УДК 621.396 (045)

Ю. А. Егоршин, канд. техн. наук

УПРОЩЕНИЕ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ПОМОЩИ НУЛЛОРНЫХ МОДЕЛЕЙ

Институт электроники и систем управления НАУ, e-mail: iesy@nau.edu.ua

Предложена методика расчета линейных электронных цепей, содержащих операционные усилители, с использованием нуллорных моделей электронных элементов.

Ключевые слова: нуллорные модели, электронные цепи, анализ и синтез.

Введение и постановка задачи. Нуллорные модели (НМ), представляющие собой пару аномальных элементов – ноллатор (*NL*) и норатор (*NR*) были предложены еще 40 лет назад и описывались в технической литературе и в учебных пособиях [1 – 3].

Однако до сих пор НМ не нашли должного распространения, что, возможно, было связано с приближенностью этих моделей и с недостаточной разработанностью методик их использования. Действительно, на первый взгляд, свойства нуллора: на входе ничего, на выходе – все что угодно, представляются бессмыслицей. Однако за счет учета вводимых в схему обратных связей, а также пассивных элементов, подключаемых на входе и выходе НМ, удается легко и анализировать, и синтезировать разнообразные электронные устройства, а также выявлять ошибки схемных решений и расчетных выражений.

В последнее время удалось уточнить НМ для строгого описания любых активных линейных цепей, содержащих, например, транзисторы и операционные усилители, разных типов [4]. Впрочем, для инженерного решения задач анализа линейных электронных цепей достаточно использовать и приближенные НМ. При этом нет необходимости в установлении разновидностей отрицательных обратных связей, типа напряжение−напряжение, ток−напряжение, напряжение−ток и т. д. Практически все необходимые соотношения и характеристики следуют из законов Кирхгофа и Ома [5].

Простота этих моделей позволяет производить расчеты относительно сложных цепей, даже при отсутствии высокой квалификации, например, у студентов младших курсов высшего учебного заведения. В принципе, свойства нуллора были использованы в научно-популярных пособиях, например [6], при обучении школьников Франции основам электроники.

Ниже предлагается методика анализа линейных электронных цепей, содержащих операционные усилители (ОУ), основанные на использовании приближенных НМ.

Нуллорные модели. НМ – пара *NL*, *NR* (рис. 1) − соответствует некоторому идеальному ОУ. Эта модель наиболее удобна для представления инвертирующей и неинвертирующей схем включения ОУ (рис. 2, 3).

Для *NL* вольт-амперная характеристика (ВАХ) − нуль в начале координат, а ВАХ *NR* – вся плоскость (на входе нуль, на выходе все, что угодно).

