

УДК 681.3+519.6(045)

О. А. Пастух, канд. техн. наук

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОДАННЯ НЕЧІТКИХ ГРАФІВ У РЕГІСТРІ КВАНТОВОГО ПРОЦЕСОРА СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Тернопільський державний технічний університет ім. І. Пулюя, e-mail: zav_mdi@eu.edu.ua

Розглянуто числове моделювання подання нечітких графів у регістрі квантового процесора систем керування. Процес числового моделювання ґрунтується на поданні нечіткого бінарного відношення у вигляді квантового нечіткого бінарного відношення, яке безпосередньо подається у регістрі квантового процесора. Цей процес здійснюється за допомогою ряду квантових унітарних операторів, що складають квантову мікропрограму, яка графічно зображується за допомогою квантової мережі. Отримані результати підтверджують правильність теоретичних засад, які покладено в основу апроксимування подання нечітких даних за допомогою квантових нечітких даних у регістрі квантового процесора і цим самим формують підстави для проведення практичних робіт.

Ключові слова: регістр квантового процесора, нечіткі графи, квантові унітарні оператори.

Вступ. Однією з важливих складових систем керування, яка вагомо впливає на їх функціонування, є адаптованість використовуваного математичного забезпечення до роботи процесора як одного з основних елементів апаратного забезпечення.

Оскільки в основу багатьох елементів математичного забезпечення сучасних систем керування покладено графи (зокрема, нечіткі графи), які однозначно і повно подаються бінарними відношеннями (зокрема, нечіткими бінарними відношеннями, про які йтиметься далі); а основним елементом апаратного забезпечення є квантовий процесор (q -процесор, який завдяки квантовому паралелізму та квантовій інтерференції має ефективніші обчислювальні можливості порівняно із класичним процесором), то логічним є розгляд питання числового моделювання подання нечітких графів (нечітких бінарних відношень) у регістрі q -процесора.

Аналіз досліджень і публікацій. Відомо [1; 2], що нечіткі бінарні відношення однозначно подаються своїми індикаторними функціями (функціями належності). Псевдоподання нечітких бінарних відношень у процесорі систем керування реально здійснюється на основі подання у процесорі їх індикаторних функцій. Особливістю квантового процесора є те, що дані подаються у квантовій формі. Хоча функціонуванню квантового процесора присвячено велику кількість праць, серед яких можна відзначити, наприклад, [3 – 5], вирішення питання – подання нечітких бінарних відношень (нечітких графів) у регістрі квантового процесора – залишається відкритим як у теоретичному, так і у практичному аспектах. Відомо, що практичному розв'язанню має передувати теоретичне правильність якого можна перевірити проведенням числового експерименту.

Мета. Числове експериментування подання нечітких графів (нечітких бінарних відношень) у регістрі q -процесора систем керування.

Постановка завдання. Числове моделювання подання нечітких бінарних відношень (їх індикаторних функцій) у регістрі q -процесора за допомогою квантових нечітких бінарних відношень (їх індикаторних функцій), які вперше введено автором у його праці [6].

Числове моделювання подання нечітких графів за допомогою індикаторних функцій нечітких бінарних відношень. Розгляньмо спочатку числове моделювання нечітких графів за допомогою нечітких бінарних відношень.

Нехай дано, наприклад, вершини (міста): u_1, u_2, u_3, u_4 та зв'язки між ними (відстані між містами), як показано на рис. 1.

