СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

УДК681.5.017(045)

А. К. Аблесимов, канд. техн. наук, проф.
А. В. Сенькович

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ АСУ МЕТОДОМ *D*-РАЗБИЕНИЯ

Інститут електроніки та систем керування НАУ, e-mail: iesy@nau.edu.ua

Рассмотрена методика расчета и построения области устойчивости автоматизированной системы управления в плоскости регулируемых параметров. Выполнен обобщенный анализ влияния основных параметров систем на их устойчивость.

Ключевые слова: система управления, устойчивость, жесткость, демпфирование, момент инерции, трение, регулировки.

Вступление и постановка задачи. Выполнение автоматизированными системами управления (АСУ) возложенных на них функций возможно только в том случае, когда они являются устойчивыми системами. Если АСУ устойчива, то все переходные процессы, вызываемые внешними воздействиями, будут затухающими и автоколебаний в системе не возникнет. Устойчивость системы достигается лишь при определённом сочетании ее параметров и обеспечивается соответствующими настройками и регулировками в процессе эксплуатации.

В этой связи определенного внимания заслуживает развитие методов анализа и синтеза АСУ, обеспечивающих:

– возможность получения достоверной оценки влияния на устойчивость и качество системы изменений ее конструктивных параметров;

– наглядность зависимости условий устойчивости от эксплуатационных регулировок системы;

– простоту определения значений регулировочных параметров как отдельных элементов, так и АСУ в целом, обеспечивающих ее устойчивость и заданные показатели качества.

Эти задачи могут быть реализованы с помощью метода *D*-разбиения. Наглядность этого метода особенно важна для инженера, занимающегося вопросами эксплуатации. С применением данного метода возможна и приближенная оценка влияния основных нелинейностей на устойчивость и показатели качества АСУ.

Структурный анализ. Автоматизированная система управления показывает, что различные по конструкции системы имеют сходственную структуру и однотипные передаточные функции. Это позволяет рассматривать методику их анализа и синтеза на базе типовых передаточных звеньев:

$W_0(p)=\dfrac{k_0}{(T_0 p+1)p}$ – передаточная функция объекта управления; $W_{\text{рег}}(p)=\dfrac{k_G G_m}{T_2^2 p^2+T_1 p+1}$ – передаточная функция регулятора; $W_D(p)=\dfrac{k_D D_m p}{T_4^2 p^2+T_3 p+1}$ – передаточная функция демпфирующей обратной связи, где $G_m=k_{\text{дп}}k_y k_{\text{ип}}$ – конструктивная жесткость системы, зависящая от постоянных передаточных коэффициентов датчика положения $k_{\text{дп}}$, усилительно-преобразующих устройств k_y, исполнительного привода $k_{\text{ип}}$ системы; $D_m=k_{\text{дс}}\dfrac{H}{C_m}k_y k_{\text{ип}}$ – конструктивное демпфирование системы, определяемое параметрами

датчика скорости отклонения выходной координаты $k_{дс}\dfrac{H}{C_m}$ и коэффициентами усилительно-преобразующих устройств и исполнительного привода; k_G, k_D – коэффициенты эксплуатационных регулировок жесткости и демпфирования.

Передаточные функции для типовой структуры АСУ имеют вид

– по управляющему сигналу – $W_x(p)=\dfrac{K_0G\left(T_4^2p^2+T_3p+1\right)}{A(p)}$;

– по внешнему возмущению – $W_y(p)=\dfrac{K_0\left(T_4^2p^2+T_3p+1\right)\left(T_2^2p^2+T_1p+1\right)}{A(p)}$,

где $G=k_GG_m$; $D=k_DD_m$ – эксплуатационные жесткость и демпфирование; $A(p)=a_6p^6+$ $+a_4p^4+a_3p^3+\left(a_2+K_0GT_4^2\right)p^2+\left(1+K_0D+K_0GT_3\right)p+K_0G$ – характеристический многочлен замкнутой системы, коэффициенты которого равны:

$$a_6=T_4^2T_2^2T_0;$$
$$a_5=T_4^2T_2^2+T_4^2T_1T_0+T_3T_2^2T_0;$$
$$a_4=T_4^2T_1+T_4^2T_0+T_3T_2^2+T_3T_1T_0+T_2^2T_0;$$
$$a_3=T_4^2+T_3T_1+T_3T_0+T_2^2+T_1T_0;$$
$$a_2=T_3+T_1+T_0.$$

Воспользуемся критерием А. В. Михайлова для исследования устойчивости АСУ.

