphi_{\text{opt}}^{(r)} = \arg \min_{\varphi} \Lambda(\varphi / \rho_r, \bar{x}, \gamma = \gamma_{\text{opt}})$. Використати для цього можна, наприклад, зазначену раніше процедуру локальної мінімізації у точці 2. Причому на рівні II розрахунок поточного значення ФП вже не робиться, а завжди використовується отриманий результат нижнього рівня.

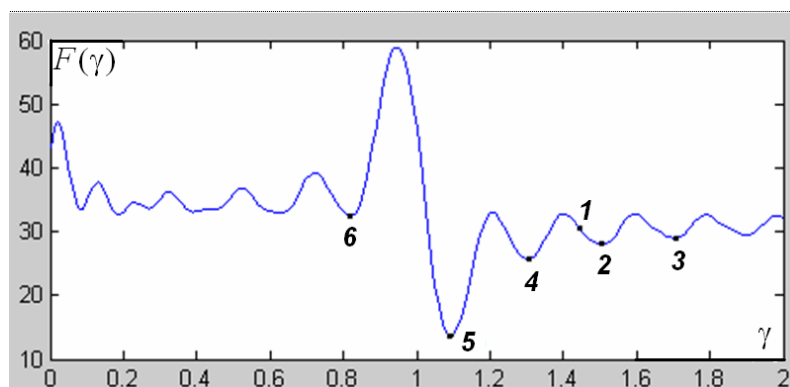


Рис. 3. Переріз ФП за фазою та амплітудою

Вочевидь, кожний крок рівня II означає відносно рівня I формування відповідного перерізу за поточною частотою; тому поступове наближення фази до оптимального значення також сприяє зменшенню відхилення глобального мінімуму функцій $F(\gamma)$, що обробляються на рівні I, від істинної частоти. Результатом оптимізації рівня II є мінімум ФП за двома параметрами, який міститься у точці 7.

Оскільки ФП за амплітудою є унімодальною (див. рис. 1, б, в), то мінімізація на рівні III здійснюється подібно до рівня II з тією відмінністю, що використовуються вже результати двох вкладених процедур оптимізації ФП за частотою та фазою. По завершенні ітераційного пошуку на рівні III маємо остаточні оцінки трьох шуканих параметрів $\rho_{\text{opt}}^*, \gamma_{\text{opt}}^*, \varphi_{\text{opt}}^*$.

Критерії ефективності оцінювання параметрів. Багатогранність пошукових процедур запропонованого АОП гармонічного сигналу сприяє тому, що процес оброблення конкретної пачки відліків може завершитися декількома подіями, які відрізняються характерним ознаками.

Якщо в процесі розрахунків виявляються однозначно некоректні поточні результати, то приймається рішення про наявність “збою алгоритму”, наслідком чого є відсутність оцінок параметрів. Виділимо дві події збою. Одна з них – “подія-А” (або початковий збій) – може з’являтися на етапі розрахунку початкової оцінки частоти, коли аргумент арккосинусу (4) виходить за допустимі межі існування $[-1, 1]$. Характерна ознака другого збою – “подія-В” (або кінцевий збій) – це отримання після завершення алгоритму деякого від’ємного значення частоти, що свідчить про неможливість достовірно оцінити параметри сигналу в заданих умовах. Це трапляється, коли пошукова процедура опиняється в якомусь з побічних жолобів ФП, який має монотонний нахил. Достатніми числовими критеріями обох подій збою є ймовірності їх появи.

Ще одна характерна подія – “подія D”, як показали статистичні дослідження, – це остаточне завершення процедури оцінювання частоти у якомусь боковому локальному мінімумі; тобто маємо хибний зсув оцінки частоти. Для АОП така подія є прихованою, внаслідок чого отримана груба оцінка може безконтрольно передаватися в інші алгоритми оброблення даних вимірювальної системи. На етапі загального аналізу властивостей АОП доцільно окремо дослідити характеристики такої події. Як інтегральний її критерій обираємо ймовірність появи; більш ретельним описом є гістограма оцінок з розрахованими моментами, наприклад, математичним сподіванням та дисперсією.