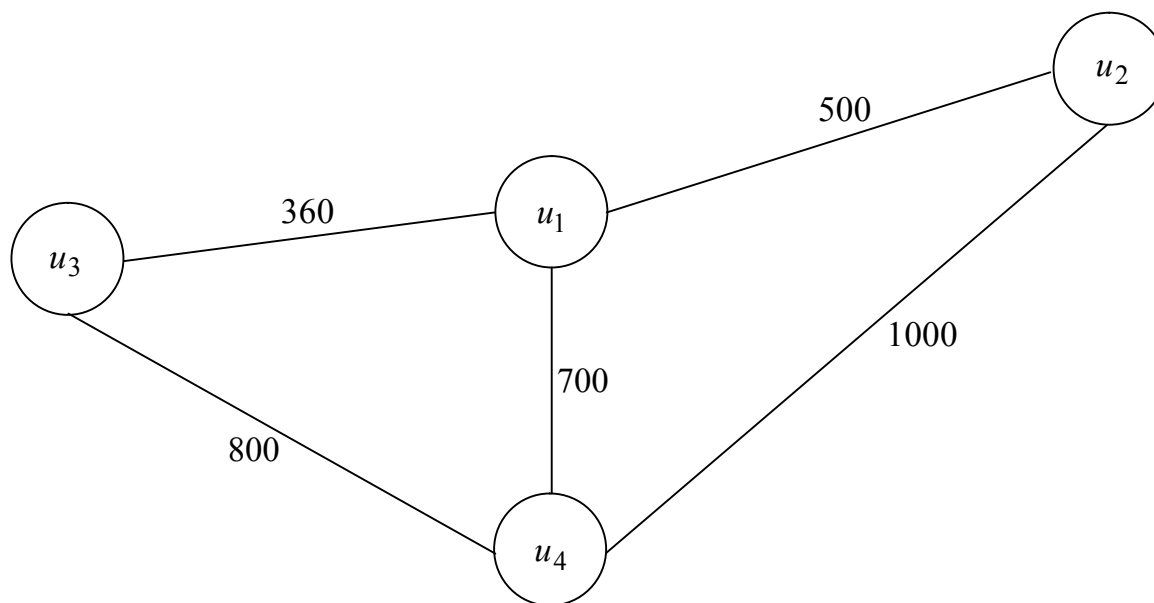


Рис. 1. Нечіткий граф, який зображає міста: u_1, u_2, u_3, u_4 та відстані між ними

Такий нечіткий граф задається нечітким бінарним відношенням $f\tilde{G}$ з індикаторною функцією $I_{f\tilde{G}}(\tilde{u}_i, u_j)$, $\tilde{u}_i, u_j \in U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$, $i, j = \overline{1,4}$, значення якої наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Значення індикаторної функції $I_{f\tilde{G}}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$ нечіткого бінарного відношення $f\tilde{G}$

$\tilde{u}, u$	u_1	u_2	u_3	u_4
$\tilde{u}_1$	0	500	360	700
$\tilde{u}_2$	500	0	0	1000
$\tilde{u}_3$	360	0	0	800
$\tilde{u}_4$	700	1000	800	0

Від нечіткого графу $f\tilde{G} \subset U \times U$ завжди можна перейти до нормованого нечіткого графу $fG \subset U \times U$, індикаторна функція $I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j)$, $\tilde{u}_i, u_j \in U$, $i, j = \overline{1,4}$ якого визначається із $I_{f\tilde{G}}(\tilde{u}_i, u_j)$, $\tilde{u}_i, u_j \in U$, $i, j = \overline{1,4}$ за формулою нормування, зокрема

$$I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j) = \frac{I_{f\tilde{G}}(\tilde{u}_i, u_j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 I_{f\tilde{G}}^2(\tilde{u}_i, u_j)}}.$$

Ураховуючи, що (табл. 1) значення індикаторної функції $I_{f\tilde{G}}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$ дорівнюють нулю, значення індикаторної функції $I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$ будуть такими, як наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Значення індикаторної функції $I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$ нечіткого бінарного відношення fG

$u, \tilde{u}$	u_1	u_2	u_3	u_4
$\tilde{u}_1$	0	0,23	0,16	0,31
$\tilde{u}_2$	0,23	0	0	0,45
$\tilde{u}_3$	0,16	0	0	0,35
$\tilde{u}_4$	0,31	0,45	0,35	0

Таким чином, нечіткий граф (рис. 1), математично зображується нечітким бінарним відношенням fG , тобто індикаторною функцією $I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$, значення якої наведено в табл. 2.