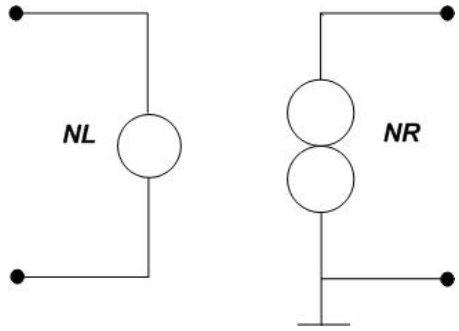

Рис. 1. Нуллорная модель

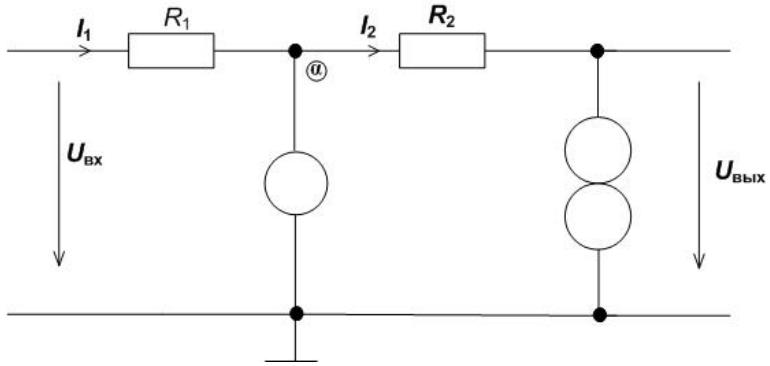

Рис. 2. Инвертирующая схема

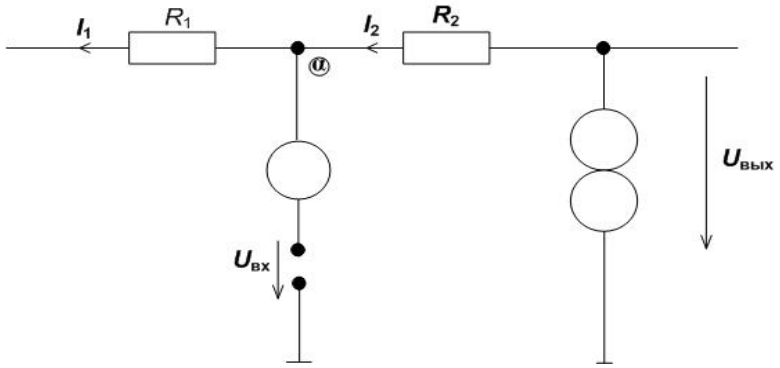

Рис. 3. Неинвертирующая схема

В работе[1] нуллор рассматривается как трехполюсник, когда один зажим *NL* и один зажим *NR* соединены вместе. Это правильно для схемы, показанной на рис. 2. Однако в схеме на рис. 3 нет соединения зажимов *NL* и *NR*. Поэтому более правильной НМ является предлагаемая схема (рис. 1). Заметим, что заземление одного из зажимов *NR* осуществляется реально при подключении двух источников питания ОУ, имеющих общую точку. Благодаря обратным связям, введенных в схемах (рис. 2, 3), выходные напряжения $U_{вых}$ принимают вполне определенные значения в зависимости от $U_{вх}$. Исходя из принятых свойств *NL* в схеме (рис. 2), $\varphi_a = 0$, тогда $U_{R1} = U_{вх}$, $I_1 = U_{вх}/R_1$, $I_2 = I_1$, $U_{R2} = U_{вх}R_2/R_1$ и $U_{вых} = 0 - U_{R2} = -U_{вх}R_2/R_1$.

Подобным образом получим для схемы, показанной на рис. 3, потенциал $\varphi_a = U_{вх}$, $I_1 = U_{вх}/R_1$, $I_2 = I_1$, $U_{R2} = U_{вх}R_2/R_1$, $U_{вых} = \varphi_{a+} U_{R2} = U_{вх}(1+R_2/R_1)$.

Рассмотрим применения НМ в задачах анализа более сложных линейных схем, содержащих один ОУ.

Методика расчета, основанная на методе уравнений Кирхгофа. Рассмотрим схему активного фильтра (АФ), рис. 4.

