

УДК 681.513.5

М. С. Фельзер, канд. техн. наук

ОБМЕЖЕНА ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Інститут електроніки і систем управління НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Розглянуто питання оптимального керування об'єктом, передатну функцію якого продано у вигляді відношення двох стійких передатних функцій.

Вступ. Типова система керування звичайно функціонує за наявності завад, а її вихід має відслідковувати заданий сигнал. Лінійні системи допускають множину різних подань. Одним із найбільш поширених вхідно-вихідних подань є поліноміально дробове. Автоматизована система слідування за напрямком надходження сигналу [1] містить амплітудний сумарно-різницевий пеленгаторний пристрій, який виробляє сигнал помилки, що є функцією помилки слідування – різниці між напрямком на ціль і положенням антенної системи. Після підсилення сигнал помилки подається на двигун, який через знижувальний редуктор обертає антену в напрямку цілі. Найбільш інерційними елементами системи є двигун з редуктором і антеною. Порівняно з ними пеленгаторний пристрій і підсилювач потужності можуть вважатися безінерціальними. Диференціальний оператор лінійної моделі системи можна подати у вигляді відношення стійких передатних функцій. Основною вимогою до системи керування є мінімізація помилки слідування.

Постановка завдання. Стандартна задача оптимального керування зводиться до визначення для заданого об'єкта $G(s)$ регулятора $C(s)$, який мінімізує критерій якості

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [e(s)e(-s) + k e_a(s)e_a(-s)] ds, \quad (1)$$

де $e(s)$ – помилка керування; $e_a(s)$ – керувальна дія.

В обмеженій задачі оптимізації можна нестійкому об'єкту $G(s)$ надати вигляду відношення двох стійких передатних функцій n і d :

$$G = n / d. \quad (2)$$

При цьому необхідно витримувати співвідношення

$$un + vd = 1 \quad (3)$$

для деяких стійких передатних функцій u і v .

Визначення параметрів оптимального регулятора. Якщо відповідні функції u і v можна знайти, то n і d не мають спільних нулів у правій півплощині. Всі стабілізуювальні компенсатори $C(s)$ можуть бути параметризовані за допомогою довільної стійкої передатної функції $W(s)$:

$$C(s) = [u - Wd] / [v + Wn]. \quad (4)$$

Із рівнянь (2) – (4) можна одержати вираз для передатної функції системи:

$$T(s) = GC / (1 + GC) = n[u - Wd]. \quad (5)$$

Сигнали $e(s)$, $e_a(s)$ можна виражати через W . Із співвідношень (2), (4) і (5) маємо:

$$e(s) = r(s) - f(s) = \frac{1}{GC} Tr; \quad e(s) = d(v + Wn)r; \quad (6)$$

$$e_a(s) = C(s)e(s) = d(u + Wn)r, \quad (7)$$

де r – завдання; f – вихід системи.

Використовуючи рівняння (6) і (7), критерій якості можна подати як

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(v + Wn)(\bar{v} + \bar{W}\bar{n}) + k(u - Wd)(\bar{u} - \bar{W}\bar{d})] r \bar{r} d\bar{d}(ds),$$

де $W = W(s)$, $\bar{W} = W(-s)$.

Виконавши розкладання і об'єднавши члени з однаковими степенями W , дістанемо:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [W\bar{W}(n\bar{n} + k\bar{d}\bar{d}) + W(n\bar{v} - k\bar{d}\bar{u}) + \bar{W}(\bar{n}v - k\bar{d}u) + (v\bar{v} + ku\bar{u})] r \bar{r} d\bar{d}(ds).$$

Визначимо $Y(s)$ так, щоб:

1) $Y(s)Y(-s) = n(s)n(-s) - kd(s)d(-s)$,

2) полюси і нулі $Y(s)$ лежали у лівій півплощині.

Оскільки n і d мають полюси в області R , то Y має полюси тільки в R . Підставивши вираз для Y , можна записати критерій якості у вигляді

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [W\bar{W} + W(n\bar{v} - k\bar{d}u)/Y\bar{Y} + \bar{W}(\bar{n}v - k\bar{d}u)/Y\bar{Y} + (v\bar{v} + ku\bar{u})/Y\bar{Y}] Y\bar{Y} r \bar{r} d\bar{d}(ds),$$

або

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(W + (\bar{n}v - k\bar{d}u)/Y\bar{Y})(\bar{W} + (n\bar{v} - k\bar{d}u)/Y\bar{Y}) + (\bar{n}v - k\bar{d}u)(n\bar{v} - k\bar{d}u)/Y^2\bar{Y}^2 + (v\bar{v} + ku\bar{u})/Y\bar{Y}] r \bar{r} d\bar{d}(ds).$$