Годограф Михайлова типовой системы находим как

$$A(j\omega)=-a_6\omega^6+ja_5\omega^5+a_4\omega^4-ja_3\omega^3-\left(a_2+K_0GT_4^2\right)\omega^2+j\left(1+K_0D+K_0GT_3\right)\omega+K_0G.$$

Выделив вещественную и мнимую части, получим $A(j\omega)=X(\omega)+jY(\omega)$, где вещественная часть $X(\omega)=-a_6\omega^6+a_4\omega^4-\left(a_2+K_0GT_4^2\right)\omega^2+K_0G$, а мнимая $Y(\omega)=-a_5\omega^5+$ $+a_3\omega^3+\left(1+K_0D+K_0GT_3\right)\omega$.

Граница области устойчивости будет соответствовать случаю, когда годограф проходит через начало координат комплексной плоскости $X(\omega)-jY(\omega)$. Следовательно, для системы, находящейся на границе устойчивости, справедливы равенства $X(\omega)=0$ и $Y(\omega)=0$. Иначе говоря, граница области устойчивости описывается двумя уравнениями:

$$X(\omega)=-a_6\omega^6+a_4\omega^4-\left[a_2+K_0G_г(\omega)T_4^2\right]\omega^2+K_0G_г(\omega)=0;$$
$$Y(\omega)=a_5\omega^5-a_3\omega^3+\left[1+K_0D_г(\omega)+K_0G_г(\omega)T_3\right]\omega=0,$$

где $G_г(\omega)$ и $D_г(\omega)$ – граничные значения жесткости и демпфирования, являющиеся функцией частоты.

Решая первое уравнение системы уравнений относительно граничной жёсткости, находим $G_г(\omega)=\dfrac{f_0\omega^2\left(a_6\omega^4-a_4\omega^2+a_2\right)}{1-T_4^2\omega^2}$. На основании второго уравнения определяем $D_{г\Sigma}(\omega)=\dfrac{f_0\omega^2\left[\left(a_5T_4^2-a_6T_3\right)\omega^4-\left(a_5-a_4T_3+a_3T_4^2\right)\omega^2+\left(a_3-a_2T_3\right)\right]}{1-T_4^2\omega^2}$. Здесь $D_{г\Sigma}(\omega)=f_0+$ $+D_г(\omega)$ – граничное значение суммарного демпфирования, учитывающее как влияние

вязкого трения, так и демпфирующее действие обратной связи по абсолютной скорости объекта управления.

Зависимости $G_г(\omega)$ и $D_г(\omega)$ определяются параметрами АСУ и для большинства систем имеют вид, показанный на рис. 1. На этом же рисунке приведена граница области устойчивости в плоскости $D_\Sigma - G$ регулируемых параметров и показана методика ее построения по известным характеристикам $G_г(\omega)$ и $D_{г\Sigma}(\omega)$.

Область устойчивости ограничивает возможные значения жесткости и демпфирования АСУ. Если настройка (регулировка) системы выполнена так, что при выбранном значении регулировочных коэффициентов k_{GA} и k_{DA} рабочая точка A, соответствующая заданному значению жесткости G_A (рис. 2), лежит внутри области, то система устойчива.