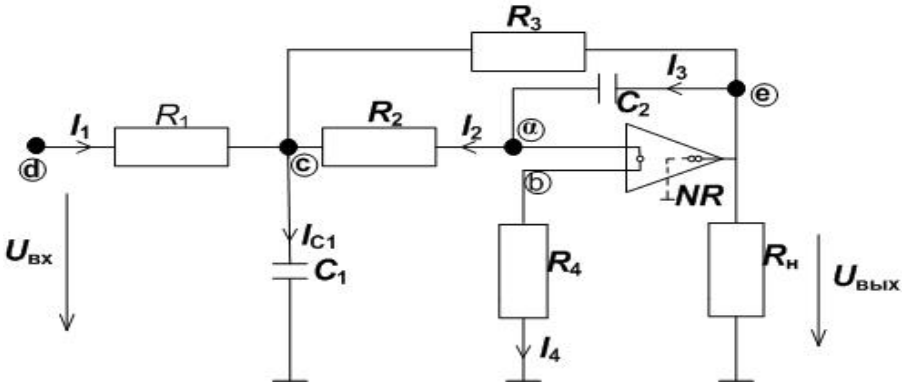

Рис. 4. Схема фильтра

Учтем вход ОУ в виде *NL*, а выход в виде *NR*. Тогда с учетом свойств *NL* считаем $I_4 = 0$, $\varphi_b = 0$, $\varphi_a = 0$. Задаем некоторое значение $U_{вых}$. Тогда $U_{c2} = U_{вых}$ -0 и $I_{C2} = Y_{c2}\, U_{вых}$. С учетом свойств *NL* имеем $I_2 = I_{c2}$ (I_2 – ток через R_2). Отсюда $U_{R2} = R_2 I_2$ и потенциал $\varphi_c = \varphi_a - U_{R2} = -U_{R2}$. Зная φ_c, находим $I_3 = (U_{вых}.-\varphi_c)/R_3 = U_{вых}(1+Y_{c2}R_2)/R_3$, $I_{c1} = Y_{c1}$, $\varphi_c = -Y_{c1}\, Y_{c2}\, R_2\, U_{вых}$. Зная I_3, I_2, I_{c1}, по первому закону Кирхгофа находим $I_1 = I_{c1} - I_2 - I_3 = (-Y_{c1}\, Y_{c2}\, R_2 - Y_{c2} - 1/R_3 + Y_{c2}\, R_2/R_3)\, U_{вых}$ и получаем $U_{R1} = I_1 R_1$. Далее получаем $U_{вх} = U_{R1} + \varphi_c = -U_{вых}(Y_{c2}\, R_2 + R_1 Y_{c1} Y_{c2} + R_2 + R_1\, Y_{c2} - R_1/R_3 + Y_{c2}\, R_2\, R_1/R_3)$, отсюда находим $Ku = U_{вых}/U_{вх} = -1/(Y_{c2}\, R_2 + R_1\, Y_{c1}\, Y_{c2}\, R_2 + R_1 Y_{c2} - R_1/R_3 + Y_{c2} R_2 R_1/R_3)$. Это выражение полностью совпадает с выражением *Ku*, приведенном в работе [2], без его вывода.

В частном случае, когда $R_1 = R_2 = R_3$, $C_1 = C_2$, имеем $Ku = -1/(3\ Y_cR + Y_c^2R^2 - 1)$, т. е. комплексный коэффициент передачи $Ku(\omega) = -1/(3j\omega CR + C^2\omega^2j^2R^2 - 1)$. Итак, последовательность расчета схемы (рис. 4) можно символично представить в виде:

$$\varphi_b \to \varphi_a \to U_{c2} \to I_{c2} \to U_{R2},\ \ \varphi_c \to I_{c1},\ I_3 \to I_1 \to U_{R1} \to U_{вх} \to Ku.$$

Подобным образом можно рассчитать и другие схемы АФ, собранные на одном ОУ, приводимые в работе [2]. Заметим, что вывод выражений K в литературе обычно опускают.

Методика расчета, основанная на методе узловых потенциалов в матричной форме. Рассмотрим снова схему, показанную на рис. 4. Нумеруем узлы в схеме на рис. 4: $d = 1$, $e = 2$, $c = 3$, $a = 4$. Составляем матрицу проводимостей схемы (рис. 4). Поскольку $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 0$, то в этой матрице зачеркиваем столбец 4. Поскольку выходная проводимость ОУ $g_{вых} = \infty$, то в этой матрице зачеркиваем строку 2. Тогда упрощенная матрица имеет вид:

$$\|Y\| = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \\ Y_{31} & Y_{42} & Y_{43} \end{pmatrix},$$

где $Y_{31} = -g_1$, $Y_{32} = -g_3$, $Y_{42} = -Y_{c2}$, $Y_3 = g_1 + g_2 + g_3 + Y_{c1}$, $Y_{43} = -g_2$ (значения проводимости первой строки можно не указывать).

Ku находим в виде $Ku = -\Delta_{12}/\Delta_{11}$, где Δij – алгебраическое дополнение к элементу ij матрицы $|Y|$. Нетрудно видеть, что полученные результаты совпадают с приведенными выше.

Если потенциалы узлов b и a отличны от нуля, то в матрице проводимостей необходимо складывать столбцы, соответствующие узлам b и a, поскольку считаем $\varphi_a = \varphi_b$, (рис. 5).

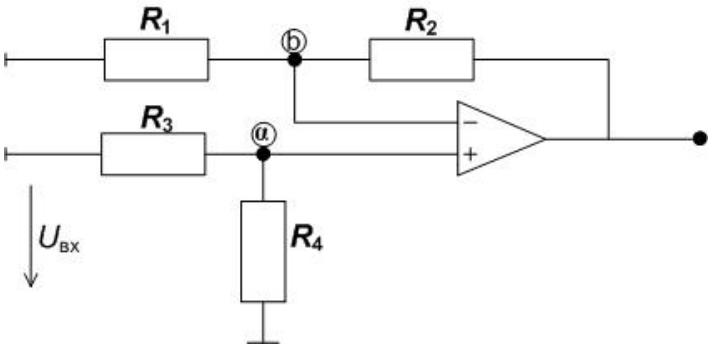

Рис. 5. Схема, в которой потенциалы входов ОУ отличны от нуля

Методика расчета схем, содержащих несколько операционных усилителей. Если число ОУ в схеме больше двух, то матричный метод расчета может потерять свои преимущества по сравнению с методом уравнений Кирхгофа, который оказывается более наглядным и более удобным, и более простым, поскольку позволяет найти токи и напряжения для всех ветвей схемы. Рассмотрим примеры расчета.