Оскільки потрібно, щоб у $W(s)$ не було полюсів в області R , оптимальне значення W буде постійною частиною його розкладання в області R

$$\hat{W}(s) = -[(n(-s)v(s) - kd(-s)u(s))/Y(s)Y(-s)]_R. \quad (8)$$

Розглянемо приклад такої системи. Важливе значення має задача визначення напрямку на різні рухомі та нерухомі об'єкти, наприклад, у разі слідкування за штучними супутниками Землі. Системи автосупроводження за напрямком визначають кутові координати у взаємно-перпендикулярних площинах. Слідкувальні системи автосупроводження по азимуту і куту нахилу звичайно ідентичні і можуть розглядатися автономно. Вхідною величиною системи є кут між напрямком на ціль і початковим напрямком, а вихідною величиною – кут повороту антени по азимуту або куту нахилу. Пеленгаційний пристрій включає в себе антенну систему, елемент порівняння і фільтр нижніх частот, а також виконавчий пристрій в складі підсилювача і електродвигуна. Двигун через редуктор повертає антенну систему пеленгаційного пристрою. У разі використання двигуна постійного струму зазвичай застосовується електромашинний підсилювач при використанні асинхронного двофазного двигуна змінного струму – електронні або електромагнітні підсилювачі. У разі малих похибок неузгодження, коли система працює в лінійному режимі, передатні функції фільтра нижніх частот, підсилювача і двигуна можна записати у вигляді

$$G_{\phi}(s) = \frac{K_m}{T_{\phi}s + 1};$$

$$G_n(s) = \frac{K_n}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)};$$

$$G_d(s) = \frac{K_d}{s(T_d s + 1)}.$$

Передатна функція об'єкта керування буде

$$G_o(s) = G_n(s) G_d(s) K_p,$$

а передатна функція неперервної частини системи має вигляд:

$$G(s) = G_o(s) G_\phi(s) = \frac{K}{s(s+a)(s+b)(s+c)(s+h)},$$

де $a = 1/T_1$; $b = 1/T_2$; $c = 1/T_d$; $h = 1/T_\phi$; $K = K_n K_d K_p K_m$.

Таким чином, передатна функція задовольняє умови (2), (3) і для такого об'єкта може бути синтезований оптимальний регулятор за вказаним методом.

У випадку, коли вимірювальний пристрій і система автосупроводження за напрямком розміщені на рухомому об'єкті, для послаблення шкідливого впливу на точність вимірювання обертання рухомого об'єкта відносно центра мас, лінійних перевантажень і вібрацій застосовують різні способи стабілізації вимірювального приладу. Стабілізація вимірювального приладу полягає в утриманні осі симетрії діаграми напрямленості антени в незмінному положенні відносно орієнтира або деякої базової системи координат. Для цього за допомогою спеціальних пристроїв або систем запобігають обертанню приладової системи координат відносно зв'язаної або інерціальної системи відліку. Безпосередній метод стабілізації полягає в установленні вимірювального приладу в деякій інерціальній системі координат шляхом організації відповідних переміщень площадки вимірювального пристрою. Посередній метод стабілізації полягає в підтриманні заданого положення осі вимірювального приладу відносно деякої системи орієнтирів введенням відповідних поправок у положення осі вимірювального приладу. Об'єкт стабілізації і стабілізуючий пристрій складають систему автоматичного керування. Основною вимогою до системи стабілізації є досягнення високої точності її роботи. Переміщення точки підвісу вимірювального приладу забезпечується обертанням рухомого об'єкта відносно центра мас, поступальним рухом і вібраціями тієї частини рухомого об'єкта, до якої безпосередньо кріпиться вимірювальний прилад. Обертальні й поступальні рухи зумовлюють виникнення на місці установлення вимірювального приладу лінійних прискорень в інфранизкому діапазоні частот. Вібраційні збурення, які спричинені з роботою двигунів і агрегатів, а також умовами аеродинамічного обтікання літального апарата, діють у низькому діапазоні частот. Урахування всіх збурювальних факторів, які діють на об'єкт керування, значно впливають на роботу системи і затрудняють її синтез.

Висновки. Якщо об'єкт має передатну функцію $G(s)$, то для вибору регулятора, який мінімізує критерій якості вигляду (1) і забезпечує розміщення полюсів для передатної функції замкненої системи $T = GC/(1+GC)$ у заданій області R вибирають взаємно прості n і d з полюсами в R , обчислюють відповідні u і v з полюсами в R відповідно до (3), виконують спектральну факторизацію

$$Y(s)Y(-s) = n(s)n(-s) + kd(s)d(-s)$$

і вибирають оптимальну $W(s)$ згідно із формулою (8). Якщо область R вибирати так, що всі точки на комплексній площині лежать лівіше від лінії $s = -a$, то задачу можна звести до задачі мінімізації

$$J_a = \int_0^{\infty} \exp(-2at)(e^2(t) + ke_a^2(t))dt.$$

Алгоритм синтезу оптимального регулятора залишається без змін.

Список літератури

1. Ваганов В. Б. Автоматика радиоэлектронных систем. – К.: Вища. шк., 1988. – 351 с.

М. С. Фельзер

Ограниченная задача оптимального управления

Рассмотрен вопрос оптимального управления объектом, передаточная функция которого представлена в виде отношения двух устойчивых передаточных функций.

M. S. Felzer

Limited optimal control problem

Problem of optimal control for the object that is represented by the transfer function, which is rational of two stable transfer functions, is considered in this paper.