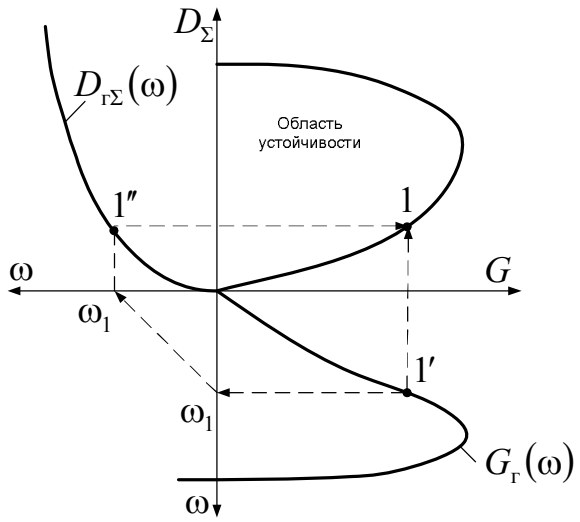

Рис. 1. Построение области устойчивости в плоскости $D_\Sigma - G$ параметров

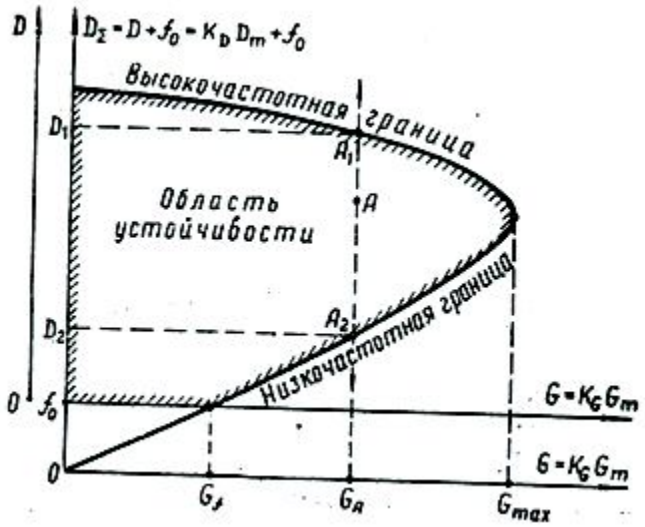

Рис. 2. Области устойчивости в плоскости $D_\Sigma - G$ параметров

При уменьшении демпфирования устойчивость системы сохраняется до тех пор, пока не будет достигнута нижняя граница устойчивости. Нижняя граница соответствует начальным участкам характеристик $G_г(\omega)$ и $D_{г\Sigma}(\omega)$, где частота мала. При достижении нижней границы устойчивости в системе возникают низкочастотные колебания с относительно большими амплитудами, поэтому нижняя граница называется низкочастотной.

При увеличении демпфирования устойчивость сохраняется лишь до тех пор, пока не будет достигнута верхняя граница, на которой в системе также возникают автоколебания. Эти колебания имеют малую амплитуду, но относительно высокую частоту, поэтому верхняя граница устойчивости называется высокочастотной. Таким образом, при заданном значении жесткости допустимые пределы изменения демпфирования строго ограничены условием $D_1 < D_\Sigma < D_2$. Граница устойчивости определяет предельное значение жесткости $G_{\max}$, которое может быть получено для данной системы, и позволяет оценить правильность выбора величины конструктивной жесткости G_m, зависящей от ее параметров.

Если в системе нет датчика скорости $(k_D = 0)$, то она устойчива лишь при небольшом значении жесткости G_f, соответствующему демпфированию трением. Следовательно, датчик скорости расширяет область устойчивости системы, позволяя отрегулировать АСУ на большую жесткость и в результате – обеспечить ее более высокую эффективность функционирования.

Влияние отдельных параметров систем на их устойчивость. С целью упрощения анализа положим, что:

$$a_5 = T_4^2T_2^2 + T_4^2T_1T_0 + T_3T_2^2T_0 \cong T_0\left(T_4^2T_1 + T_3T_2^2\right);$$

$$a_4 = T_4^2T_1 + T_4^2T_0 + T_3T_2^2 + T_3T_1T_0 + T_2^2T_0 \cong T_0\left(T_4^2 + T_3T_1 + T_2^2\right);$$

$$a_3 = T_4^2 + T_3T_1 + T_3T_0 + T_2^2 + T_1T_0 \cong T_0\left(T_3 + T_1\right);$$

$$a_2 = T_3 + T_1 + T_0 \cong T_0.$$

Такое приближение вполне допустимо, так как постоянная времени T_0 объекта управления всегда на несколько порядков больше остальных постоянных времени АСУ и суммарная ошибка при вычислении коэффициентов по упрощенным формулам составляет 1 – 3 %.