Числове моделювання подання нечіткого бінарного відношення у регістрі q -процесора на основі квантового нечіткого бінарного відношення за допомогою індикаторних функцій. Розгляньмо числове моделювання, яке на основі введених автором у його роботі [6] квантових нечітких відношень імітує подання нечіткого бінарного відношення fG у регістрі q -процесора.

Нехай регістр q -процесора містить чотири кубіти q_1, q_2, q_3, q_4 . Закодуємо символи u_1, u_2, u_3, u_4 , які подають елементи універсуму U в базисні стани кубітів q_1 та q_2 відповідно $|0_2 0_1\rangle, |0_2 1_1\rangle, |1_2 0_1\rangle, |1_2 1_1\rangle$, а символи $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3, \tilde{u}_4$, які подають ті ж елементи універсуму U в базисні стани кубітів q_3 та q_4 відповідно $|0_4 0_3\rangle, |0_4 1_3\rangle, |1_4 0_3\rangle, |1_4 1_3\rangle$. Тоді сукупність

$$\begin{aligned}
 (\tilde{u}_1, u_1) &= |0_4 0_3\rangle \otimes |0_2 0_1\rangle = |0_4 0_3 0_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_1, u_2) &= |0_4 0_3\rangle \otimes |0_2 1_1\rangle = |0_4 0_3 0_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_1, u_3) &= |0_4 0_3\rangle \otimes |1_2 0_1\rangle = |0_4 0_3 1_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_1, u_4) &= |0_4 0_3\rangle \otimes |1_2 1_1\rangle = |0_4 0_3 1_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_2, u_1) &= |0_4 1_3\rangle \otimes |0_2 0_1\rangle = |0_4 1_3 0_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_2, u_2) &= |0_4 1_3\rangle \otimes |0_2 1_1\rangle = |0_4 1_3 0_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_2, u_3) &= |0_4 1_3\rangle \otimes |1_2 0_1\rangle = |0_4 1_3 1_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_2, u_4) &= |0_4 1_3\rangle \otimes |1_2 1_1\rangle = |0_4 1_3 1_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_3, u_1) &= |1_4 0_3\rangle \otimes |0_2 0_1\rangle = |1_4 0_3 0_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_3, u_2) &= |1_4 0_3\rangle \otimes |0_2 1_1\rangle = |1_4 0_3 0_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_3, u_3) &= |1_4 0_3\rangle \otimes |1_2 0_1\rangle = |1_4 0_3 1_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_3, u_4) &= |1_4 0_3\rangle \otimes |1_2 1_1\rangle = |1_4 0_3 1_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_4, u_1) &= |1_4 1_3\rangle \otimes |0_2 0_1\rangle = |1_4 1_3 0_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_4, u_2) &= |1_4 1_3\rangle \otimes |0_2 1_1\rangle = |1_4 1_3 0_2 1_1\rangle, \\
 (\tilde{u}_4, u_3) &= |1_4 1_3\rangle \otimes |1_2 0_1\rangle = |1_4 1_3 1_2 0_1\rangle, & (\tilde{u}_4, u_4) &= |1_4 1_3\rangle \otimes |1_2 1_1\rangle = |1_4 1_3 1_2 1_1\rangle
 \end{aligned}$$

являє собою закодовані елементи універсуму $U \times U$.

Розгляньмо для числового моделювання подання індикаторної функції $I_{fG}(\tilde{u}_i, u_j)$, $i, j = \overline{1,4}$ у регістрі q -процесора, квантову мікропрограму в унітарно-операторній формі, яка діє на початковий квантовий стан $|\psi_{\text{вх.}}\rangle = |0_4 0_3 0_2 0_1\rangle$ регістра q -процесора:

$$\begin{aligned}
 & \Xi_{fG \rightarrow qfG} (\mathbf{H}|0_1\rangle \otimes \mathbf{H}|0_2\rangle \otimes \mathbf{H}|0_3\rangle \otimes \mathbf{H}|0_4\rangle) = \\
 & = I_{fG}(\tilde{u}_1, u_1) |0_4 0_3 0_2 0_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_1, u_2) |0_4 0_3 0_2 1_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_1, u_3) |0_4 0_3 1_2 0_1\rangle + \\
 & + I_{fG}(\tilde{u}_1, u_4) |0_4 0_3 1_2 1_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_2, u_1) |0_4 1_3 0_2 0_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_2, u_2) |0_4 1_3 0_2 1_1\rangle + \\
 & + I_{fG}(\tilde{u}_2, u_3) |0_4 1_3 1_2 0_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_2, u_4) |0_4 1_3 1_2 1_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_3, u_1) |1_4 0_3 0_2 0_1\rangle + \\
 & + I_{fG}(\tilde{u}_3, u_2) |1_4 0_3 0_2 1_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_3, u_3) |1_4 0_3 1_2 0_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_3, u_4) |1_4 0_3 1_2 1_1\rangle +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + I_{fG}(\tilde{u}_4, u_1)|1_4 1_3 0_2 0_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_4, u_2)|1_4 1_3 0_2 1_1\rangle + I_{fG}(\tilde{u}_4, u_3)|1_4 1_3 1_2 0_1\rangle + \\
& + I_{fG}(\tilde{u}_4, u_4)|1_4 1_3 1_2 1_1\rangle = 0,23|0_4 0_3 0_2 1_1\rangle + 0,16|0_4 0_3 1_2 0_1\rangle + 0,31|0_4 0_3 1_2 1_1\rangle + \\
& + 0,23|0_4 1_3 0_2 0_1\rangle + 0,45|0_4 1_3 1_2 1_1\rangle + 0,16|1_4 0_3 0_2 0_1\rangle + 0,35|1_4 0_3 1_2 1_1\rangle + 0,31|1_4 1_3 0_2 0_1\rangle + \\
& + 0,45|1_4 1_3 0_2 1_1\rangle + 0,35|1_4 1_3 1_2 0_1\rangle = |\psi_{\text{вих}}\rangle = I_{qfG},
\end{aligned} \quad (1)$$

де квантові унітарні оператори

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\text{diag } \Xi_{fG \rightarrow qfG} (0, 0,23, 0,16, 0,31, 0,23, 0, 0, 0,45, 0,16, 0, 0, 0,35, 0,31, 0,45, 0,35, 0).$$

Мікропрограму графічно можна зобразити у вигляді квантової мережі (рис. 2).

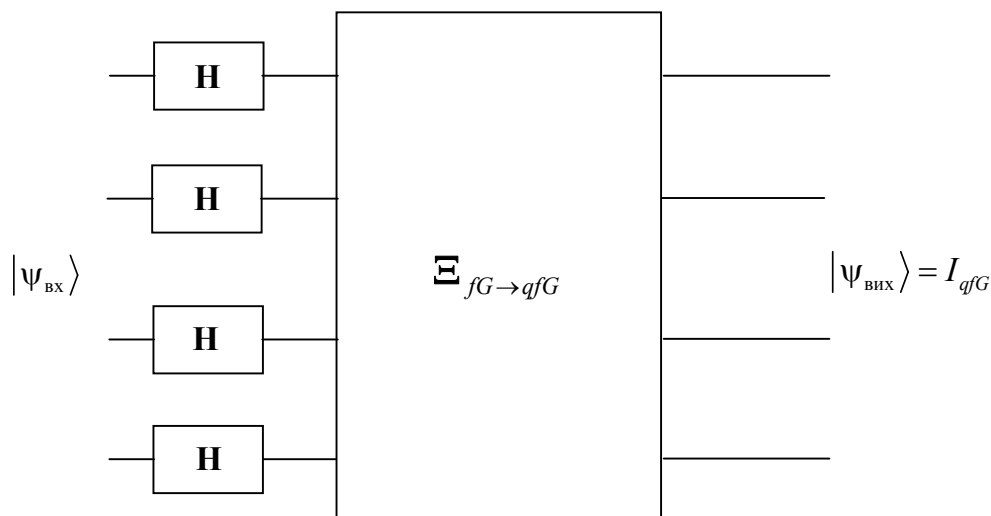


Рис. 2. Квантова мережа мікропрограми, яка імітує подання нечіткого бінарного відношення fG , зокрема його індикаторної функції I_{fG} у регістрі q -процесора у вигляді квантового нечіткого бінарного відношення qfG , зокрема його індикаторної функції I_{qfG}