Останньою у повній групі подій залишається ситуація – “подія С” (або достовірною оцінка), коли оцінка частоти попадає у зону глобального максимуму, ширину якої встановлюємо рівною періоду чергування мінімумів (3). Подібно до попередньої події критеріями ефективності події С є ймовірність появи, яку означимо як достовірність оцінки, та гістограма з необхідними моментами.

Таким чином, суттєва багатокритеріальність визначення ефективності АОП дозволяє детально висвітлити характерні його властивості, знання яких потрібно для прийняття рішення про можливість застосування в технічних вимірювальних системах.

Аналіз ефективності алгоритму оцінювання параметрів здійснюється на підставі розрахованих методом статистичного моделювання числових критеріальних показників, зведених у таблицю, для різних значень параметрів гармонічного сигналу та потужності шуму. При цьому розмір пачки відліків дорівнював $N = 32$, а кількість однакових статистичних випробувань для одного досліду становила 500. Оскільки дослідження показали, що точність оцінки початкової фази мало залежить від істинного її значення, то результати наводяться тільки для одного її значення $\varphi = 0$.

Результати статистичних досліджень виявили такі основні властивості АОП гармонічного сигналу. Його ефективність значною мірою залежить від тривалості інтервалу спостереження. Якщо він становить декілька періодів сигналу, то достовірність і точність оцінок параметрів достатньо високі.

Показники ефективності оцінок параметрів

№ з/п	Характеристики моделювання			Початкова оцінка параметрів				
	P_s / P_n	Кількість періодів	Нормована частота	Зміщення оцінок, %			Подія А: імовірність збою	Подія В: імовірність збою
				Частота	Фаза	Амплітуда		
1	2	5	1,00	0,10	-0,56	-9,05	0,000	0,000
2	1	5	1,00	0,50	-0,68	-21,85	0,010	0,002
3	5	2,5	0,50	-0,60	0,37	-4,17	0,000	0,000
4	2	2,5	0,50	-2,00	-1,31	-17,50	0,022	0,002
5	20	1	0,20	-1,00	0,32	-1,45	0,002	0,002
6	5	1	0,20	4,50	-3,57	-10,12	0,122	0,056
7	2	1	0,20	28,50	-11,27	-28,85	0,270	0,058

Продовження таблиці

№ з/п	Подія С – достовірна оцінка							Подія D – хибна оцінка	
	Імовірність події С	Зміщення оцінок, %			СКВ оцінок, %			Імовірність події D	Зміщення оцінки частоти, %
		Частота	Фаза	Амплітуда	Частота	Фаза	Амплітуда		
1	0,998	0,00	4,70	-0,19	3,92	1,30	14,00	0,002	-52,90
2	0,962	0,00	15,90	-0,21	5,57	3,47	23,83	0,026	1,10
3	1,000	0,00	1,80	-0,05	2,48	-0,13	8,73	0,000	-100,00
4	0,972	0,00	7,00	-0,03	3,93	-0,75	15,60	0,004	-96,60
5	0,996	0,00	2,00	0,06	1,26	0,25	3,86	0,000	-100,00
6	0,822	-0,50	4,50	0,05	2,55	-0,66	10,69	0,000	-100,00
7	0,664	-1,00	13,00	0,16	3,92	-2,25	18,35	0,008	88,00

Коли ж сигнал доступний для вимірювання лише на інтервалі часу в один період, то ефективність алгоритму різко падає, а для підвищення достовірності оцінок необхідно забезпечувати відношення потужностей сигнал/шум у розмірі декількох десятків одиниць.

Причому передусім суттєво погіршується точність початкової оцінки частоти, та, як наслідок, збільшуються імовірності збоїв та похибок. Було встановлено, що АОП є більш чутливим до додатної помилки початкової оцінки частоти, починаючи приблизно з 20 % , а від'ємні помилки до – 50 % ще можуть бути скореговані в подальшому процесі ітераційного оцінювання.