Пример 1. Схема гиратора с незаземленной нагрузкой показана на рис. 6. Используем представления входов ОУ в виде нуллаторов.

Тогда можно принять потенциалы узлов $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 0$. Задаем некоторое значение U_2, тогда $I_2 = YU_2$, где $Y = Z^{-1}$. Отсюда получим $I_x = (\varphi_b - U_2)R^{-1} = -U_2R^{-1}$, $\varphi_d = \varphi_b + I_xR = -U_2$; $I_1 = (\varphi_a - \varphi_d)r_2^{-1}$. Учтем, что $\varphi_e = \varphi_c - I_2r_1 = -I_2r_1$, тогда имеем $U_1 = \varphi_a - \varphi_e = I_2r_1$. Таким образом, получим $Z_{вх} = U_1/I_1 = I_2R_1/(U_2Z_2^{-1}) = r_1r_2/Z$. Если $Z = (j\omega C)^{-1}$, то $Z_{вх} = j\omega L_э$, где $L_э = r_1r_2C$.

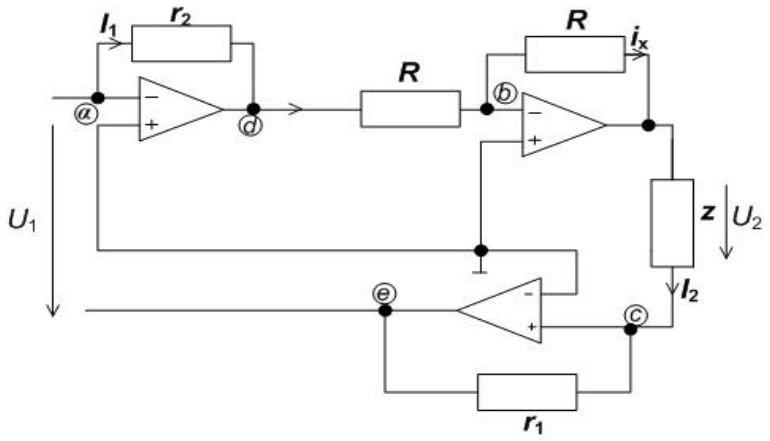

Рис. 6. Схема гиратора

Пример 2. Схема гиратора с заземленной нагрузкой (рис. 7) [1; 2]. По возможности используем обозначения, принятые в работе [1].

Заметим, что в работе [1] потенциал φ_{S3} принимается равным $-U_2$, что возможно лишь при равенстве $R_4 = R_2$, что не указано в [1], а в работе [2] сопротивление R_4 вообще ошибочно принято равным нулю. Далее в [1] потенциал $\varphi_x = U_2$ приравнивается полусумме потенциалов φ_{S1}, φ_{S2}. Это справедливо только при отсутствии тока I_x (в работе [1], кстати, предполагается $R_2 >> R_1$). Расчет схемы (рис. 7) в работе [2] отсутствует, а в работе [1] получены лишь соотношения типа $U_2=-Z_1 I_2$, $U_1=-r_1 I_1$, которые являются приближенными.