Подставляя значения коэффициентов a_i в уравнения граничной $G_г(\omega)$ жесткости и граничного демпфирования $D_{гΣ}(\omega)$, получаем:

$$G_г(\omega) = \frac{J_0\omega^2}{1-T_4^2\omega^2}\left[T_4^2T_2^2\omega^4 - (T_4^2 + T_3T_1 + T_2^2)\omega^2 + 1\right];$$

$$D_{гΣ} = f_0 + D_г(\omega) = \frac{J_0T_1\omega^2}{1-T_4^2\omega^2}\left[T_4^4\omega^4 - (2T_4^2 - T_3^2)\omega^2 + 1\right].$$

Нетрудно убедиться, что с учетом сделанных допущений вспомогательные характеристики $G_г(\omega)$ и $D_{гΣ}(\omega)$ имеют именно такой вид, как показано на рис. 1.

Пользуясь вспомогательными алгоритмами граничных значений жесткости и демпфирования, покажем, как влияет на устойчивость АСУ изменение каждого из ее параметров.

Момент инерции объекта. Момент инерции объекта управления является масштабом характеристик $G_г(\omega)$ и $D_{гΣ}(\omega)$. С увеличением момента инерции область устойчивости пропорционально расширяется (рис. 3, *а*). Следовательно, обеспечить устойчивый режим работы в системе, где объект имеет большую инерционность, легче.

Коэффициент трения. Изменение коэффициента вязкого трения смещает характеристику $D_{гΣ}(\omega)$, так как меняются пределы допустимых значений регулировочного коэффициента k_D. При увеличении коэффициента f_0 вязкого трения характеристика $D_{гΣ}(\omega)$ смещается параллельно самой себе вниз (рис. 3, *б*). При

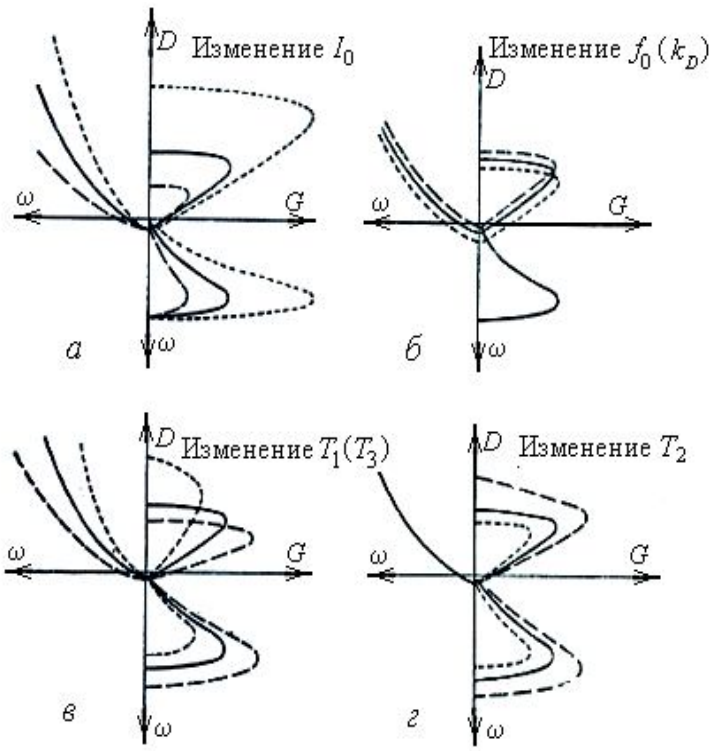

Рис. 3. Деформации области устойчивости при изменении параметров АСУ: сплошная линия – исходный параметр; пунктир – уменьшенный параметр; точки – увеличенный параметр

этом область устойчивости уменьшается. Характерно, что изменение вязкого трения не влияет на величину максимально допустимого значения жесткости. Отметим, что в случае частотной линеаризации трения, когда коэффициент f_0 с увеличением частоты уменьшается по гиперболическому закону, высокочастотная граница устойчивости будет снижаться меньше, чем низкочастотная.

Постоянные времени T_1 и T_3, определяющие процессы затухания колебаний в регуляторе и датчике скорости, качественно одинаково деформируют область устойчивости – с их увеличением допустимая жесткость уменьшается, а возможное значение коэффициента демпфирования возрастает (рис. 3, *в*). Следовательно, при проектировании системы увеличение одной из постоянных времени можно компенсировать соответствующим уменьшением другой постоянной так, чтобы заданная жесткость системы находилась в границах области устойчивости.