Після виконання мікропрограми над регістром q -процесора він перебуватиме у квантовому стані, який описується індикаторною функцією I_{qfG} квантового нечіткого бінарного відношення qfG , тобто регістр q -процесора містить квантове нечітке бінарне відношення qfG . А оскільки існує взаємна однозначність між значеннями області визначення індикаторної функції I_{fG} нечіткого бінарного відношення fG та їх двійковими кодами – значеннями області визначення індикаторної функції I_{qfG} квантового нечіткого бінарного відношення qfG , причому за всіх цих значень $I_{fG} = I_{qfG}$, то цим самим регістр q -процесора містить нечітке бінарне відношення fG , зокрема його індикаторну функцію I_{fG} із закодованими значеннями області визначення.

Рівність значень I_{fG} , наведених у табл. 2, із значеннями I_{qfG} у формулі (1), за взаємно однозначного кодування декодування їх областей визначення підтверджує подання нечіткого графу (нечіткого бінарного відношення fG) у регістрі q -процесора.

Очевидність цього числового експерименту демонструє, що за індукцією нечіткі гіперграфи як математичні моделі різних об'єктів і процесів систем керування також можуть

бути подані в реєстрі q -процесора за допомогою квантових нечітких N -арних відношень (квантових нечітких гіперграфів).

Висновки. Отримано результати числового моделювання подання нечітких бінарних відношень (нечітких графів) у реєстрі q -процесора систем керування за допомогою квантових нечітких бінарних відношень, які формують теоретичний базис для практичних робіт з розв'язування цих завдань.

Список літератури

1. Рыжов А. П. Элементы теории нечетких множеств и ее приложений. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 81 с.
2. Мацневский С. В. Нечеткие множества: учеб. пособие. – Калининград: Изд-во КГУ, 2004. – 176 с.
3. Китаев А. Классические и квантовые вычисления / А. Китаев, А. Шень, М. Вялый – М.: МПНМО, ЧеРо, 1999. – 192 с.
4. Ожигов Ю. И. Квантовые вычисления: учеб.-метод. пособие. – М.: МГУ, 2003. – 104 с.
5. Фейнман Р. Квантово-механические компьютеры // Квантовые компьютеры и квантовые вычисления. – 1999. – Т.0, №2, С. 125 – 156.
6. Пастух О. А. Квантові нечіткі відношення квантових нечітких множин. Квантові нечіткі графи // Вісн. Хмельн. нац. ун-ту. – 2009. – №1. – С. 246 – 254.

О. А. Пастух

Численное моделирование представления нечетких графов в регистре квантового процессора систем управления

Рассмотрено численное моделирование представления нечетких графов в регистре квантового процессора систем управления. Данный процесс численного моделирования базируется на представлении нечеткого бинарного отношения в виде квантового нечеткого бинарного отношения, которое непосредственно представляется в регистре квантового процессора. Данный процесс осуществляется с помощью совокупности квантовых унитарных операторов, что составляют квантовую микропрограмму, которая графически изображается с помощью квантовой сети. Полученные результаты подтверждают правильность теоретических оснований, которые составляют базис аппроксимации представления нечетких данных с помощью квантовых нечетких данных в регистре квантового процессора и тем самым формируют основания для проведения практических работ.

О. А. Pastukh

Numerical modeling fuzzy graphs in the register of quantum processor of control systems

Numerical modeling fuzzy graphs in the register of quantum processor of control systems investigated. The given process of numerical modeling is based upon introduction of fuzzy binary relation in the form of quantum fuzzy binary relation which is presented in the register of quantum processor. The process is performed by means of a set of quantum unitary operators which constitute quantum micro program which is graphically represented through quantum network. The obtained results confirm the validity of the theoretical backgrounds which are the base of approximation of introduction of fuzzy data by means of quantum fuzzy data in the register of quantum processor and predetermine the practical works.