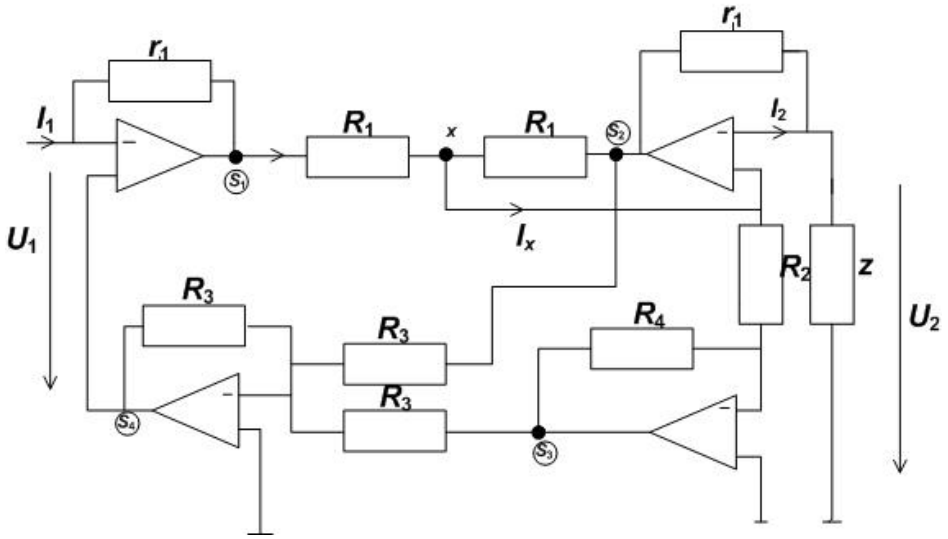

Рис. 7. Гиратор с заземленной нагрузкой

Рассмотрим более строго расчет схемы (рис. 7) и определим выражение $Z_{вх}$. Используем представление входов ОУ в виде *NL*. Тогда можно утверждать, что $U_{R2} = U_2$. Поскольку $I_2 = YU_2$, то потенциал $\varphi_{S2} = U_2(1+Yr_1)$.

Используем следующий алгоритм расчета:

$$U_{R2} = U_2 = \varphi_x \rightarrow \varphi_{S2} = U_2(1+Yr_1) \rightarrow \varphi_{S3} = -U_2, (R_4 = R_2) \rightarrow U_1 = \varphi_{S4} = U_2 - U_2(1+Yr_1) =$$
$$= -U_2\, Yr_1 \rightarrow U_1 = \varphi_{S4} = U_2 - U_2(1+Yr_1) = -U_2\, Yr_1 \rightarrow I_1 = (\varphi_{S2} - \varphi_x)\, R_1^{-1} = U_2\, Yr_1\, R_1^{-1} \rightarrow I_0 =$$
$$= I_x - I_1 = I_{R2} - I_1 = U_2[R_2^{-1} - Yr_1\, R_1^{-1}] \rightarrow \varphi_{S1} = \varphi_{cx} + I_0 R_1 = U_2[1+R_1R_2^{-1} - Yr_1] \rightarrow I_1 =$$
$$= -U_2[1+R_1R_2^{-1}]\, r_2^{-1} \rightarrow Z_{вх} = U_1\, I_1^{-2}.$$

Используя приведенные выше соотношения, получим $Z_{вх} = Yr_1\, r_2/(1+R_1R_2^{-1})$. Если учесть [1], что $R_1R_2^{-1} << 1$, то $Z_{вх} \approx Yr_1\, r_2 = j\omega L_{экв}$, когда $Y = j\omega C$. То есть конденсатор C преобразуется в эквивалентную индуктивность $L_{экв} = r_1\, r_2 C$, что характерно для гиратора.

Выводы.

1. Использование нуллорных моделей позволяет наиболее просто рассчитывать схемы, содержащие операционные усилители, работающие в линейном режиме.
2. Для проведения расчета оказывается достаточным знание свойств нуллатора (вольт-амперная характеристика – точка в начале координат), а также использование законов Кирхгофа и Ома.
3. Приведены алгоритмы расчета – последовательность простейших алгебраических операций, позволяющие определить коэффициенты передачи и входные сопротивления схем в символической форме.

Список литературы

1. *Марше Ж.* Операционные усилители и их применение. −Л.: Энергия, 1974. – 216 с.
2. *Бессонов Л. А.* Линейные электрические цепи. Новые разделы курса теоретических основ электротехники, − М.: Высш. шк.,1983. – 336 с.
3. *Матханов П. Н.* Основы синтеза линейных электрических цепей.− М.: Высш. шк., 1976. – 208 с.
4. *Егоршин Ю. А.* Нулатор – нораторні моделі електронних елементів активних кіл / Ю. А., Егоршин, О. Ю Красноусова / Вісник НАУ. – 2003.− Вип. 3−4. – С. 102 – 105.
5. *Электронные* устройства измерительно-вычислительных комплексов: Методические указания и контрольная работа для студентов заочного факультета – К.: КМУГА, 1994, – 40 с.
6. *Эймишен Ж. П.* Электроника? Нет ничего проще! −М.: Энергия. 1975.− 247 с.

Ю. О. Єгоршин

Спрощення аналізу електроних кіл за допомогою нулорних моделей

Запропоновано методику розрахунків лінійних кіл, що містять операційні підсилювачі із використанням нулорних моделей електронних елементів.

Y. O. Iegorshin

Simplification of analysis of electronics circuits by the nullors models

It is proposed the calculation method of the linear electronic circuits which are based on the operating amplifires using the nullors models of the electronic elements.