Постоянная времени T_2 **.** Влияние на область устойчивости постоянной времени T_2, характеризующей предварительные каскады усиления сигнала, показано на рис. 3, *г*. Увеличение постоянной времени T_2 сужает область устойчивости, уменьшая допустимые значения жесткости АСУ. На величину демпфирования T_2 не влияет. Следовательно, при проектировании системы необходимо принимать все возможные меры для уменьшения инерционности предварительных усилителей.

Постоянная времени T_4 влияет на предельно допустимую жесткость АСУ также, как постоянные времени T_1 и T_3, то есть уменьшение постоянной времени T_4 увеличивает предельно допустимую жесткость системы. Влияние постоянной времени T_4 на граничное демпфирование $D_{\text{г}\Sigma}(\omega)$ зависит главным образом от соотношения между постоянными времени T_4 и T_3, которое определяется параметрами датчика скорости $d_{O\text{дс}} = \dfrac{T_3}{2T_4}$.

Реализация метода. Представленные методы исследования устойчивости АСУ могут быть легко алгоритмизированы и переведены в программный код, который будет инвариантным по отношению к исследуемой системе. Программное обеспечение, реализующее данный метод исследования (рис. 4), является гибким и расширяемым продуктом, предоставляющим исчерпывающую информацию о наиболее необходимых параметрах системы. Данная методика также позволяет программе предоставлять советы по оптимизации и улучшению системы рекомендательного характера, исходя из ограничений, указанных пользователем.

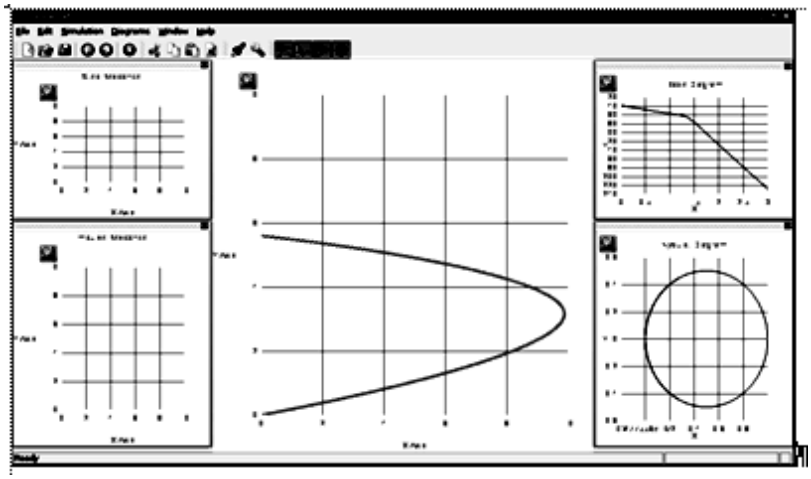

Рис. 4. Программное обеспечение диагностики АСУ, построенное на основе метода *D*-разбиения

Выводы. Следует отметить, что представленный в данном материале анализ подтверждаются машинным моделированием серийных систем. Принципиально полученные выводы справедливы и для случаев, когда трение является сухим. Гибкость и удобство использования метода предоставляют возможности его алгоритмизации и создания программного продукта, способного увеличить процесс диагностики и настройки АСУ.

Список литературы

1. *Зайцев Г. Ф.* Теорія автоматичного керування / Г. Ф. Зайцев, В. К. Стеклов, О. І. Бріцький – К.: Техніка, 2002. – 688 с.
2. *Корнеев В. В.* Стабилизаторы и исполнительные приводы. – М.: ВА БТВ, 1968. – 475 с.

О. К. Аблесімов, А. В. Сенькович

Аналіз впливу конструктивних параметрів на стійкість автоматизованої системи керування методом *D*-разбиття

Розглянуто методику розрахунку та побудови області стійкості автоматизованої системи керування в площині регульованих параметрів. Виконано узагальнений аналіз впливу основних параметрів систем на їх стійкість.

A. K. Ablesimov, A. V. Senkovych

Analysis of constructive parameters influence on CS stability using *D*-decomposition method

CS Stability area on plain of regulated parameters computation and building methodic was described. Summarizing analysis of basic parameters influence on CS stability was performed.