Коли розрахунки АОП приводять все ж таки до достовірної зони (подія С), то навіть за малих рівнів потужності сигналу, зміщення оцінок параметрів, що достатньо велике для початкових оцінок, практично відсутнє у кінцевих оцінках. Концентруються вони достатньо близько від істинних значень. Причому відносні похибки кінцевої оцінки частоти дещо менші, ніж для початкової фази та амплітуди.

З практичного погляду, виявлення збоїв дає змогу захищати інформаційну систему користувача від їх впливу. Значно неприєнятною є поява неконтрольованої грубої похибки оцінки частоти, навіть з меншою ймовірністю, оскільки її дія може призвести до

катастрофічних наслідків. Але примітним є те, що зсув частоти, зазвичай, перевищує значення періоду чергування мінімумів (4), тому для захисту від такої події вимірювальна система має априорно обмежувати зону очікуваних значень частоти.

Окремо зазначимо, що за інших розмірів пачки відліків означені характерні властивості АОП гармонічного сигналу якісно не змінювалися.

Висновки

1. Полімодальний рельєф ФП гармонічного сигналу потребує для забезпечення стійкості АОП, побудови його у вигляді ієрархічної структури вкладених одновимірних процедур оптимізації окремо за кожним параметром, рівні яких встановлюються відповідно до збільшення чутливості ФП, зверху до низу: амплітуда – фаза – частота.

2. Період чергування мінімумів ФП за нормованою частотою гармонічного сигналу є обернено пропорційним до розміру пачки відліків.

3. Завершення АОП відбувається, відповідно до результатів розрахунку частоти, у межах чотирьох подій, що утворюють повну групу: початковий збій, кінцевий збій, хибна оцінка, достовірна оцінка. Обидві події збоїв є контрольованими.

4. Критерії ефективності АОП визначаються за комплексом статистичних характеристик відповідно до кожної зазначеної вище події завершення алгоритму як імовірності подій та показники точності двох останніх незбійних подій.

5. Ефективність АОП суттєво погіршується, коли інтервал спостереження є меншим за один період гармонічного сигналу.

6. Найбільш критичний АОП до точності початкового значення частоти.

7. Відносна похибка достовірної оцінки частоти менша, ніж для фази та амплітуди.

Список літератури

1. Минц М. Я. Оперативный метод измерения параметров гармонического сигнала / М. Я. Минц, В. Н. Чинков // Измерительная техника. – 1994. – №3. – С. 47 – 51.
2. Прокопенко І. Г. Квазіоптимальна оцінка частоти гармонічного сигналу на обмеженому інтервалі спостереження / І. Г. Прокопенко, І. П. Омельчук // Електроніка та системи управління. – 2009. – № 1 (19). – С. 39 – 45.
3. Никитин А. В. Измерение мгновенной частоты широкополосных сигналов на коротком интервале наблюдения / А. В. Никитин, С. В. Юшанов // Измерительная техника. – 2008. – №2. – С. 50 – 54.
4. Каюков Н. В. Сравнительный анализ различных методов оценки частоты сигналов / Н. В. Каюков, В. Б. Манелис // Радиоэлектроника. – 2006. – №7. – С. 42 – 56.
5. Двинских В. А. Вычисление параметров периодических составляющих дискретных данных с ограниченным интервалом наблюдения // Измерительная техника. – 1998. – №. – С. 10 – 12.
6. Стронгин Р. Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах / Р. Г. Стронгин – М.: Наука, 1978 – 240 с.

И. Г. Прокопенко, И. П. Омельчук, Ю. Д. Чирка, С. В. Мигель

Оценка параметров гармонического сигнала на ограниченном интервале наблюдения

Предложен и исследован численный итерационный алгоритм оценки параметров дискретизированного гармонического сигнала на фоне некоррелированного гауссовского шума методом максимального правдоподобия.

I. G. Prokopenko, I. P. Omelchuk, Y. D. Chirka, S. V. Migel

The estimation of harmonic signal parameters on a limited observation interval

The numerical iterative algorithm the discrete harmonic signal parameters estimation mixed with uncorrelated Gauss' noise by the maximum likelihood method is proposed and researched.